



M Ű E G Y E T E M 1 7 8 2
BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI KAR
REPÜLŐGÉPEK ÉS HAJÓK TANSZÉK

HŐ- ÉS ÁRAMLÁSTAN II. (HÓTAN-II)

DR. SÁNTA IMRE

Budapest, 2011

HÓTAN-II.

Tartalomjegyzék

HŐTAN-II.....	0
Tartalomjegyzék.....	i
Termodinamika II.	1
12. Ideális gázkörfolyamatok	1
12.1. Carnot-körfolyamat.....	1
12.2. Belsőégésű hőerőgépek ideális körfolyamatai.....	5
12.2.1. Otto-körfolyamat	5
12.2.2. Diesel-körfolyamat	7
12.2.3. Sabatier-körfolyamat	10
12.2.4. Brayton-körfolyamat.....	12
13. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása	23
13.1. Összehasonlítás azonos nyomáshatárok között.....	24
13.2. Összehasonlítás azonos térfogathatárok között.....	27
13.3. Összehasonlítás azonos hőmérséklethatárok között.....	29
14. Reverzibilis és irreverzibilis körfolyamatok sajátosságai.....	32
14.1. Reverzibilis körfolyamatok.....	32
14.2. Irreverzibilis körfolyamatok.....	34
15. Az entrópia és irreverzibilitás	37
15.1. Entrópiaváltozás és irreverzibilitás kapcsolata.....	37
15.2. Az irreverzibilis folyamatok hatása a hőszigetelt rendszer munkavégző-képességére.....	43
15.3. Az entrópia és a termodinamikai állapotvalószínűség	44
16. Sűrűdésos adiabatikus folyamatok.....	51
16.1. Sűrűdésos adiabatikus kompresszió.....	51
16.2. A sűrűdésos adiabatikus expanzió	57
17. Gőzök termodinamikája	64
17.1. Alapfogalmak	64
17.2. A gőzök jellemzői, diagramjai	66
17.2.1. A p - v - T állapotfelület	66
17.2.2. A vízgőz p - v diagramja.....	67
17.2.3. A vízgőz T - s diagramja.....	69
17.2.4. A vízgőz i-s diagramja.....	70
17.2.5. A gőztermeléshez felhasznált hőmennyiség és felosztása	71
17.2.6. A párolgáshő és összetevői	72

17.2.7.	Clausius - Clapeyron-egyenlet	73
17.3.	<i>Gőzök egyszerű állapotváltozásai</i>	74
17.3.1.	Izobár ($p = \text{áll}$) folyamat	74
17.3.2.	Izochor ($v = \text{áll.}$) folyamat	75
17.3.3.	Izotermikus ($T = \text{áll.}$) folyamat	76
17.3.4.	Adiabatikus ($q_{1,2}, \delta q = 0$) folyamat	77
17.4.	<i>A Rankine - Clausius-gőzkörfolyamat</i>	78
17.4.1.	A körfolyamat sajátosságai	78
17.4.2.	Gőzkörfolyamat sűrűdésos (valóságos) adiabatikus expanzióval a turbinában	81
18.	Nedves levegő termodinamikája	86
18.1.	<i>Alapfogalmak</i>	86
18.2.	<i>A nedves levegő jellemzői:</i>	86
18.2.1.	A nedves levegő $i - x$ diagramja.....	89
18.2.2.	A nedves levegő állandó nyomású hűtése, fűtése, szárítása és szárítás nedves levegőben	91
	Hőközlés	95
19.	Hővezetés	95
19.1.	<i>A Fourier-féle hipotézis</i>	95
19.2.	<i>A hővezetés általános differenciálegyenlete.</i>	96
19.2.1.	Sík fal állandósult, egydimenziós, belső hőforrás nélküli hővezetése.....	101
19.2.2.	Hengeres fal állandósult, egydimenziós, belső hőforrás nélküli hővezetése	103
20.	Hőátadás	108
20.1.	<i>A hőátadás fizikai lényege</i>	108
20.2.	<i>A hőátadással átszarmaztatott hőmennyiség számítása</i>	110
20.3.	<i>A hasonlóságelmélet alapjai</i>	111
21.	Hőátbocsátás	116
21.1.	<i>Sík fal állandósult hőátbocsátása</i>	116
21.2.	<i>Hengeres fal állandósult hőátbocsátása</i>	117
21.2.1.	A hengeres fal kritikus átmérője	118
21.2.2.	A hőátbocsátás intenzívebbé tétele a fal bordázásával. Bordázott fal hőátbocsátása	119
21.3.	<i>Speciális feladatok a hőátbocsátás témaköréből</i>	122
21.3.1.	Állandó keresztmetszetű egyenes rúd állandósult hővezetése	122
21.3.2.	Sík fal egydimenziós, állandósult hővezetése belső hőforrás esetén. 127	
21.3.3.	Homogén körkeresztmetszetű rúd egydimenziós, állandósult hővezetése belső hőforrás esetén.....	129
21.3.4.	Hengeres fal hővezetése hőleadással a külső, és a belső felületen	131

22. Hősugárzás (Hőközlés sugárzás útján).....	133
22.1. <i>Sugárzási alapfogalmak</i>	133
22.1.1. Effektív sugárzóképeség.....	138
22.1.2. A hősugárzás alaptörvényei.....	139
22.1.3. Hőcsere sugárzás útján.....	148
Irodalomjegyzék.....	161
Ábrajegyzék.....	163

Termodinamika II.

12. Ideális gázkörfolyamatok

Alapvető feltételek a körfolyamatok elemzésekor:

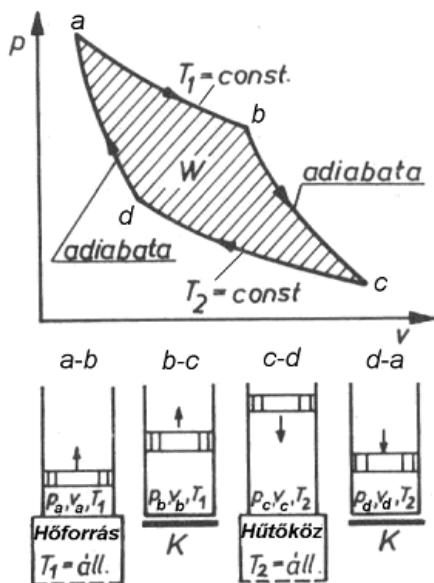
- körfolyamatot ideális folyamatok alkotják;
- munkaközeg ideális gáz;
- hőközlés kívülről történik.

A munkaközeg jellemzői: R és κ adottak.

A szokványos kiindulási adatokból – melyek száma a körfolyamatot alkotó folyamatok számának kétszerese – meghatározzuk a

- körfolyamat sarokpontjainak jellemzőit az 1. pont (illetve a Carnot-körfolyamat esetében a pont) jellemzőivel kifejezve,
- bevezetett és elvont hőmennyiséget,
- hasznos munkát és
- körfolyamat termikus hatásfokát.

12.1. Carnot-körfolyamat



12.1. ábra - Carnot-körfolyamat

1824-ben *Sadi Carnot* francia mérnök a termodinamika egyik megalapozója elméletileg vizsgálta egy olyan ideális hőerőgép működését, amely hengerből, a benne elmozduló dugattyúból, hőforrásból (melegttest) és hűtőközéből (hidegttest) áll (12.1. ábra). A munkaközeg egységnyi tömegű ideális gáz.

A henger oldalfala és a dugattyú tökéletesen hőszigetelt, míg a henger fenéklapja tökéletes hővezető, de a K jelű szigetelő lappal az egész henger hőszigeteltté tehető. Sűrűlés és hővesztesség nincs.

Vizsgáljuk meg ennek a berendezésnek a működését.

A rendszer állapotváltozása $p - v$ diagramban, míg az adott pontokhoz tartozó dugattyú helyzetek az alatta levő sémán láthatók (12.1. ábra).

- Az $a-b$ folyamat izotermikus expanzió (hőbevezetés T_1 hőmérsékleten);
- $b-c$ folyamat adiabatikus expanzió (a gáz közben T_2 hőmérsékletre hűl);
- $c-d$ folyamat izotermikus kompresszió (hőelvonás T_2 hőmérsékleten);
- $d-a$ folyamat adiabatikus kompresszió (a gáz hőmérséklete T_1 -re nő).

Ez a négy folyamat körfolyamatot alkot, amelyet megalkotójáról *Carnot-körfolyamatnak* nevezünk.

Az $a-b$ izotermikus expanzió során a munkaközeg $w_{a,b}$ munkát végez, miközben a hőforrástól $q_{a,b} = w_{a,b}$ hőmennyiséget vesz fel.

A $b-c$ adiabatikus expanzió folyamán a munkaközeg belső energiája rovására $w_{b,c}$ munkát végez.

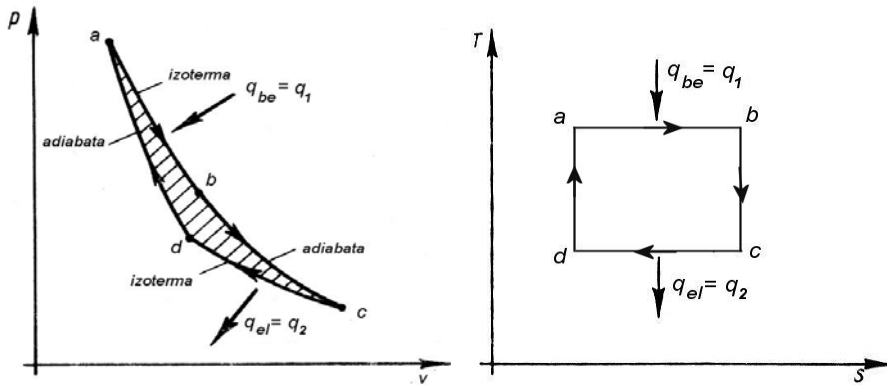
A $c-d$ izotermikus kompresszió alatt külső erők a munkaközegen $w_{c,d}$ munkát végeznek miközben az $q_{c,d} = w_{c,d}$ hőmennyiséget lead a hűtőközegnek.

Végül a $d-a$ adiabatikus kompresszió során a külső erők $w_{d,a}$ munkát végeznek a munkaközegen és ezzel belső energiáját az eredeti (u_a), hőmérsékletét T_1 értékre növelik.

Szeretnénk hangsúlyozni, hogy ez a berendezés és az általa megvalósított körfolyamat kizárólag elvi jelentőségű, mivel gyakorlati kivitelezése nehézségekbe ütközik.

A Carnot-körfolyamat jelentősége az alábbi tulajdonságaiból ered:

1. Bármely körfolyamat felépíthető elemi Carnot-körfolyamatokból, így az utóbbira kapott eredmények felhasználhatók különféle körfolyamatok általános természetű termodinamikai vizsgálatára.
2. Mint látni fogjuk, termikus hatásfokát egyszerű, ugyanakkor termodinamikailag nagyon értékes következtetések levonására alkalmas kifejezés írja le.



12.2. ábra – Carnot-körfolyamat p - v és T - s diagramban

A körfolyamat jellemzői:

Adatok: $T_a = T_b = T_1$; $T_c = T_d = T_2$; p_a ; p_b (vagy a fajtérfogatok).

A körfolyamat jellegzetes pontjainak paraméterei (hőmérséklet, nyomás, fajtérfogat):

$$a - \text{pont: } T_a = T_1, p_a \text{ adott; } v_a = \frac{RT_a}{p_a}.$$

$$b - \text{pont: } T_b = T_1, p_b \text{ adott; } v_b = \frac{RT_b}{p_b}.$$

$$c - \text{pont: } T_c = T_2; p_c = p_b \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}; v_c = v_b \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\kappa-1}.$$

$$d - \text{pont: } T_d = T_2; p_d = p_a \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}; v_d = v_a \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\kappa-1}.$$

A körfolyamattal kapcsolatos hőmennyiségek:

$$\text{bevezetett hő} \quad q_1 = RT_1 \ln \frac{p_a}{p_b}, \quad (12.1)$$

$$\text{elvont hő} \quad q_2 = RT_2 \ln \frac{p_c}{p_d}, \quad (12.2)$$

$$\text{hasznos munka} \quad w_h = q_1 - |q_2|. \quad (12.3)$$

A körfolyamat termikus hatásfoka

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_2|}{q_1} = 1 - \frac{RT_2 \ln \frac{p_d}{p_c}}{RT_1 \ln \frac{p_a}{p_b}}. \quad (12.4)$$

Az adiabatikus folyamatoknál

$$\frac{p_d}{p_c} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}; \quad \frac{p_a}{p_b} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}; \quad \frac{p_a}{p_b} = \frac{p_d}{p_c}. \quad (12.5)$$

Ezzel a Carnot-körfolyamat termikus hatásfokának kifejezése

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad \text{vagy} \quad \eta_t = 1 - \frac{T_{\text{alsó}}}{T_{\text{felső}}}. \quad (12.6)$$

Termodinamikai szempontból a belsőégésű hőerőgépeket Carnot-körfolyamat szerinti működésűre kellene tervezni, mivel ez biztosítja a legnagyobb termikus hatásfokot az adott hőmérséklet határok között.

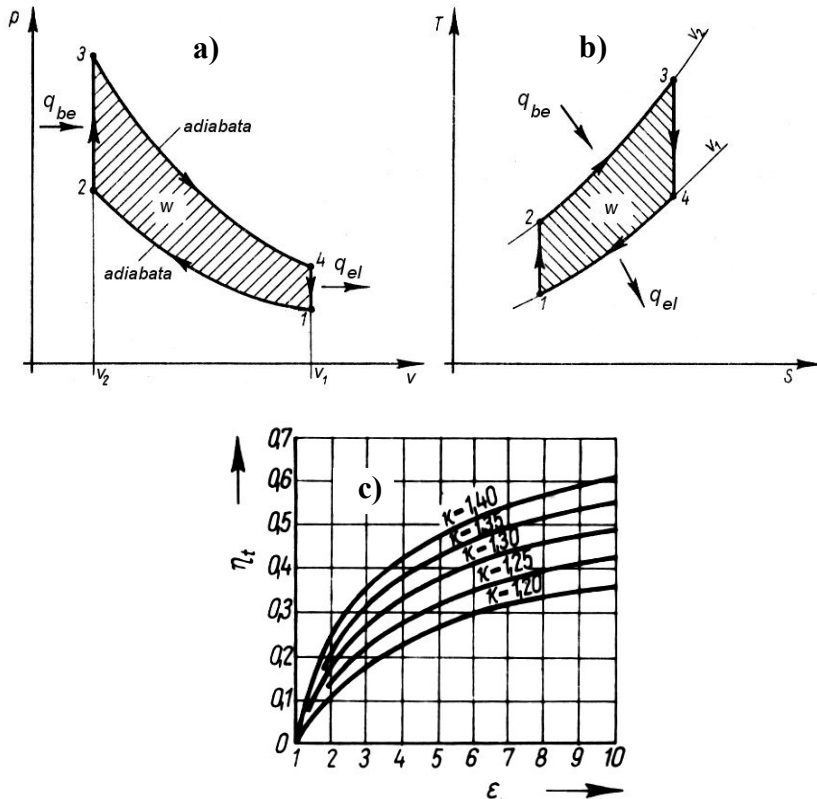
Az ilyen körfolyamat megvalósíthatóságának alapvető akadályja az, hogy izotermikus hőbevezetés és hőelvonás nem realizálható gáz munkaközeg esetén.

Bebizonyosodott, hogy gázoknál az állandó térfogat vagy állandó nyomás, illetve a kettő kombinációját tartalmazó folyamat melletti hőközlés a legalkalmasabb. A hőelvonás is történhet e paraméterek állandósága mellett.

A továbbiakban az ilyen folyamatokat tartalmazó körfolyamatokat tárgyaljuk. Ezek a körfolyamatok alapvetően belsőégésű hőerőgépekben kerülnek alkalmazásra: dugattyús motorokban, gázturbinákban. Az előbbieknél a körfolyamat folyamatai egy helyen – a hengerben játszódnak le, a gázturbináknál más és más részegységekben. A dugattyús motorokban ezek a körfolyamatok periodikusan ismétlődnek, míg a legelterjedtebb gázturbinában a működés folyamatos. A hőelvonás a környezetben megy végbe (nyitott körfolyamatoknál).

12.2. Belsőégésű hőerőgépek ideális körfolyamatai

12.2.1. Otto-körfolyamat



12.3. ábra – Otto-körfolyamat p - v és T - s diagramja valamint termikus hatásfokának változása

Az Otto-körfolyamat a szikragyújtású belsőégésű motorok elméleti körfolyamata, mely mint a 12.3. ábrán látható

- 1-2 adiabatikus kompresszióból,
- 2-3 izochor hőközlésből,
- 3-4 adiabatikus expanzióból és
- 4-1 izochor hőelvonásból áll.

Adatok: $T_1; p_1$ a kompresszióviszony $\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$; nyomásviszony $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$.

A körfolyamat egyes sarokponti jellemzőinek (fajtérfogat, hőmérséklet, nyomás) meghatározása:

$$1. \text{ pont: } v_1 = \frac{RT_1}{p_1}.$$

$$2. \text{ pont: } v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon}; \quad T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1}; \quad p_2 = p_1 \varepsilon^\kappa.$$

$$3. \text{ pont: } v_3 = v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon}; \quad T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \lambda; \quad p_3 = p_2 \lambda = p_1 \lambda \varepsilon^\kappa.$$

$$4. \text{ pont: } v_4 = v_1; \quad T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \lambda \left(\frac{v_1}{\varepsilon v_1} \right)^{\kappa-1} = T_1 \lambda;$$

$$p_4 = p_1 \frac{T_4}{T_1} = p_1 \lambda.$$

A bevezetett hőmennyiség, elvont hőmennyiség és a hasznos munka

$$q_{be} = c_v(T_3 - T_2); \quad q_{el} = c_v(T_1 - T_4); \quad w_h = q_{be} - |q_{el}|. \quad (12.7)$$

Termikus hatásfok

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_{el}|}{q_{be}} = 1 - \frac{c_v(T_4 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2)}. \quad (12.8)$$

A hőmérsékletek behelyettesítése után a körfolyamat termikus hatásfoka

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1 \lambda - T_1}{T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \lambda - T_1 \varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \quad (12.9)$$

$$\text{vagy} \quad \eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2}. \quad (12.10)$$

Az Otto-körfolyamat termikus hatásfokának változását mutatja a kompresszióviszony és κ függvényében a 12.3/c. ábra.

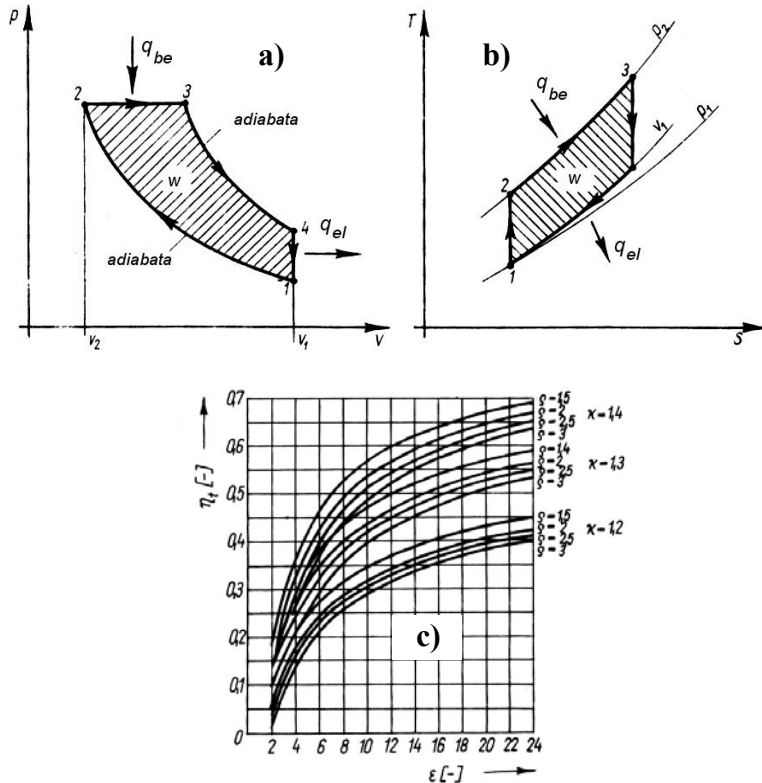
A diagramból kitűnik, hogy a kompresszióviszony növelésével nő az ideális Otto-körfolyamat termikus hatásfoka.

Megjegyezzük, hogy az Otto rendszerű valóságos motoroknál az ε növelésének határt szab a sűrített keverék idő előtti öngyulladás ($\varepsilon < 10$), amely károsan befolyásolja a motor üzemét.

Adott kompresszióviszony esetén a nagyobb adiabatikus kitevő nagyobb hatásfokot eredményez

12.2.2. Diesel-körfolyamat

A Diesel-körfolyamat a kompresszió-gyújtású belsőégésű motorok elméleti körfolyamata mely (12.4. ábra)



12.4. ábra - Diesel-körfolyamat p - v és T - s diagramja, valamint termikus hatásfokának változása

1-2 adiabatikus kompresszióból,
2-3 izobár hőközlésből,
3-4 adiabatikus expenzióból és
4-1 izochor hőelvonásból áll.

Adatok: T_1 ; p_1 ; a kompresszióviszony $\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$;

előzetes expenzióviszony $\rho = \frac{v_3}{v_2}$.

A körfolyamat egyes sarokponti jellemzőinek (fajtérfogat, hőmérséklet, nyomás) meghatározása:

$$1. \text{ pont: } v_1 = \frac{RT_1}{p_1}.$$

$$2. \text{ pont: } v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon}; \quad T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1}; \quad p_2 = p_1 \varepsilon^\kappa.$$

$$3. \text{ pont: } v_3 = v_2 \rho = \frac{v_1}{\varepsilon} \rho; \quad T_3 = T_2 \frac{v_3}{v_2} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \rho; \quad p_3 = p_2 = p_1 \varepsilon^\kappa.$$

$$4. \text{ pont: } v_4 = v_1; \quad T_4 = T_3 \left(\frac{v_3}{v_4} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \rho \left(\frac{v_1 \rho}{\varepsilon v_1} \right)^{\kappa-1} = T_1 \rho^\kappa;$$

$$p_4 = p_1 \frac{T_4}{T_1} = p_1 \rho^\kappa.$$

A bevezetett hőmennyiség, elvont hőmennyiség és a hasznos munka:

$$q_{be} = c_p (T_3 - T_2); \quad q_{el} = c_v (T_1 - T_4); \quad w_h = q_{be} - |q_{el}|. \quad (12.11)$$

Termikus hatásfok

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_{el}|}{q_{be}} = 1 - \frac{c_v (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)}. \quad (12.12)$$

A hőmérsékletek behelyettesítése után a körfolyamat termikus hatásfoka

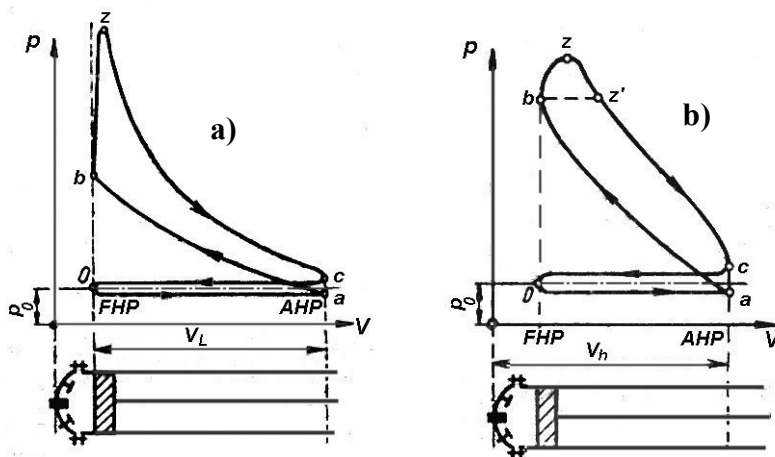
$$\eta_t = 1 - \frac{T_1 \rho^\kappa - T_1}{\kappa (T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \rho - T_1 \varepsilon^{\kappa-1})} = 1 - \frac{\rho^\kappa - 1}{\kappa \varepsilon^{\kappa-1} (\rho - 1)}. \quad (12.13)$$

A 12.4/c. ábrán a Diesel-körfolyamat termikus hatásfokának változása látható az (ε) kompresszióviszony, κ és ρ függvényében.

A diagramból látható, hogy az ideális Diesel-körfolyamat termikus hatásfoka a kompresszióviszonnyal nő, ugyanakkor az előzetes expanzióviszony növekedésével csökken. Mivel a dízelmotor nem keveréket sűrít, itt nem áll fenn az öngyulladás veszélye, így lényegesen nagyobb kompresszióviszonyt alkalmaznak ($\varepsilon = 10 \div 25$ vagy nagyobb). Az adiabatikus kitevő növelése szintén növeli a termikus hatásfokot.

A fentiekben tárgyalt Otto- és Diesel- körfolyamatok a belsőégésű dugattyús motorok elméleti, ideális körfolyamatai – melyek reverzibilis folyamatokból állnak. A valóságos motorokban lejátszódó folyamatokat az u.n. indikátor diagramban tudjuk nyomon követni. Az indikátor diagram a hengerben uralkodó nyomás változását mutatja a hengerben lévő gáztér-fogat vagy dugattyúelmozdulás függvényében, és mérés útján kerül meghatározásra.

A 12.5/a. ábra egy Otto-rendszerű (karburátoros vagy másképpen külső



12.5. ábra – Az Otto- és dízelmotor indikátor diagramja

keverékképzéses) négyütemű motor indikátordiagramját szemlélteti, ahol a 0-a szakasz az (FHP) felső holtponttól induló szívó, a-b sűrítési, b-z a hőközlési, z-c az alsó holtpontig (AHP) terjedő expanzió, c-0 a kipufogási ütem során szemlélteti a hengerben lejátszódó mennyiségi-, illetve állapotváltozásokat.

A 12.5/b. ábrán egy négyütemű dízelmotor indikátor diagramját láthatjuk. Itt a négy ütem hasonlóan tagolódik, a legjelentősebb különbség a hőközlési b-z ütem kisebb – az állandó nyomás felé közelítő - nyomásnövekedésében és nagyobb térfogatváltozásában van. A b-z' szaggatott vonal az állandó nyomású folyamatot jelöli.

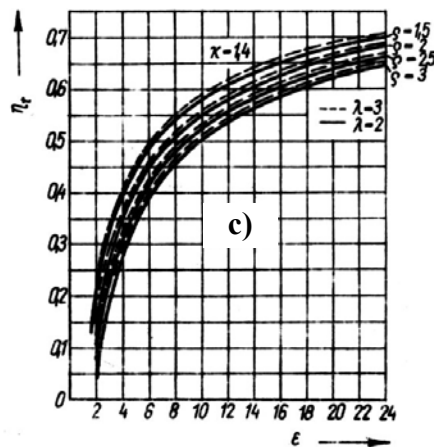
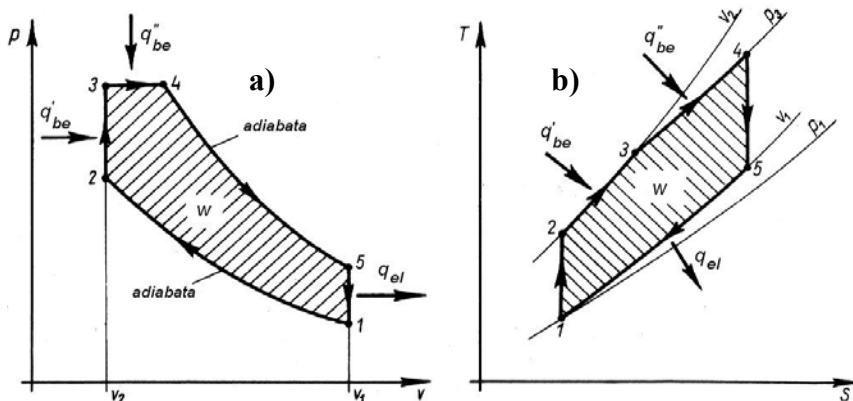
A két diagramból is kitűnik, hogy az Otto- és Diesel-körfolyamatot a valóságban nem lehet megvalósítani. Mint az 12.5/a. ábrából is látható, az Otto-motornál a hőközlés nem mehet végbe teljes egészében állandó térfogaton a felső holtpontban, mivel a véges égési sebesség (40-50 m/s) mi-

att a dugattyú égés közben elmozdul és az állandó nyomást közelítve folytatódik.

A dízelmotoroknál (12.5/b. ábra) pedig a nagy kompresszióviszony következtében az égés elég gyorsan megy végbe, így nem biztosítható az állandó nyomású hőbevezetés.

A hőközlési folyamat jobban közelíthető kezdeti izochor, majd azt követő izobár szakasszal.

12.2.3. Sabatier-körfolyamat



12.6. ábra - Sabatier-körfolyamat p - v és T - s diagramja, valamint termikus hatásfokának változása

A fentiekből következőleg a mai dugattyús motorok ideális körfolyamata többnyire a 12.6. ábra szerinti Sabatier-körfolyamat, mely az
 1-2 adiabatikus kompresszióból,
 2-3 izochor hőközlésből,
 3-4 izobár hőközlésből,
 4-5 adiabatikus expanzióból, és
 5-1 izochor hőelvonásból áll.

Az Otto-motorok esetében a 2-3 izochor hőközlési hányad a nagyobb és a 3-4 izobár hőközlés a kisebb, míg dízelmotoroknál fordítva van.

Adatok: $T_1; p_1$; kompresszióviszony $\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$; nyomásviszony $\lambda = \frac{p_3}{p_2}$;

előzetes expanzióviszony $\rho = \frac{v_3}{v_2}$.

A körfolyamat egyes sarokponti jellemzőinek (fajtérfogat, hőmérséklet, nyomás) meghatározása:

1. pont: $v_1 = \frac{RT_1}{p_1}$.

2. pont: $v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon}$; $T_2 = T_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1}$; $p_2 = p_1 \varepsilon^\kappa$.

3. pont: $v_3 = v_2 = \frac{v_1}{\varepsilon}$; $T_3 = T_2 \frac{p_3}{p_2} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \lambda$; $p_3 = p_2 \lambda = p_1 \lambda \varepsilon^\kappa$.

4. pont: $v_4 = v_3 \rho = \frac{v_1}{\varepsilon} \rho$; $T_4 = T_3 \frac{v_4}{v_3} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \lambda \rho$; $p_4 = p_3 = p_1 \lambda \varepsilon^\kappa$

5. pont: $v_5 = v_1$; $T_5 = T_4 \left(\frac{v_4}{v_5} \right)^{\kappa-1} = T_1 \varepsilon^{\kappa-1} \lambda \rho \left(\frac{v_1 \rho}{\varepsilon v_1} \right)^{\kappa-1} = T_1 \lambda \rho^\kappa$;

$p_4 = p_1 \frac{T_4}{T_1} = p_1 \rho^\kappa$.

Az állandó térfogaton és állandó nyomáson bevezetett hő:

$$q'_{be} = c_v (T_3 - T_2); \quad q''_{be} = c_p (T_4 - T_3). \quad (12.14)$$

Az állandó térfogaton elvont hő

$$q_{el} = c_v(T_1 - T_5). \quad (12.15)$$

A körfolyamat hasznos munkája

$$w_h = q'_{be} + q''_{be} - |q_{el}|. \quad (12.16)$$

A körfolyamat termikus hatásfoka

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_{el}|}{q'_{be} + q''_{be}} = 1 - \frac{c_v(T_5 - T_1)}{c_v(T_3 - T_2) + c_p(T_4 - T_3)}. \quad (12.17)$$

A hőmérsékletek behelyettesítése és egyszerűsítés után

$$\eta_t = 1 - \frac{\lambda \rho^\kappa - 1}{\varepsilon^{\kappa-1}(\lambda - 1) + \kappa \varepsilon^{\kappa-1} \lambda (\rho - 1)}. \quad (12.18)$$

Sabatier-körfolyamat $\lambda = 1$ esetén a Diesel-körfolyamatot, míg $\rho = 1$ helyettesítésnél az Otto-körfolyamatot jeleníti meg.

Ezekkel a helyettesítésekkel a Diesel- és Otto-körfolyamatok termikus hatásfok képletei is származtathatók a Sabatier-körfolyamat termikus hatásfok (12.18) összefüggéséből.

A 12.6/c. ábrán a Sabatier-körfolyamat termikus hatásfokának változása látható a kompresszióviszony κ , λ és ρ függvényében.

A diagramból kitűnik, hogy a kompresszióviszony és a nyomásviszony növeli, az előzetes expanzióviszony pedig csökkenti az ideális Sabatier-körfolyamat termikus hatásfokát. Az adiabatikus kitevő hatása hasonló, mint az előző két körfolyamat esetében volt.

12.2.4. Brayton-körfolyamat

A korszerű gázturbinák (repülőgép, jármű és ipari) általában Brayton (Humphrey-) körfolyamat szerint működnek, mely állandó nyomású hőközlési és hőelvonási, adiabatikus expanzió és kompresszió folyamatból áll (12.7. és 12.8. ábrák).

Ezek a folyamatok külön gépegységekben játszódnak le:

1-2 sűrítési folyamat a kompresszorban,

2-3 hőközlési folyamat az égéstérben,

3-4 expanzió a turbinában játszódik le.

A körfolyamat alapjellemezője a körfolyamat nyomásviszonya

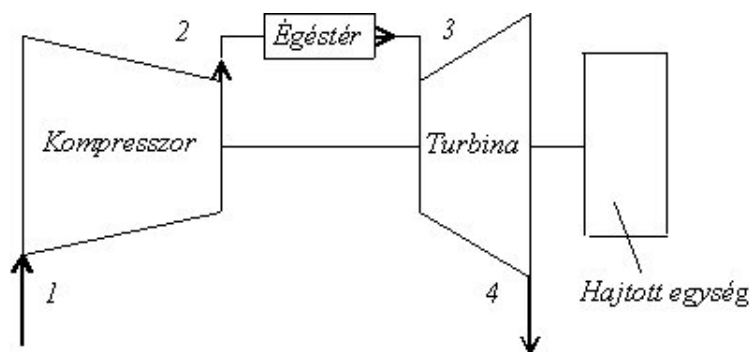
$$\pi = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4} \text{ és a turbina előtti hőmérséklet } (T_3), \text{ melyet a rendelkezésre}$$

álló turbinaanyagok hőállósága korlátoz. Ez a körfolyamat maximális hőmérséklete, mely lényegesen kisebb, mint a belsőégésű dugattyús motorok körfolyamatának legnagyobb hőmérséklete, mivel turbinánál hiányoznak az intenzív hűtés lehetőségei, és ugyanakkor ez a hőmérséklet állandóan igénybe veszi a turbinát, míg a dugattyús motoroknál ez a hatás csak pillanatnyi ideig tart.

A közlekedésben két típusával találkozunk: a tengelyteljesítményt adó gázturbinával és a sugárhajtóművel.

a) Tengelyteljesítményt adó gázturbina körfolyamata

A tengelyteljesítményt adó gázturbina turbinája a rajta átáramló forró gáz energiájából hajtja a saját munkaközegét biztosító kompresszort és - szükség esetén áttételen keresztül - a meghajtott egységet (légcsavart, hajócsavart, jármű kereket, generátort stb).

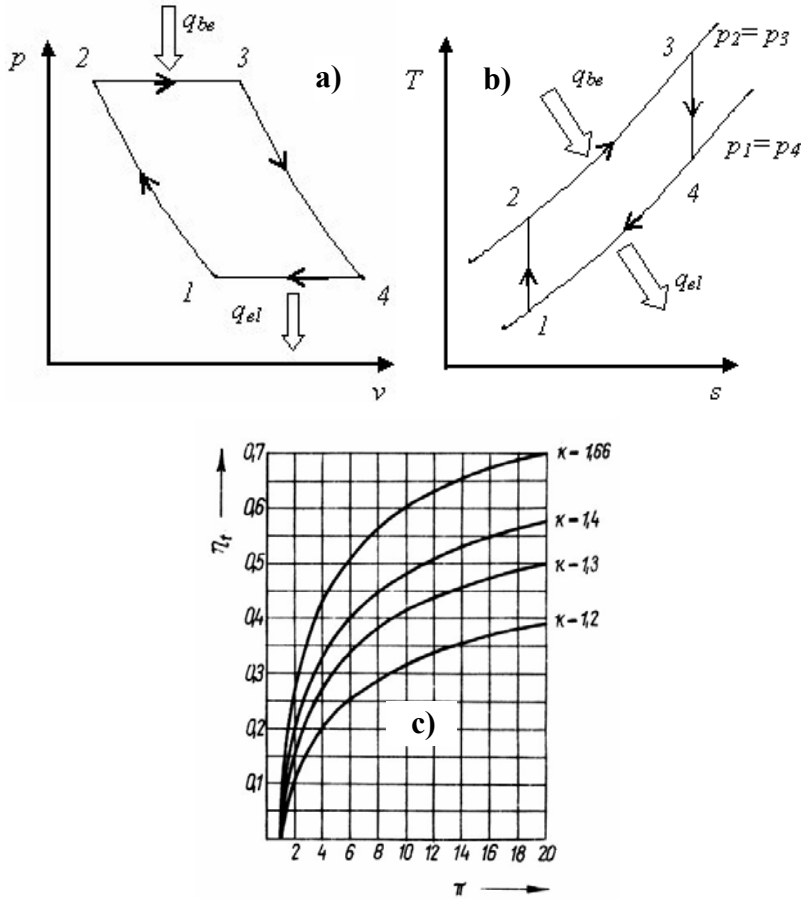


12.7. ábra - Tengelyteljesítményt adó gázturbina kapcsolási rajza

Adatok: T_1 , p_1 , a körfolyamat nyomásviszonya $\pi = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4}$; turbina

előtti hőmérséklet (T_3). A levezetés során feltételezzük, hogy a sebességek a gépegységekbe való ki- és belépésnél közel azonosak.

A közbenső pontok jellemzői (nyomás, hőmérséklet):



12.8. ábra - Brayton-körfolyamat p - v és T - s diagramja, valamint termikus hatásfokának változása

2. pont: $p_2 = p_1 \pi$; $T_2 = T_1 \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$.

3. pont: $p_3 = p_2 = p_1 \pi$.

4. pont: $p_4 = p_1$; $T_4 = \frac{T_3}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$.

A körfolyamat munkája

$$w_{\text{körf}} = q_{be} - |q_{el}| , \quad (12.19)$$

ahol

$$|q_{el}| = c_p (T_4 - T_1); \quad q_{be} = c_p (T_3 - T_2). \quad (12.20)$$

A körfolyamat (hasznos) munkája felírható, mint a turbinamunka (w_T) és a kompresszor munkaszükségletének (w_K) különbsége is.

$$w_T = |w_{t3,4}| = |(i_4 - i_3)| = c_p (T_3 - T_4); \quad (12.21)$$

$$w_K = w_{t1,2} = i_2 - i_1 = c_p (T_2 - T_1); \quad (12.22)$$

$$w_{körf} = w_T - w_K. \quad (12.23)$$

A tengelyteljesítmény

$$P = \dot{m} w_{körf}. \quad (12.24)$$

A termikus hatásfok

$$\eta_t = \frac{w_{körf}}{q_{be}} = \frac{q_{be} - |q_{el}|}{q_{be}} = 1 - \frac{|q_{el}|}{q_{be}}. \quad (12.25)$$

Behelyettesítve a hőmennyiségeket

$$\eta_t = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{\frac{T_3}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} - T_1}{T_3 - T_1 \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}. \quad (12.26)$$

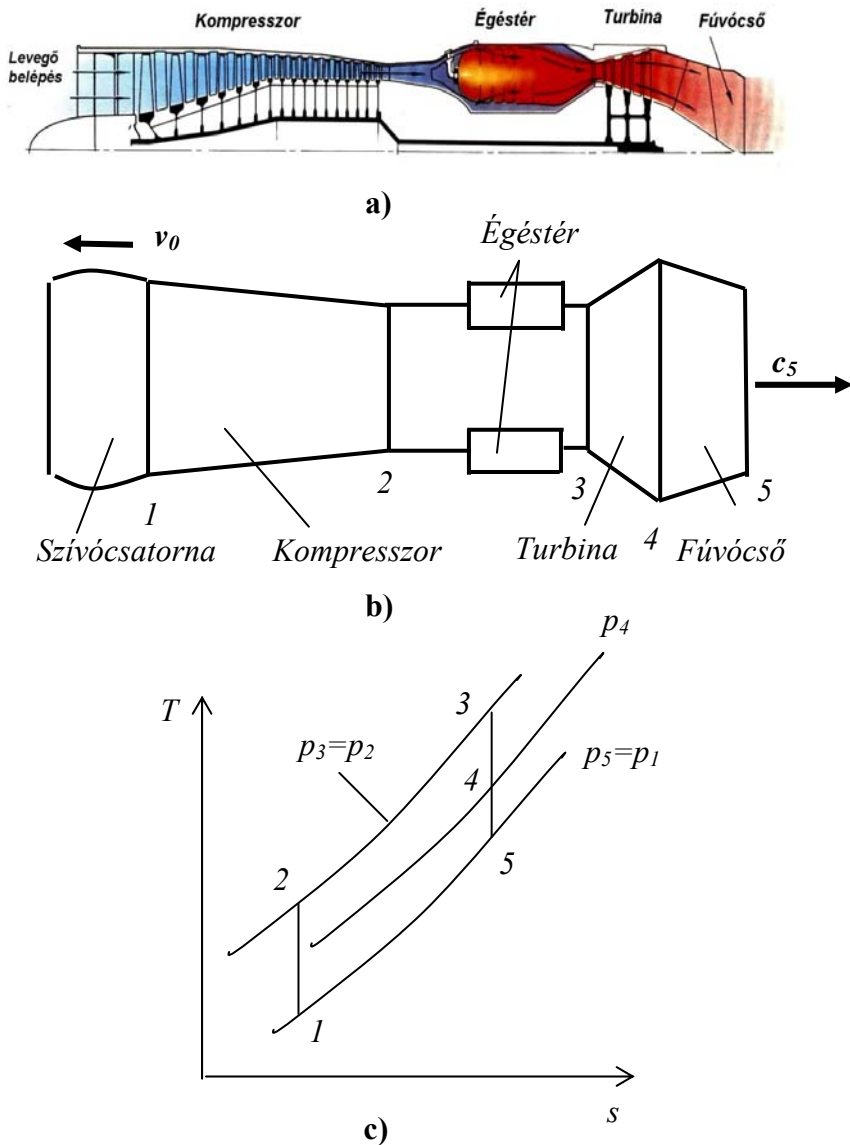
A termikus hatásfok változása a nyomásviszony és az adiabatikus kitevő függvényében látható a 12.8/c. ábrán.

A diagramból kitűnik, hogy a körfolyamat nyomásviszonyának növekedésével az ideális Brayton-körfolyamat termikus hatásfoka nő. A növekedés kezdetben gyors, majd a nagyobb nyomásviszonyoknál a növekedés üteme csökken. Hatásfok növekedést eredményez az adiabatikus kitevő növekedése is.

b) A sugárhajtómű körfolyamata

A sugárhajtóműben az égéstérből kilépő gáz energiatartalmából a turbina csak a kompresszor hajtásához szükséges energiát „veszi ki”, így a turbínából távozó gáz lényegesen nagyobb energiával (entalpiával, nyomással, hőmérséklettel) rendelkezik, mint a tengelyteljesítményt adó gázturbinák

esetében. Ez a környezetinél nagyobb nyomással rendelkező gáz a fúvócsőben expandál, miközben entalpiájának jelentős része makroszkopikus mozgási energiává alakul. A fúvócsőből nagy sebességgel kilépő gázáram az impulzustétel értelmében tolóerőt hoz létre - és ez az erő mozgatja a repülő objektumot [1], [25], [32].



12.9. ábra - Sugárhajtómű metszete, kapcsolási rajza és $T-s$ diagramja

Egy tipikus (egyszerűsített) sugárhajtómű metszetet mutat be a 12.9/a. ábra [32], melyen jól látható a gázáram a hajtóműben. Az ábrán a levegő kék, az égéstérben keletkező forró gázok piros színnel vannak jelölve.

A sugárhajtómű kapcsolási rajzát a 12.9/b., míg $T - s$ diagramját a 12.9/c. ábrán láthatjuk. A következő összefüggésekben a $T - s$ diagram jelöléseit alkalmazzuk.

A turbina munkája

$$w_T = c_p (T_3 - T_4).$$

A kompresszor munkaszükséglete

$$w_K = c_p (T_2 - T_1).$$

Sugárhajtóműnél a turbina csak a kompresszort hajtja, így

$$w_T = w_K, \quad (12.27)$$

$$c_p (T_3 - T_4) = c_p (T_2 - T_1). \quad (12.28)$$

Ebből a turbina utáni hőmérséklet a

$$T_4 = T_3 - (T_2 - T_1) \quad (12.29)$$

összefüggéssel, míg a nyomás a Poisson-egyenletből számítható:

$$p_4 = p_3 \left(\frac{T_4}{T_3} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (12.30)$$

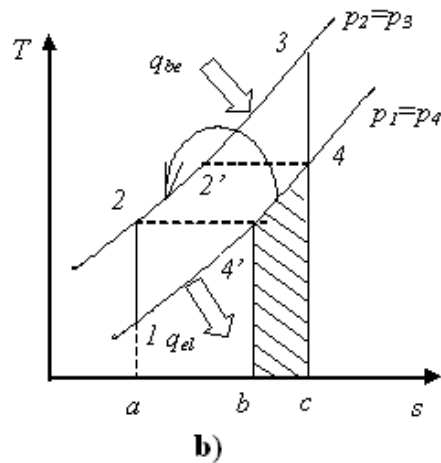
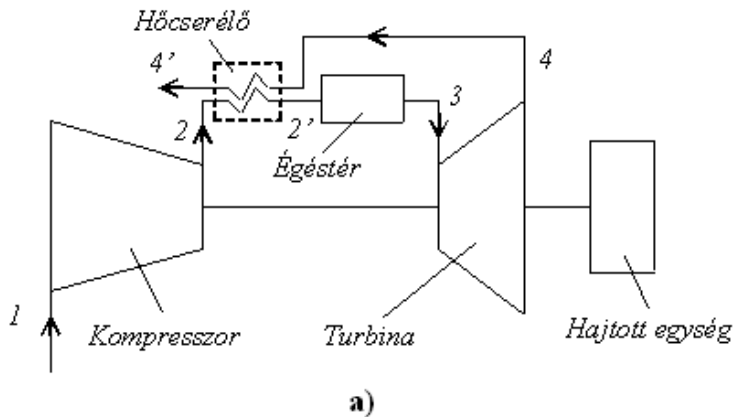
A tolóerőt az impulzus tétellel tudjuk meghatározni

$$F_t = \dot{m}(c_5 - v_0), \quad (12.31)$$

ahol \dot{m} - a fúvócsövön kiáramló gáz tömegárama; c_5 - sebessége; v_0 - a repülési sebesség.

c) Hőcserélős gázturbina körfolyamat

A körfolyamat termikus hatásfokának javítása céljából az égéstér elé hőcserélőt építenek be, ahol a turbinából távozó gáz viszonylag nagy hőmérsékletét felhasználják a kompresszorból kilépő levegő előmelegítésére (12.10/a. ábra). Ezáltal az adott turbina előtti hőmérséklet eléréséhez kevesebb tüzelőanyagot kell az égéstérbe juttatni - a termikus hatásfok javul.



12.10. ábra - Hőcserélős gázturbina kapcsolási rajza és T – s diagramja

Ideális hőcserélő (végtelen nagy hőcsere felület) esetén a hőmérsékletek (12.10/b. ábra)

$$T_{4'} = T_2 ; \quad T_{2'} = T_4 . \quad (12.32)$$

Valóságos hőcserélő esetén

$$T_{4'} > T_2 ; \quad T_{2'} < T_4 . \quad (12.33)$$

Ideális hőcserélő feltételezésével az elvont hőmennyiség

$$|q_{el}| = c_p (T_{4'} - T_1) = c_p (T_2 - T_1) . \quad (12.34)$$

a bevezetett hő

$$q_{be} = c_p(T_3 - T_{2'}) = c_p(T_3 - T_4). \quad (12.35)$$

A $T - s$ diagramban a hőcserélőben hasznosuló hőmennyiségnek megfelelő területet vonalkézással jelöltük.

Mint az összefüggésekből látható a hőcserélős körfolyamatban az égésterbe bevezetett hő a turbina munkájával (w_T), az elvont hő abszolút értéke pedig a kompresszor munkájával (w_K) egyezik meg.

$$w_T = |w_{13,4}| = c_p(T_3 - T_4) = q_{be}; \quad w_K = c_p(T_2 - T_1) = |q_{el}|. \quad (12.36)$$

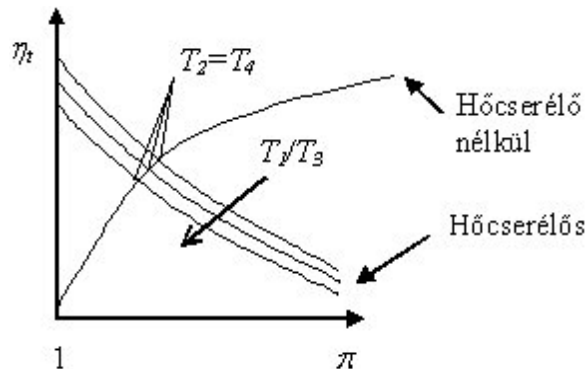
Hőcserélő alkalmazásával ideális esetben a körfolyamat munkája nem változik, mivel sem a turbina, sem a kompresszor jellemzőiben nem következett be változás.

$$w_{körf} = w_T - w_K = q_{be} - |q_{el}|. \quad (12.37)$$

A termikus hatástok

$$\eta_t = \frac{w_{körf}}{q_{be}} = \frac{q_{be} - |q_{el}|}{q_{be}} = 1 - \frac{|q_{el}|}{q_{be}},$$

$$\eta_t = 1 - \frac{T_{4'} - T_1}{T_3 - T_{2'}} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}. \quad (12.38)$$



12.11. ábra - Hőcserélős és hőcserélő nélküli gázturbina hatásfokának összehasonlítása

A termikus hatásfok változása a nyomásviszony függvényében hőcserélős és hőcserélő nélküli ideális gázturbina körfolyamatok esetében látható a 12.11. ábrán.

A diagramból kitűnik, hogy a hőcserélős gázturbina kis nyomásviszonyok esetén rendelkezik jobb termikus hatásfokkal, mint a hőcserélő nélküli.

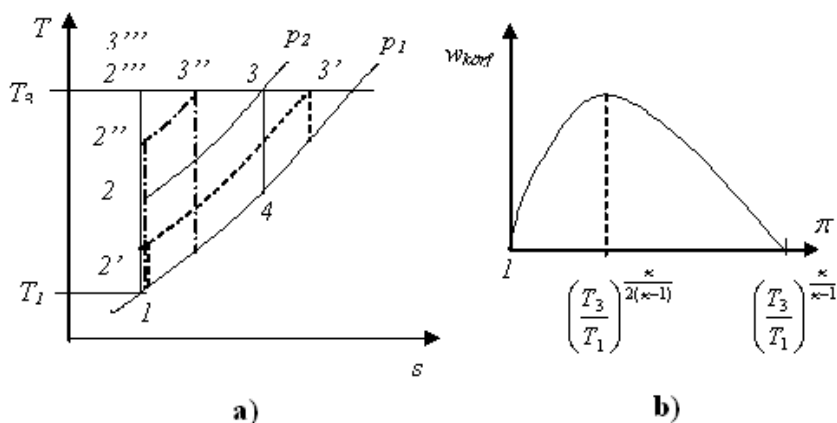
A két görbe metszéspontja a hőcserélő alkalmazhatóságának határa, amikor a kompresszor és a turbina kilépő hőmérséklete megegyezik ($T_2=T_4$).

Ez a nyomásviszony-határ a két hatásfok azonosságából határozható meg

$$1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}; \rightarrow \pi_{határ} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{2(\kappa-1)}}. \quad (12.39)$$

d) A legnagyobb hasznos munka

A gázturbina működését alapvetően a környezeti hőmérséklet (T_1), a környezeti nyomás (p_1) és a fentiekben részletezettek következtében a turbina előtti hőmérséklet (T_3) határozza meg.



12.12. ábra - Gázturbinás körfolyamatok munkájának változása adott T_3 , T_1 , és p_1 esetén

A 12.12/a. ábra szemlélteti azt a tartományt a $T - s$ diagramban, ahol az adott feltételek mellett a gázturbinás körfolyamat megvalósítható. Az ábrából jól látható, hogy a határoló vonalak közé berajzolható gázturbinás körfolyamatok a körfolyamat nyomásviszonyától függően különböző

hasznos-munka területtel rendelkeznek. Ezek két szélső esetben zérus értékűek: egyrészt ha a nyomásviszony $\pi = 1$, másrészt ha az izentrópikus sűrítés vég hőmérséklete eléri a T_3 értéket ($T_3 = T_2$), vagyis a nyomásviszony

$$\pi = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}. \quad (12.40)$$

A két nyomásviszony érték között a körfolyamat munkája a 12.12/b. ábra szerint változik és egy bizonyos nyomásviszonynál, eléri legnagyobb értékét.

A körfolyamat munkája (a hasznos munka) - (12.36), (12.37) alapján

$$w_{körf} = c_p \left\{ T_3 \left(1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} \right) - T_1 \left(\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right) \right\}. \quad (12.41)$$

A $w_{körf}$ maximumának helye e függvény deriváltjának zérus értékénél határozható meg, vagyis a

$$\frac{\partial w_{körf}}{\partial \pi} = 0, \dots \text{ illetve a } \frac{\partial w_{körf}}{\partial \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 0 \quad (12.42)$$

egyenletből, mely a deriválás után a következő alakot ölti

$$\frac{\partial w_{körf}}{\partial \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = c_p \frac{T_3}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} - T_1 c_p = 0. \quad (12.43)$$

Az egyenlet megoldása az a nyomásviszony ahol a hasznos munka maximális

$$\pi_{w_{körf_{\max}}} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{2(\kappa-1)}}. \quad (12.44)$$

Ez a kifejezés megegyezik a hőcserélős gázturbina nyomásviszonyhatárával, vagyis a legnagyobb hasznos munkát szolgáltató körfolyamatban is megegyezik a kompresszor és turbina kilépő hőmérséklete ($T_2 = T_4$). Ebből következik, hogy az ilyen körfolyamatban nincs értelme hőcserélőt alkalmazni.

A legnagyobb hasznos munka értéke (12.41) és (12.44) alapján:

$$w_{k\ddot{o}r\ddot{o}f} = c_p \left\{ T_3 \left[1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} \right] - T_1 \left[\sqrt{\frac{T_3}{T_1}} - 1 \right] \right\} = c_p (T_3 - 2\sqrt{T_1 T_3} + T_1) \quad (12.45)$$

Példa:

Ideális hőcserélős gázturbina körfolyamat fajlagos hasznos munkája $4,27 \cdot 10^4 \text{ J/kg}$, $\eta_t = 55 \%$. Meghatározandó: a) a berendezés turbinája által szolgáltatott fajlagos munka; b) a kompresszió kezdeti hőmérséklete, ha a turbina előtti $1000 \text{ }^\circ\text{C}$; c) a hőcserélő nélküli körfolyamat termikus hatásfoka. $R=287 \text{ J/(kg K)}$, $\kappa=1,4$.

Megoldás:

$$a) \eta_t = \frac{w_h}{q_{be}} \rightarrow q_{be} = \frac{w_h}{\eta_t} = \frac{4,27 \cdot 10^4}{0,55} = 7,7636 \cdot 10^4 \text{ J/kg}.$$

Ideális hőcserélős gázturbinánál $w_T = q_{be}$ ezért

$$w_T = q_{be} = 7,7636 \cdot 10^4 \text{ J/kg}.$$

$$b) \eta_{t \text{ hőcs}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - \frac{T_2}{T_3},$$

ebből

$$T_2 = (1 - \eta_{t \text{ hőcs}}) T_3 = (1 - 0,55) 1273 = 572,85 \text{ K},$$

$$w_h = w_T - w_K, \quad \text{melyből}$$

$$w_K = w_T - w_h = 77,636 - 42,7 = 34,936 \text{ kJ/kg},$$

másrészt

$$w_K = c_p (T_2 - T_1), \quad T_1 = T_2 - \frac{w_K}{c_p} = 572,85 - \frac{34936}{1005} = 538,38 \text{ K}.$$

$$c) \eta_{t \text{ hn}} = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}} = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{538,38}{572,85} = 0,067.$$

$$\text{mivel } \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \frac{T_2}{T_1}.$$

13. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása

A körfolyamatok termikus hatásfok szerinti összehasonlítása meghatározott feltételek között történik, melyek:

- azonos nyomáshatárok között,
- azonos térfogathatárok között,
- azonos hőmérséklethatárok között.

Az összehasonlítás úgy történik, hogy az összehasonlítandó körfolyamatokat $p - v$ vagy $T - s$ diagramban egyberajzoljuk. Az egyberajzolás során az azonos folyamatoknak lehetőség szerint egybe kell esniük.

A Carnot-körfolyamat $T - s$ diagramban könnyebben ábrázolható, ezért az ezzel történő összehasonlítást $T - s$ diagramban végezzük, és célszerű a körfolyamat képletek és a $T - s$ diagram együttes használata.

Hasonlóan $T - s$ diagramban hasonlítjuk össze a körfolyamatokat azonos hőmérséklethatárok között (az izotermák egyszerűbb ábrázolása miatt).

(Az egyszerűbb ábrázolhatóság kedvéért a $T - s$ diagramokban a $p =$ állandó és $v =$ állandó – bár azok ténylegesen exponenciális görbék – egyenesekkel ábrázoltuk).

A vonatkozó körfolyamathoz tartozó pontokat, munkákat és hőmennyiségeket az indexekben a körfolyamat nevének kezdőbetűjével jelöljük.

Az egyberajzolt körfolyamatokat a 13.1. – 13.3. ábrákon láthatjuk.

Az elemzésnél alkalmazott alapelvek:

- az azonos folyamatokhoz azonos hőmennyiségek tartoznak
- mind a $p - v$, mind a $T - s$ diagramban a körfolyamat által körbezárt terület a körfolyamat munkájával ($w_{k\ddot{o}rf}$ vagy w_h) egyenlő.

A termikus hatásfok meghatározásához a diagramokból megállapítható adatok függvényében az

$$\eta_t = \frac{w_h}{q_{be}} \quad (13.1)$$

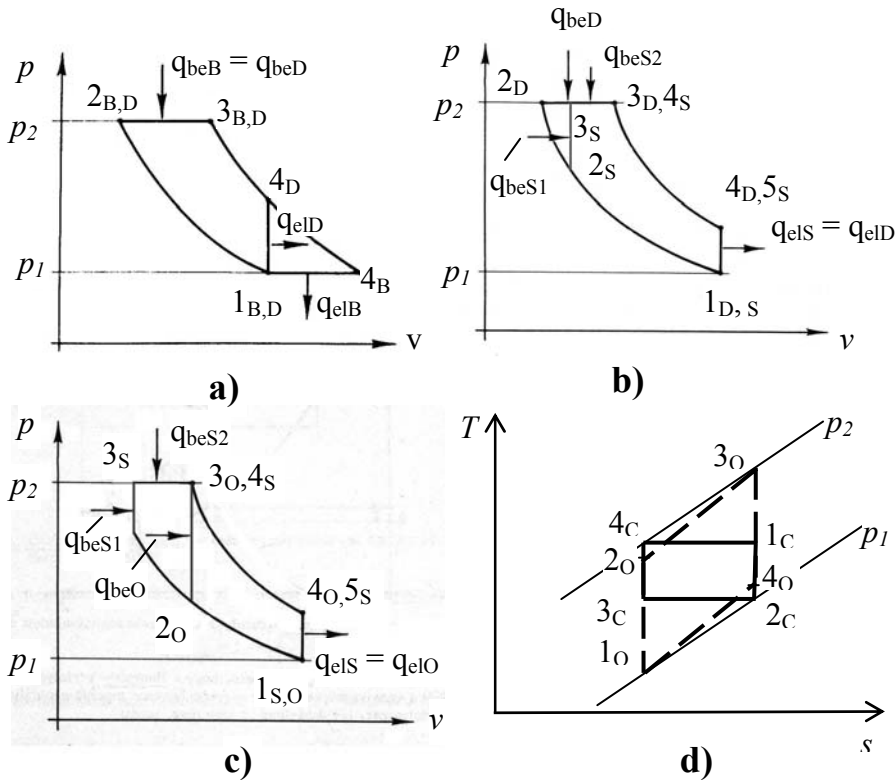
vagy

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_{el}|}{q_{be}} \quad (13.2)$$

összefüggéseket használjuk, szem előtt tartva, hogy

$$q_{be} = w_h + |q_{el}|. \quad (13.3)$$

13.1. Összehasonlítás azonos nyomáshatárok között



13.1. ábra – Körfolyamatok egyberajzolása azonos nyomáshatárok között

a) Brayton- és Diesel-körfolyamatok összehasonlítása (13.1/a. ábra)

A feltételeknek megfelelően elkészített 13.1/a. ábrából következik:
A két körfolyamatban a bevezetett hőmennyiség azonos

$$q_{beB} = q_{beD}.$$

A két körfolyamat által bezárt területek összehasonlításából

$$w_{hB} > w_{hD}.$$

A termikus hatásfok (13.1) kifejezését alkalmazva a két körfolyamatra, kapjuk

$$\eta_{tB} = \frac{w_{hB}}{q_{beB}} > \eta_{tD} = \frac{w_{hD}}{q_{beD}}.$$

b) Diesel- és Sabatier-körfolyamatok összehasonlítása (13.1/b. ábra)

A 13.1/b. ábrából következőleg az elvont hőmennyiségek azonosak

$$q_{elD} = q_{elS}.$$

A területekből következik

$$w_{hD} > w_{hS}.$$

A bevezetett hőmennyiség (13.3)

$$q_{be} = w_h + |q_{el}|,$$

így

$$q_{beD} > q_{beS}.$$

A termikus hatásfok (13.2) kifejezéséből következik

$$\eta_{tD} > \eta_{tS}.$$

c) Sabatier- és Otto-körfolyamatok összehasonlítása (13.1/c. ábra)

Az ábra alapján

$$q_{elSabatier} = q_{elOtto},$$

$$w_{hS} > w_{hO}.$$

A bevezetett hőmennyiség

$$q_{be} = w_h + |q_{el}|,$$

így

$$q_{beS} > q_{beO}.$$

A termikus hatásfok (13.2) kifejezését alkalmazva a két körfolyamatra, kapjuk

$$\eta_{tS} > \eta_{tO}.$$

d) Otto- és Carnot-körfolyamatok összehasonlítása (13.1/d. ábra)

Az Otto-körfolyamat termikus hatásfoka

$$\eta_{tO} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{T_{1O}}{T_{2O}}.$$

A Carnot-körfolyamat termikus hatásfoka

$$\eta_{tC} = 1 - \frac{T_{2C}}{T_{1C}}.$$

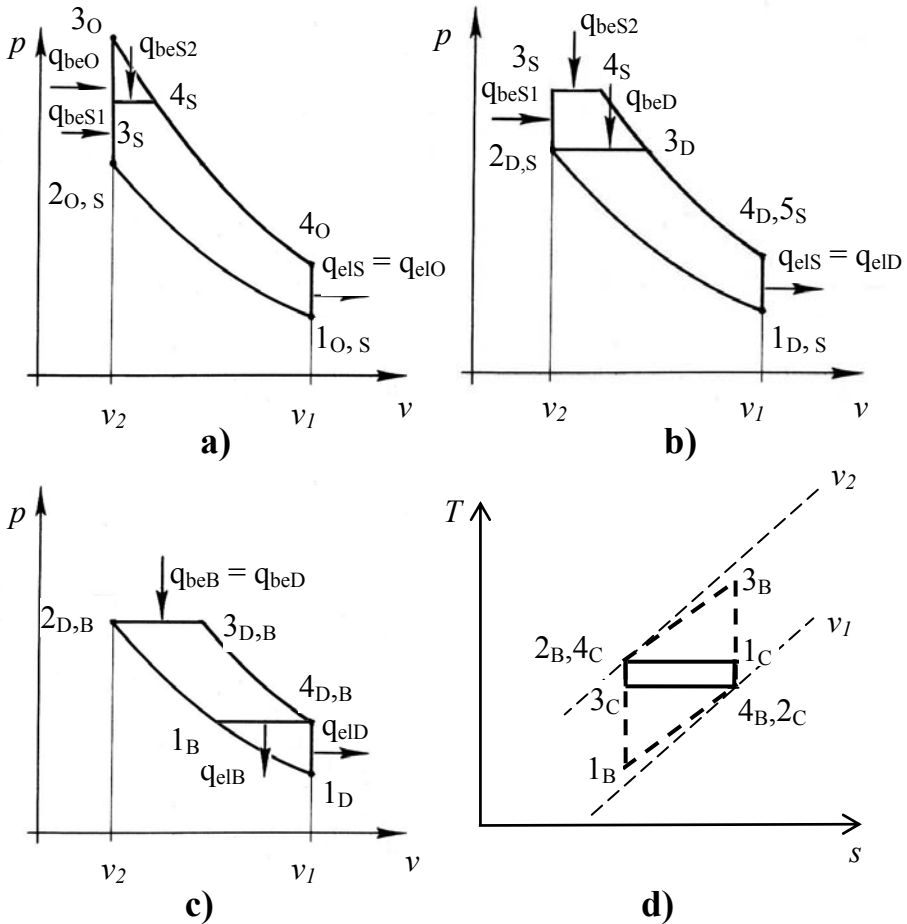
Mint a 13.1/d. ábrából kitűnik,

$$\frac{T_{2C}}{T_{1C}} > \frac{T_{1O}}{T_{2O}}, \quad \text{ezért} \quad \eta_{tO} > \eta_{tC}.$$

Tehát a körfolyamatok termikus hatásfok szerinti sorrendje *azonos nyomáshatárok között*:

Brayton-, Diesel-, Sabatier-, Otto- és Carnot-körfolyamat.

13.2. Összehasonlítás azonos térfogathatárok között



13.2. ábra – Körfolyamatok egyberajzolása azonos térfogathatárok között

Azonos térfogathatárok között végezve az összehasonlítást, a 13.1. pontban alkalmazott eljárást követjük. Mivel a levezetés módja megegyezik, ezért csak a fő lépéseket és az összehasonlítás eredményét közöljük.

a) Otto- és Sabatier-körfolyamatok összehasonlítása (13.2/a. ábra)

$$q_{elS} = q_{elO}, \quad w_{hS} < w_{hO} \rightarrow q_{be} = w_h + |q_{el}|,$$

melyből a fentiek alapján következik

$$\eta_{tS} < \eta_{tO}.$$

b) Sabatier- és Diesel-körfolyamatok összehasonlítása (13.2/b. ábra)

$$q_{elD} = q_{elS}, \quad w_{hD} < w_{hS}, \quad \rightarrow \quad q_{beD} < q_{beS}.$$

Az összehasonlítás eredménye

$$\eta_{tD} < \eta_{tS}.$$

c) Diesel- és Brayton-körfolyamatok összehasonlítása (13.2/c. ábra)

$$q_{beB} = q_{beD}, \quad w_{hB} < w_{hD}.$$

A termikus hatásfokok viszonya

$$\eta_{tB} = \frac{w_{hB}}{q_{beB}} < \eta_{tD} = \frac{w_{hD}}{q_{beD}}.$$

d) Brayton- és Carnot-körfolyamatok összehasonlítása (13.2/d. ábra)

$$\eta_{tB} = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{T_{1B}}{T_{2B}}, \quad \eta_{tC} = 1 - \frac{T_{2C}}{T_{1C}}.$$

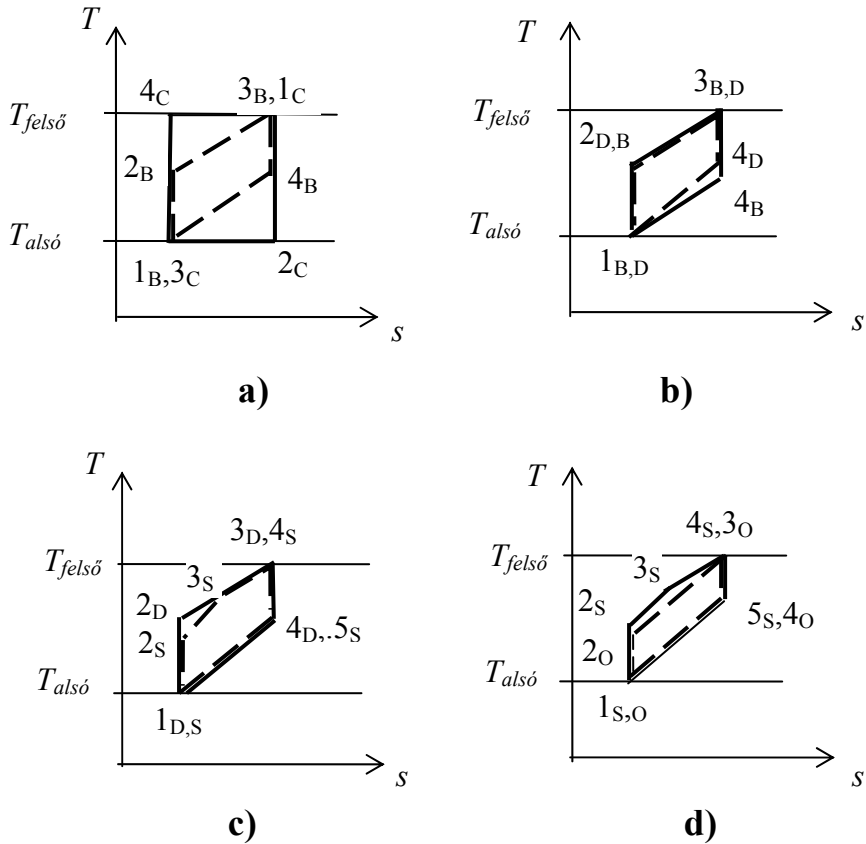
Mivel $\frac{T_{2C}}{T_{1C}} > \frac{T_{1B}}{T_{2B}}$, ezért

$$\eta_{tB} > \eta_{tC}.$$

Tehát a körfolyamatok termikus hatásfok szerinti sorrendje *azonos térfogatúak között*:

Otto-, Sabatier-, Diesel-, Brayton- és Carnot-körfolyamat.

13.3. Összehasonlítás azonos hőmérséklet határok között



13.3. ábra – Körfolyamatok egyberajzolása azonos hőmérséklet határok között

a) Carnot- és Brayton-körfolyamatok összehasonlítása (13.3/a. ábra)

A Brayton-körfolyamat termikus hatásfoka

$$\eta_{tB} = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{T_{1B}}{T_{2B}}$$

A Carnot-körfolyamat termikus hatásfoka

$$\eta_{tC} = 1 - \frac{T_{2C}}{T_{1C}}$$

Mivel a 13.3/a. ábrából következőleg $\frac{T_{2C}}{T_{1C}} < \frac{T_{1B}}{T_{2B}}$, ezért

$$\eta_{tB} < \eta_{tC}.$$

b) Brayton- és Diesel-körfolyamatok összehasonlítása (13.3/b. ábra)

Az ábrából következik

$$q_{beB} = q_{beD},$$

$$w_{hB} > w_{hD},$$

melyekből a két körfolyamat termikus hatásfokának viszonya

$$\eta_{tB} = \frac{w_{hB}}{q_{beB}} > \eta_{tD} = \frac{w_{hD}}{q_{beD}}.$$

c) Diesel- és Sabatier-körfolyamatok összehasonlítása (13.3/c. ábra)

Az. ábrából látható

$$q_{elD} = q_{elS},$$

$$w_{hD} > w_{hS}.$$

A bevezetett hőmennyiség (13.3)

$$q_{be} = w_h + |q_{el}|,$$

így

$$q_{beD} > q_{beS}.$$

Ezekből a (13.1) alapján következik

$$\eta_{tD} > \eta_{tS}.$$

d) Sabatier- és Otto-körfolyamatok összehasonlítása (13.3/d. ábra)

A 13.3/d ábra alapján

$$q_{elS} = q_{elO},$$

$$w_{hS} > w_{hO}.$$

Így a bevezetett hőmennyiség (13.3) alapján

$$q_{be} = w_h + |q_{el}|,$$

ennek figyelembe vételével

$$q_{beS} > q_{beO}.$$

A termikus hatásfok (13.1) kifejezését alkalmazva a vizsgált két körfolyamatra

$$\eta_{tS} > \eta_{tO}.$$

Tehát a körfolyamatok termikus hatásfok szerinti sorrendje *azonos hőmérséklet határok között:*

Carnot-, Brayton-, Diesel-, Sabatier- és Otto-körfolyamat.

A folyamatok különböző feltételek melletti összehasonlításából megállapíthatjuk, hogy *mindig az a körfolyamat rendelkezik a legjobb termikus hatásfokkal, ahol a teljes hőközlés az egyik, míg a teljes hőelvonás a másik határon megy végbe.*

A körfolyamatok közötti sorrendet az dönti el, hogy az egyes körfolyamatok hőközlési, illetve hőelvonási folyamatai mennyire közelítik meg a határokat.

14. Reverzibilis és irreverzibilis körfolyamatok sajátosságai

14.1. Reverzibilis körfolyamatok

A reverzibilis Carnot-körfolyamat termikus hatásfokát az

$$\eta_t = 1 - \frac{T_2}{T_1} \quad (14.1)$$

(12.6) kifejezéssel számíthatjuk, míg legáltalánosabb esetben a termikus hatásfok

$$\eta_t = \frac{q_1 - |q_2|}{q_1}. \quad (14.2)$$

A (14.1) és (14.2) egybevetéséből következik, hogy

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{q_1 - |q_2|}{q_2},$$

ahonnan

$$\frac{|q_2|}{q_1} = \frac{T_2}{T_1}, \text{ illetve } \frac{|q_2|}{T_2} = \frac{q_1}{T_1}$$

vagy

$$\frac{q_1}{T_1} - \frac{|q_2|}{T_2} = 0. \quad (14.3)$$

Mivel az elvont hőt negatívnak tekintjük, akkor a

$$\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} = 0 \quad (14.4)$$

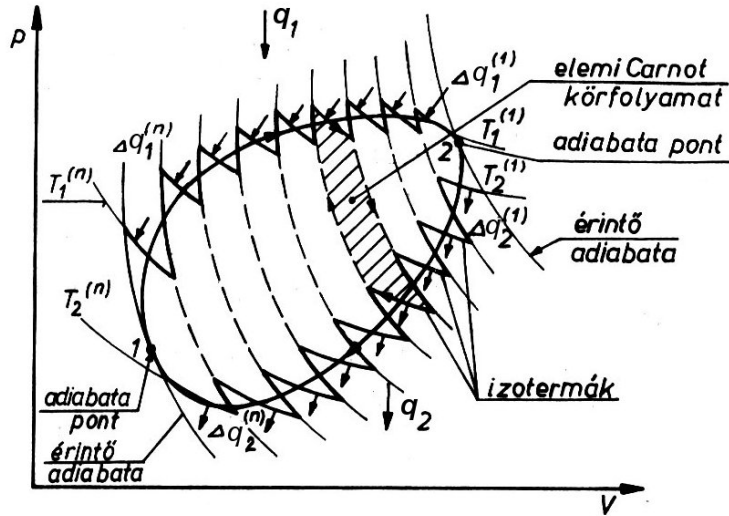
kifejezés általános esetben

$$\sum_{i=1}^2 \frac{q_i}{T_i} = 0 \quad (14.5)$$

alakba írható.

A bevezetett, vagy elvont hőmennyiség és a megfelelő (bevezetési és elvonási) abszolút hőmérsékletek hányadosát *redukált hőmennyiségnek* nevezzük. Így a (14.5) egyenlőséget szavakban a következőképpen fejezhetjük ki: *a redukált hőmennyiségek algebrai összege a reverzibilis Carnot-körfolyamatban zérus.*

Ez a következtetés általánosítható bármilyen reverzibilis körfolyamatra. Vegyünk egy tetszés szerinti reverzibilis körfolyamatot (14.1. ábra).



14.1. ábra - Körfolyamat felbontása elemi Carnot-körfolyamatokra

A 14.1 ábrából látjuk, hogy bármely reverzibilis körfolyamat felépíthető elemi reverzibilis Carnot-körfolyamatokból, melyek mindegyike rendelkezik saját hőforrással, melytől Δq_1 hőmennyiséget kap és saját hűtőközeggel, melynek Δq_2 hőmennyiséget lead. (Megjegyezzük, hogy a reverzibilis körfolyamat megvalósításához végtelen sok hőforrásra és hőelvonási lehetőségre van szükség.)

A (14.5) egyenlet alapján ezen elemi Carnot-körfolyamatok mindegyikére (legyen összesen n db) felírható:

$$\frac{\Delta q_1^{(1)}}{T_1^{(1)}} + \frac{\Delta q_2^{(1)}}{T_2^{(1)}} = 0 \text{ (az első körfolyamatra),}$$

$$\frac{\Delta q_1^{(2)}}{T_1^{(2)}} + \frac{\Delta q_2^{(2)}}{T_2^{(2)}} = 0 \text{ (a második körfolyamatra),}$$

$$\dots$$

$$\frac{\Delta q_1^{(n)}}{T_1^{(n)}} + \frac{\Delta q_2^{(n)}}{T_2^{(n)}} = 0 \text{ (az "n"-ik körfolyamatra).}$$

Az egyenleteket összegezve kapjuk:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{\Delta q_i^{(j)}}{T_i^{(j)}} = 0. \quad (14.6)$$

Ezzel az egyenlőséggel közelítően jellemeztük az adott körfolyamatot. Pontos eredményt akkor kapunk, ha $n \rightarrow \infty$. Ez esetben a (14.6) egyenlet

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{\Delta q_i^{(j)}}{T_i^{(j)}} = 0$$

alakú lesz, amely - mint a matematikából ismeretes

$$\oint \frac{\delta q}{T} = 0 \quad (14.7)$$

formában írható.

Azaz a redukált hőmennyiségek integrál összege bármely reverzibilis körfolyamat esetén zérus. Ezt az összefüggést 1854-ben Clausius vezette le és ezért *Clausius első integráljának* is szokás nevezni.

14.2. Irreverzibilis körfolyamatok

Vegyünk egy irreverzibilis Carnot-körfolyamatot. Az ilyen körfolyamat termikus hatásfoka az irreverzibilitásból adódó veszteségek következtében kisebb, mint a reverzibilis Carnot-körfolyamaté.

Az

$$(\eta_t)_{irrev} < (\eta_t)_{rev} \quad (14.8)$$

kifejezésből, következik, hogy

$$\left(\frac{q_1 - |q_2|}{q_1} \right)_{irrev} < \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1} \right),$$

illetve elemi Carnot-körfolyamatokra felírhatjuk

$$\left(\frac{\Delta q_1 - |\Delta q_2|}{\Delta q_1} \right)_{irrev} < \left(\frac{T_1 - T_2}{T_1} \right),$$

továbbá

$$\left(\frac{|\Delta q_2|}{\Delta q_1} \right)_{irrev} > \frac{T_2}{T_1},$$

ahonnan

$$\left(\frac{\Delta q_1}{T_1} \right)_{irrev} - \left(\frac{|\Delta q_2|}{T_2} \right)_{irrev} < 0,$$

majd a hőmennyiségek előjelének figyelembevételével

$$\sum_{i=1}^2 \frac{\Delta q_i}{T_i} < 0,$$

ahol T_i - a hőtartályok hőmérsékletét jelöli.

Tekintsük most a 14.1. ábra szerinti körfolyamatot olyan irreverzibilis körfolyamatnak, amelyben a körfolyamatot megvalósító munkaközegnek minden pontban meghatározott hőmérséklete van és adiabatákkal osszuk elemi körfolyamatokra. Minden ilyen módon képzett elemi körfolyamat irreverzibilis Carnot-körfolyamatnak tekinthető.

A reverzibilis körfolyamat vizsgálatánál alkalmazott módszert felhasználva

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^2 \frac{\Delta q_i^{(j)}}{T_i^{(j)}} < 0,$$

illetve

$$\oint \frac{\delta q}{T} < 0. \quad (14.9)$$

A (14.7) és (14.9) összefüggésekben az integrálás a munkaközeg állapotváltozását (körfolyamatot) leíró teljes zárt görbe mentén értendő.

A két kifejezés helyes értelmezéséhez a következőket kell megjegyezni:

- mivel reverzibilis körfolyamat esetén a munkaközeg és a hőtartály között reverzibilis hőáramlás van (egyensúlyi állapotok), a (14.7) egyenletben szereplő T hőmérséklet mind a hőtartályra, mind a munkaközegre vonatkozik, ezért ez az egyenlet a hőtartályokból és munkaközegből álló rendszer teljes egészére érvényes;
- ugyanakkor irreverzibilis körfolyamatoknál a (14.9) egyenlőtlenségben a T a levezetés gondolatmenetéből következőleg csak a hőforrás hőmérsékletét jelöli - amely a hőáramlás irreverzibilis volta miatt nem egyezik meg a munkaközeg hőmérsékletével - így a (14.9) összefüggés a

hőtartályokból, munkaközegből álló rendszer egészére érvényes, de külön a munkaközegre nem.

Például reverzibilis Carnot-körfolyamat esetén a (14.4) egyenlet alapján

$$\frac{q_1}{T_1} + \frac{q_2}{T_2} = 0,$$

ahol $T_1 = T_1^{\text{hőforrás}} = T_1^{\text{munkaközeg}}$ míg $T_2 = T_2^{\text{hűtőközeg}} = T_2^{\text{munkaközeg}}$.

Tételezzük fel, hogy egy irreverzibilis Carnot-körfolyamatban a munkaközeg hőmérséklete minden pontban megegyezik a reverzibilis Carnot-körfolyamat megfelelő pontjainak hőmérsékletével.

Az irreverzibilitást a hőforrás és a munkaközeg, valamint a munkaközeg és hűtőközeg közötti véges hőmérsékletkülönbség melletti hőáramlás okozza. Ekkor

$$T_1^{\text{hőforrás}} > T_1^{\text{munkaközeg}} \text{ és } T_2^{\text{munkaközeg}} > T_2^{\text{hűtőközeg}}.$$

A (14.4) egyenlet alapján nyilvánvaló, hogy az adott irreverzibilis Carnot-körfolyamatban

$$\frac{q_1}{T_1^{\text{hőforrás}}} + \frac{q_2}{T_2^{\text{hűtőközeg}}} < 0,$$

azaz

$$\sum \frac{q}{T} < 0. \quad (14.10)$$

15. Az entrópia és irreverzibilitás

Az előzőekben láttuk, hogy reverzibilis körfolyamatokra

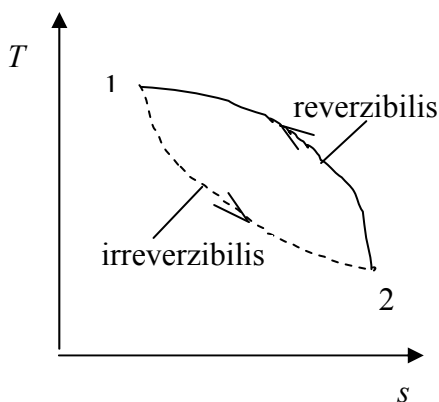
$$\oint \frac{\delta q}{T} = 0 .$$

A matematikából ismeretes, hogy ez az egyenlőség csak akkor áll fenn, ha $\frac{\delta q}{T}$ teljes differenciálja valamilyen függvénynek. Mint már más úton is bizonyítottuk – ez a mennyiség az entrópia elemi változása:

$$ds = \frac{\delta q}{T} . \quad (15.1)$$

Az entrópia fogalmát ideális (reverzibilis) folyamatokkal kapcsolatban vezettük be. Ebből arra a következtetésre juthatnánk, hogy az entrópia nem alkalmazható irreverzibilis folyamatok analízisekor. Emlékeznünk kell azonban arra, hogy az entrópia állapotjelző, tehát változásának értéke csak a kezdeti- és végállapotoktól függ, nem attól, hogy milyen volt a folyamat.

15.1. Entrópiaváltozás és irreverzibilitás kapcsolata



15.1. ábra - Irreverzibilis és reverzibilis folyamat két állapot között

Tételezzük fel, hogy egy rendszer irreverzibilis folyamattal jut el az 1 állapotból 2-be. Ezt a 15.1. ábrán feltételesen szaggatott vonallal ábrázoltuk, mivel belső egyensúly hiányában a folyamat nem ábrázolható grafikusán. A 2 állapotból juttassuk vissza a rendszert az 1-be valamilyen reverzibilis folyamattal (folytonos vonal). A két folyamat eredményeképpen egy irreverzibilis körfolyamatot ka-

punk.

Így a (14.9) egyenlet figyelembevételével, ha a körintegrált két vonalintegrál összegével helyettesítjük:

$$\oint \frac{\delta q}{T} = \int_1^2 \left(\frac{\delta q}{T} \right)_{irrev} + \int_2^1 \left(\frac{\delta q}{T} \right)_{rev} < 0. \quad (15.2)$$

Mivel reverzibilis folyamatoknál

$$\int_2^1 \left(\frac{\delta q}{T} \right)_{rev} = s_1 - s_2, \quad (15.3)$$

így a (15.2) összefüggés a következő alakú lesz

$$s_2 - s_1 > \int_1^2 \left(\frac{\delta q}{T} \right)_{irrev}, \quad (15.4)$$

illetve differenciál alakban

$$ds > \left(\frac{\delta q}{T} \right)_{irrev}. \quad (15.5)$$

A fenti kifejezések helyes értelmezéséhez a következőket kell figyelembe venni:

1. A vizsgált irreverzibilis és reverzibilis folyamat ugyanazon két állapot között megy végbe (15.1. ábra), így – mivel az entrópia állapotjelző – az entrópiaváltozás abszolút értéke mindkét esetben azonos lesz ($|\Delta s| = s_2 - s_1$).

2. A reverzibilis folyamatok során bekövetkező entrópiaváltozás megegyezik az $\int_1^2 \left(\frac{\delta q}{T} \right)$ integrállal, míg irreverzibiliseknél nagyobb annál.

[Pl. izentropikus expanzió esetén $s_2 - s_1 = 0$. A súrlódásos (irreverzibilis) expanzió végén a munkaközeg ugyanazon 2 állapotba juttatható, mint az izentropikus expanzió végállapota, de közben $q_{1,2}$ hőmennyiséget el kell

vonni, azaz $\int_1^2 \left(\frac{\delta q}{T} \right)_{irrev} < 0$.]

Tehát a

$$\Delta = s_2 - s_1 - \int_1^2 \left(\frac{\delta q}{T} \right)_{irrev} \quad (15.6)$$

különbség a folyamat *irreverzibilitása mértékének* tekinthető. Ha a (15.1) és (15.5) kifejezéseket egybevetjük a

$$ds \geq \frac{\delta q}{T} \quad (15.7)$$

relációt kapjuk, *amely a termodinamika második főtételenek matematikai kifejezése.*

Amennyiben a folyamat adiabatikus rendszerben megy végbe, úgy – mivel a $\delta q = 0$ – a (15.7) kifejezés a következő alakot ölti:

$$ds \geq 0. \quad (15.8)$$

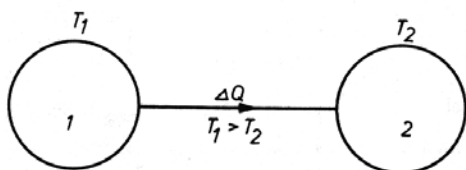
A (15.6) különbségből következik $\delta q = 0$ helyettesítéssel, hogy adiabatikus rendszerekben az entrópiaváltozás az irreverzibilitás mértéke.

Megjegyezzük, hogy a (15.5)-(15.7) kifejezésekben a T a munkaközeggel érintkező hőtartály hőmérsékletét jelöli, amelyek csak reverzibilis folyamatoknál azonos a munkaközeg hőmérsékletével.

Tudjuk, hogy a valóságos folyamatok irreverzibilisek, ezért a (15.8) alapján leszögezhetjük, hogy a véges, hőszigetelt rendszerben minden valóságos folyamat a rendszer entrópiájának növeléséhez vezet.

Ez tulajdonképpen az *entrópiánövekedés elve*, ugyanakkor a második fő-tétel egy újabb megfogalmazása.

Az entrópiánövekedés elvére példaként vizsgáljuk meg a szigetelt rendszerben levő két különböző hőmérsékletű test között lejátszódó hőátadás folyamatát. Az egyik test hőmérséklete T_1 , a másiké T_2 és $T_1 > T_2$. Az első test lead δQ , a másik felvesz δQ hőmennyiséget (15.2. ábra). Legyen ez a hőmennyiség olyan kicsiny, illetve a test tömege ehhez képest olyan nagy, hogy a test hőmérsékletváltozását elhanyagolhatjuk. Így a testek entrópiaváltozását mint izotermikus állapotváltozás során bekövetkező



15.2. ábra - Véges hőmérsékletkülönbség melletti hőátvitel

entrópiaváltozást határozhatjuk meg.

Az 1. és 2. test entrópiaváltozása rendre

$$dS_1 = -\frac{|\delta Q|}{T_1}; \quad dS_2 = \frac{|\delta Q|}{T_1}.$$

A rendszer entrópiájának

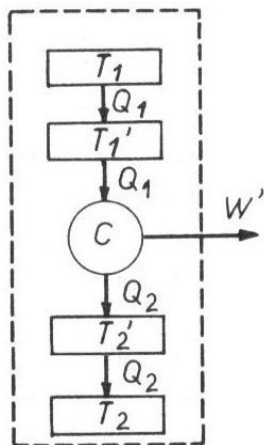
változása egyenlő a rendszert alkotó testek entrópiaváltozásainak összegével, vagyis

$$dS_{rendszer} = dS_1 + dS_2 = \frac{\delta Q}{T_2} + \frac{-|\delta Q|}{T_1}, \quad (15.9)$$

$$dS_{rendszer} = |\delta Q| \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) > 0. \quad (15.10)$$

Így, bár a hőcsere eredményeképpen a rendszer energiataralma nem változik (az első főtétel szerint) entrópiája nő (a második főtétel értelmében).

Most vizsgáljuk meg, hogyan változik meg a szigetelt rendszer entrópiája, ha irreverzibilis körfolyamatok játszódnak benne. Vegyünk egy irreverzibilis Carnot-körfolyamatot, amelynél az irreverzibilitást kiváltó ok a hőtartályok és a munkaközeg közötti véges hőmérsékletkülönbség melletti hőáramlás (15.3. ábra).



15.3. ábra - Irreverzibilis Carnot-körfolyamat

A T_1 hőmérsékletű hőforrás Q_1 hőmennyiséget ad át a T_1' hőmérsékletű munkaközegnek egy körfolyamat alatt ($T_1 > T_1'$), amely után T_2' hőmérsékleten Q_2 hőmennyiséget ad le a T_2 hőmérsékletű hűtőközegnek ($T_2' > T_2$).

Az adott rendszer entrópiaváltozása – a benne lejátszódnó irreverzibilis körfolyamat eredményeképpen – a rendszerben levő testek (hőforrás, munkaközeg, hűtőközeg) entrópiaváltozásának összegével egyenlő, azaz

$$\Delta S_{rendszer} = \Delta S_{hőforrás} + \Delta S_{munkaközeg} + \Delta S_{hűtőköz} \quad (15.11)$$

A hőforrás entrópiaváltozása

$$\Delta S_{hőforrás} = -\frac{|Q_1|}{T_1}, \quad (15.12)$$

a hűtőközegé

$$\Delta S_{\text{hűtőközeg}} = \frac{|Q_2|}{T_2}, \quad (15.13)$$

a munkaközegé

$$\Delta S_{\text{munkaközeg}} = \frac{|Q_1|}{T_1'} - \frac{|Q_2|}{T_2'}. \quad (15.14)$$

A rendszer entrópiaváltozása

$$\Delta S_{\text{rendszer}} = |Q_1| \left(\frac{1}{T_1'} - \frac{1}{T_1} \right) + |Q_2| \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_2'} \right), \quad (15.15)$$

amelyből nyilvánvalóan következik, hogy

$$\Delta S_{\text{rendszer}} > 0 \quad (15.16)$$

vagy a 14.2. pontban tárgyaltaknak megfelelően általánosítva

$$\left(\oint dS \right)_{\text{rendszer}} > 0. \quad (15.17)$$

Tehát irreverzibilis körfolyamatok következtében a véges szigetelt rendszer entrópiája nő.

A munkaközeg a körfolyamat végén kiindulási állapotú lesz, így entrópiaváltozása zérus. A rendszer entrópiaváltozását tehát így is felírhatjuk

$$\Delta S_{\text{rendszer}} = \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_1}{T_1} > 0. \quad (15.18)$$

A szigetelt rendszer entrópiánövekedése azzal kapcsolatos, hogy amíg a munkaközeg entrópiája az irreverzibilis körfolyamat eredményeképpen nem változik, a hőforrás entrópiacsökkenése abszolút értékre nézve kisebb, mint a hűtőközeg entrópia növekedése.

Lássunk még egy példát. Legyen a hőszigetelt rendszerben pl. 1 kilomol gáz és a tehetetlenségénél fogva forgó m tömegű tárcsa. A súrlódás következtében a tárcsa kinetikai energiájának egy része hővé alakul és a rendszer hőmérséklete T_1 -ről T_2 -re nő.

A gáz által felvett hőmennyiség

$$\delta Q' = c_{Mv} dT, \quad (15.19)$$

míg a tárcsa

$$\delta Q'' = mcdT, \quad (15.20)$$

hőmennyiséget kap, ahol

c_{Mv} – a gáz kilomolhője, c – a tárcsa anyagának fajhője, dT – a rendszer hőmérsékletváltozása.

A gáz entrópiaváltozása

$$S'_2 - S'_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q'}{T} = c_{Mv} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = c_{Mv} \ln \frac{T_2}{T_1} > 0, \quad (15.21)$$

a tárcsáé

$$S''_2 - S''_1 = \int_{T_1}^{T_2} \frac{\delta Q''}{T} = mc \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc \ln \frac{T_2}{T_1} > 0, \quad (15.22)$$

vagyis $S'_2 > S'_1$ és $S''_2 > S''_1$ azaz mindkét alkotó entrópiája nőtt. Így azt tapasztaljuk, hogy ez esetben is változatlan maradt a rendszer energiája, de entrópiája nőtt.

Az energia mennyiségileg nem változott. Változott viszont minőségileg. A mechanikai energia (a tárcsa rendezett mozgása) átalakult hővé (a molekulák kaotikus mozgásává). Azaz az energia minőségének romlása, az *energia elértéktelenedése ment végbe*.

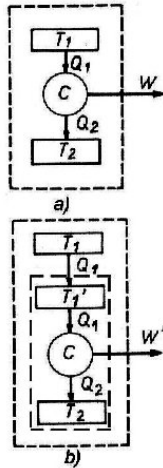
Az energia elértéktelenedésén azt kell érteni, hogy *elveszti azt a képességét, hogy önmagától más energiákká alakuljon át*. Valóban minden más energiafajta (mechanikai, elektromos, fény stb.) képes önmagától – mégpedig teljesen – hővé alakulni, ugyanakkor a hő más energiákká így nem alakul át.

A hőszigetelt rendszer entrópiánövekedése tehát arra utal, hogy a rendszerben az energia elértéktelenedése megy végbe. *Ilyen értelemben az entrópiát, mint az energia elértéktelenedésének mértékét lehet felfogni*.

Mivel a hőmozgás sajátossága a legnagyobb rendezetlenség (a molekulák kaotikus mozgása), azt mondhatjuk, hogy az entrópiánövekedés egyenértékű a rendszerben levő *rendezetlenség* növekedésével. *Ebben az értelemben az entrópia a szigetelt rendszerben levő rendezetlenség mértékének tekinthető*.

15.2. Az irreverzibilis folyamatok hatása a hőszigetelt rendszer munkavégző-képességére

Vegyük egy hőszigetelt rendszerben Carnot-körfolyamat szerint üzemelő ideális gépet, amelyben a munkaközegben T_1 hőmérsékleten Q_1 hőmennyiséget közlünk, valamint attól a hűtőközeg segítségével T_2 hőmérsékleten Q_2 hőmennyiséget elvonunk (15.4/a. ábra).



15.4. ábra - Reverzibilis és irreverzibilis Carnot-gép

A T_1 hőmérsékletű hőforrástól a Q_1 hőmennyiség irreverzibilis folyamattal jut el a közvetítő közeghez (véges hőmérsékletkülönbség mellett), majd ettől T_1' hőmérsékleten reverzibilis folyamattal megy tovább a munkaközeghez, amely reverzibilis Carnot-körfolyamatot valósít meg (15.4/b. ábrán belső szaggatott vonallal jelölt rész-rendszer).

A körfolyamat termikus hatásfoka ez esetben:

$$\eta'_t = 1 - \frac{T_2}{T_1'}$$

Mivel $T_1 > T_1'$, ezért $\eta_t > \eta'_t$.

Ebből következik, hogy ez esetben a rendszerből nyerhető W' munka kisebb lesz, mint az előző esetben volt.

$$W' = Q_1 \eta'_t = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1'} \right) \quad (15.24)$$

Ekkor a hasznos munka, amit a rendszerből nyerhetünk:

$$W = Q_1 - |Q_2|.$$

A körfolyamat termikus hatásfoka:

$$\eta_t = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Ez utóbbi kifejezés alapján a hasznos munka:

$$W = \eta_t Q_1 = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) \quad (15.23)$$

Tegyük a T_1 hőmérsékletű hőforrás és a munkaközeg közé egy T_1' hőmérsékletű ($T_2 < T_1' < T_1$) közvetítő közeget.

A T_1 hőmérsékletű hőforrástól a Q_1 hőmennyiség irreverzibilis folyamattal jut el a közvetítő közeghez (véges hőmérsékletkülönbség mellett), majd ettől T_1' hőmérsékleten reverzibilis folyamattal megy tovább a munkaközeghez, amely reverzibilis Carnot-körfolyamatot valósít meg (15.4/b. ábrán belső szaggatott vonallal jelölt rész-rendszer).

A körfolyamat termikus hatásfoka ez esetben:

$$\eta'_t = 1 - \frac{T_2}{T_1'}$$

Mivel $T_1 > T_1'$, ezért $\eta_t > \eta'_t$.

Ebből következik, hogy ez esetben a rendszerből nyerhető W' munka kisebb lesz, mint az előző esetben volt.

$$W' = Q_1 \eta'_t = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1'} \right) \quad (15.24)$$

A hasznos munka értéke az irreverzibilis hőközlés miatt csökkent. Határozzuk meg a csökkenés ΔW mértékét:

$$\Delta W = W - W' = Q_1 \left[\left(1 - \frac{T_2}{T_1} \right) - \left(1 - \frac{T_2}{T_1'} \right) \right] = Q_1 \left(\frac{T_2}{T_1'} - \frac{T_2}{T_1} \right)$$

vagy

$$\Delta W = T_2 \left(\frac{Q_1}{T_1'} - \frac{Q_1}{T_1} \right) = T_2 \Delta S_{rendszer}. \quad (15.25)$$

A fenti kifejezés szerint a hőszigetelt rendszer – irreverzibilis folyamatok következtében bekövetkező – *hasznos munkavégző-képesség csökkenése* a rendszerben levő minimális hőmérséklet (a hűtőközeg hőmérséklete T_2) és a rendszer entrópiaváltozásának szorzatával egyenlő.

15.3. Az entrópia és a termodinamikai állapotvalószínűség

Az entrópia bizonyos mértékben matematikai meghatározásából ($dS = \frac{\delta Q}{T}$) nehéz megérteni fizikai lényegét. Ezen a téren Boltzmann végzett kiemelkedő munkát, aki statisztikus vizsgálataival megállapította, hogy valamely rendszer adott állapotában az entrópia értéke és termodinamikai állapotvalószínűsége (későbbiekben termodinamikai valószínűség) között egyértelmű kapcsolat van.

Ahhoz, hogy ezt a kapcsolatot feltárjuk, meg kell ismerkednünk néhány alapvető fogalommal.

Vegyünk egy edényt (15.5/a. ábra), amit képzeletben két egyenlő részre osztunk. Legyen az edényben csupán 1 db molekula, mely rendszertelenül mozogva lehet mind az edény bal, mind jobb felében.

Felvetődhet a kérdés, mekkora annak a valószínűsége, hogy a molekula a jobb oldali térben tartózkodik?

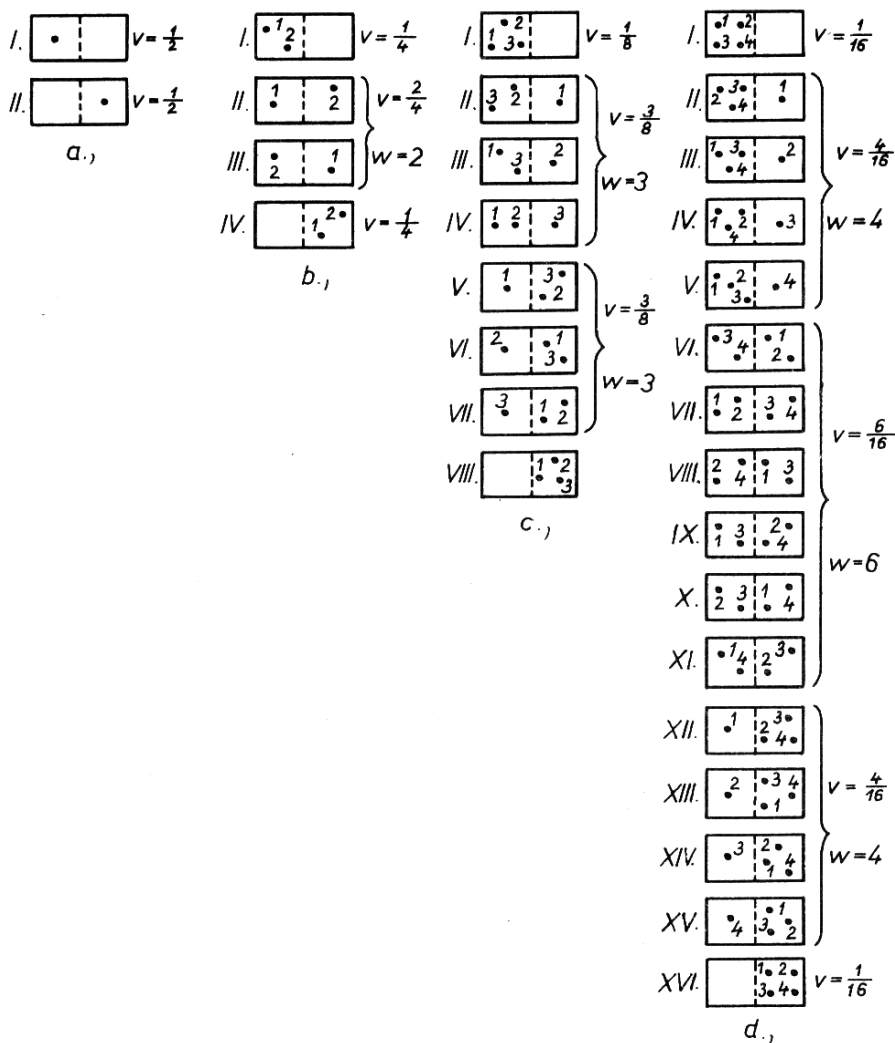
A matematikában valamely esemény bekövetkezésének valószínűsége (v) a kedvező esetek (k) és az összes lehetséges esetek számának (n) hányadosaival egyenlő, azaz

$$v = \frac{k}{n}. \quad (15.26)$$

A mi esetünkben $k = 1$, míg összesen két eset lehetséges, így

$$v = \frac{1}{2}.$$

Ugyanennyi a valószínűsége annak is, hogy a molekula a bal térfélben van. Most tegyük az edénybe két molekulát és számozzuk meg azokat (15.5/b. ábra). Mekkora a valószínűsége annak, hogy pl. mindkét molekula a jobb térfélben van?



15.5. ábra - Molekula-eloszlások két térben

A matematikában annak a valószínűsége, hogy az egymástól független események mindegyike egyidejűleg bekövetkezzen egyenlő az egyes események külön-külön számított valószínűségének szorzatával. (A valószínűség szorzási tétele.)

A mi esetünkre visszatérve, annak a valószínűsége, hogy az egyes számú molekula a jobb térfélben tartózkodik $v_1 = \frac{1}{2}$, a kettes számú molekuláé szintén $v_2 = \frac{1}{2}$. Így a két esemény egyidejű bekövetkezésének valószínűsége

$$v = v_1 v_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2.$$

Ugyanannyi a valószínűsége a 15.5/b. ábrán látható többi elrendezés bekövetkezésének is.

A 15.5/c. ábrán három, míg a 15.5/d. ábrán négy számozott molekula különféle elrendezése látható. Egy-egy elrendezés bekövetkezésének valószínűsége N db molekula esetén $v = \frac{1}{2^N}$, azaz a molekulák számának növekedésével az egyes individuális molekula-elrendezések valószínűsége csökken.

Most térjünk rá a rendszer makroszkopikus és mikroszkopikus állapotainak meghatározására.

A rendszer makroszkopikus állapota (makroállapota) a termodinamikai paraméterekkel (p , v , T stb.) meghatározható állapot. A rendszer termodinamikai állapotán, vagy egyszerűen állapotán az eddigiekben makroállapotot értettünk.

A rendszer mikroszkopikus állapota (mikroállapota) az egyes molekulák állapotát meghatározó paraméterek segítségével írható le. Visszatérve a 15.5. ábrára, a molekulák számozásával tulajdonképpen mikroállapotokat adtunk meg és a különböző mikroállapotok bekövetkezésének valószínűségét vizsgáltuk.

Most tekintsünk el a számozástól, valóságban úgysem lehetséges a molekulákat egymástól megkülönböztetni. A rendszer makroállapota nem változik meg, ha a jobb oldalon levő kettes számú molekula helyet cserél a bal oldali négyessel. Ha tehát eltekintünk a számozástól, a rendszer makroállapotát kapjuk meg. Az ábrákon kapoccsal megjelölt mikroállapotok azonos makroállapotot adnak. Egy-egy ilyen makroállapot bekövetkezésének valószínűsége az adott makroállapotot leíró mikroállapotok valószínűségeinek összegével egyenlő. Ezeket a valószínűség értékeket az ábrákon a kapcsok után szintén feltüntettük.

Végignézve még egyszer az ábrákat, azt tapasztaljuk, hogy minden esetben a legnagyobb valószínűsége az egyenletes eloszlás állapotának (egyensúlyi állapotnak) van. Szeretnénk megjegyezni, hogy az egyenletes eloszlás egyben a legrendezetlenebb is, azaz a rendszer legvalószínűbb állapota egyben a legrendezetlenebb állapot. Ez utóbbi mondatot úgy is fogalmazhatjuk, hogy a rendszer állapotának valószínűsége egyben a rendezetlenség mértéke is.

Az eddigiekből láthatjuk, hogy a magára hagyott szigetelt rendszernek a legvalószínűbb (egyensúlyi) állapotába kell átmennie.

Térjünk vissza az irreverzibilis folyamatokhoz és vizsgáljuk meg azokat a rendszer állapotának valószínűsége szempontjából.

Pl. miért irreverzibilis a szabad expanzió? Azért, mert az expandáló gáz a rendelkezésre álló térfogatot egyenletesen kitöltve átmegy a legvalószínűbb állapotába. Az önmagától végbemenő fordított folyamat (önkompresszió) azt jelentené, hogy a molekulák az edény egyik felében gyülekeznének, ami a legkevésbé valószínű.

Miért irreverzibilis a véges hőmérsékletkülönbség melletti hőátadás?

Azért, mert a hő áramlása a melegebb testtől a hidegebb testhez megfelel a "gyors" és "lassú" molekulák adott rendszerben történő legrendezetlenebb (egyenletes) eloszlásának. A hidegebb testtől a melegebb felé végbemenő hőáramlás a molekulák eloszlásában a rendezettség növekedését jelentené. (A "gyors" molekulák az egyik, míg a "lassúak" a másik testben gyülekeznének, vagyis a rendszer önmagától kevésbé valószínű állapotába menne át.

Ugyanez a helyzet a mechanikai energia hőenergiává történő átalakulása esetében is.

A véges szigetelt rendszerben zajló irreverzibilis folyamatok analízisekor tehát arra a következtetésre jutunk, hogy ezek a folyamatok azért megfordíthatatlanok, mert a rendszer közben a nagyobb valószínűségi állapotba megy át, azaz a rendszer állapotának valószínűsége nő.

Visszatérve az előző pontban leírtakhoz, arra a megállapításra jutottunk, hogy hőszigetelt rendszerben az irreverzibilis folyamatok következtében az entrópia nő.

Ezek szerint van két mennyiségünk, az entrópia és a rendszer állapotának valószínűsége, amelyek mindegyike nő, ha a rendszerben irreverzibilis folyamatok játszódnak le.

Így természetes feltételezni, hogy a kettő között kapcsolat van.

Megjegyezzük, hogy a termodinamikában nem az eddig tárgyalt matematikai valószínűség, hanem a termodinamikai valószínűség a használatos.

Termodinamikai valószínűségeen (w) az adott makroállapotot megvalósító mikroállapotok számát értjük. A matematikai valószínűségtől eltérően, amely mindig valódi tört, a termodinamikai valószínűség egész - rendszert nagy - szám. Pl. négy molekula esetén az egyenletes eloszlás termodinamikai valószínűsége $w = 6$.

Az entrópia és a termodinamikai valószínűség kapcsolatát fejezzük ki a

$$S = \varphi(w) \quad (15.27)$$

Boltzmann-függvénnyel.

Ebből kiindulva a függvénykapcsolat konkrétan is megállapítható, figyelembe véve az entrópia additivitására és a valószínűségek szorzatára vonatkozó tételeket. Tekintsünk két termikusan gyengén kapcsolt rendszert. A termikus kapcsolás az entrópia additivitásának szükséges feltétele, a kapcsolás gyenge voltát pedig azért tételezzük fel, mert így a két rendszert jó közelítéssel, mégis egymástól függetlennek tekinthetjük és a valószínűségek szorzási tételét alkalmazhatjuk esetünkben [6].

Jelöljük a két rendszer entrópiáját rendre S_1 és S_2 -vel, termodinamikai valószínűségét pedig w_1 , ill. w_2 -vel. Az előbbi feltételek mellett az egyesített rendszer "S" entrópiáját és "w" termodinamikai valószínűségét a következő módon nyerjük:

$$S = S_1 + S_2, \quad (15.28)$$

$$w = w_1 \cdot w_2. \quad (15.29)$$

Így:

$$S = \varphi(w) = S_1 + S_2 = \varphi(w_1) + \varphi(w_2), \quad (15.30)$$

illetve

$$\varphi(w_1 w_2) = \varphi(w_1) + \varphi(w_2). \quad (15.31)$$

A $\varphi(w)$ függvénykapcsolat ebből a függvényegyenletből már megállapítható. Az itt szereplő függvénykapcsolatnak a logaritmus függvény tesz eleget

$$S = k \cdot \ln w. \quad (15.32)$$

Eszerint az entrópia a termodinamikai valószínűség logaritmusával arányos.

Az összefüggésben szereplő k arányossági tényező univerzális állandó, tehát értékét elegendő egyetlen konkrét esetben (pl. $T = \text{áll.}$ folyamatnál [31]) meghatározni. Ez a Boltzmann-féle állandó. (Mivel az $\ln w$ dimenzió nélküli szám, a k dimenziójának entrópia jellegűnek kell lennie.)

Ezek alapján a második főtétele a következőképpen is megfogalmazhatjuk:

a véges szigetelt rendszerben zajló irreverzibilis folyamatok esetén a rendszer állapotának valószínűsége nő, míg reverzibilis folyamatok során változatlan marad.

Meg kell jegyezni, hogy a második főtétele (az entrópiánövekedés elve) nem annyira univerzális, mint az első főtétele.

A második főtétele statisztikus tétel. Az entrópiacsökkenés nincs kizárva, elvileg lehetséges, csak kevésbé valószínű. Az entrópiánövekedés elve csak véges szigetelt rendszerekre alkalmazható, vagyis olyan rendszerekre, amelyek megfelelően nagy, de véges számú molekulából állnak. A kevés molekulából álló rendszerekben az egyensúlyi állapot valószínűsége nem jelentősen nagyobb, mint a nem egyensúlyi állapotoké.

P1. a 15.5/b. ábrán látható két molekulából álló rendszerben az egyensúlyi állapot valószínűsége csupán kétszerese a nem egyensúlyi állapoténak. Az ilyen rendszer nem egyensúlyi állapotba való jutása és entrópiacsökkenése eléggé valószínű és előfordul.

Ami a végtelen ($N \rightarrow \infty$) rendszerekre vonatkozik, ebben az esetben a lehetséges állapotok száma végtelen nagy. Végtelen nagy lesz az egyes makroállapotokat megvalósító mikroállapotok száma is (mind egyensúlyi, mind nem egyensúlyi állapotokat tekintve). Belátható, hogy ilyen feltételek mellett a rendszer legvalószínűbb állapotáról beszélni értelmetlen, hiszen minden állapot azonos valószínűségű. Ezért végtelen rendszerben az állapot-valószínűség, ill. termodinamikai valószínűség és az entrópia állandó marad, tehát az entrópiánövekedés elve nem alkalmazható végtelen rendszerekre.

A „hőhalál” elmélet és kritikája

A XIX. század második felében a második főtétel alapján Clausius arra a megállapításra jutott, hogy a világmindenségnek, mint szigetelt rendszernek entrópiája állandóan nő és egy maximumhoz tart. Így az energia különböző formái mind jobban elértéktelenednek hővé alakulva. A hő a melegebb testektől átáramlik a hidegebbekhez, végül a világmindenségben a hőmérsékletek kiegyenlítődnek, beáll a teljes termikus egyensúly, és így minden folyamat megszűnik, azaz bekövetkezik a világmindenség hőhalála.

Maga az elmélet a fizikában és a csillagászatban sohasem nyert polgárjogot. A szakemberek körében egy időben valóban felmerült ennek a kérdésnek a lehetősége, de komoly formában sohasem tekintették egyenrangúnak a többi fizikai tétellel. Már ezelőtt 100 évvel sem akadt egyetlen fizikus sem, aki ne illette volna kritikával a "hőhalál"-ra vonatkozó népszerűsítő megállapításokat [6].

A "hőhalál" elmélet hibás volta abban áll, hogy Clausius az entrópiánövekedés elvét végtelen rendszerre (világmindenségre) alkalmazta, ez pedig, mint az előző pontban láttuk, nem lehetséges.

Nem lehet kétséges, hogy a földi feltételek között meglévő energia elértéktelenedési folyamat mellett a kozmosz más részein a világmindenségben még általunk kevésbé ismert önfejlesztési folyamatok is lejátszódnak, ami a hő koncentrálódásához és más energiafajtákba történő átalakulásához vezet.

A világmindenség egészében nincs egyensúlyban és nem tart semmilyen határhoz, állandóan fejlődik, fejlődésének lehetőségei kimeríthetetlenek és határtalanok. Ezt a megállapítást a csillagászat és az űrkutatás eredményei még inkább alátámasztják.

Természetesen azt is el kell mondanunk, hogy a fizika törvényei százszázalékosan még nem bizonyítják a világ örökös fejlődésére vonatkozó tételt, de azt sok mindenben alátámasztják és nincs a fizikának egyetlen olyan törvénye sem, amely kifejezetten az ellenkezőjét állítaná.

Mindezeket figyelembe véve mostani ismereteink szerint a világegyetemre vonatkoztatott "hőhalál" lehetőségét tudományos szempontból képtelenségnek kell minősíteni [6], [11],[31].

16. Sűrűdésos adiabatikus folyamatok

A valóságos adiabatikus folyamatokat minden esetben sűrűdés kísér. Ez a sűrűdés egyrészt a gáz és a határoló falak (lapátok) között, másrészt a gázon belül ébred. A sűrűdés azt jelenti, hogy az expanzió vagy kompresszió folyamat végén nagyobb lesz a munkaközeg hőmérséklete, mint sűrűdésmentes esetben, vagyis a végállapot a kilépő nyomáshoz tartozó izobáron a $T - s$ diagrammban jobbra mozdul el (16.1. ábra). Ez a hatás következik a termodinamika II. főtételeiből (az entrópiánövekedés elvéből) is, vagyis, hogy a szigetelt rendszerben a lejátszódó irreverzibilitások következtében az entrópia nő. Sűrűdés okozta egyéb eltéréseket a $T - s$ diagrammban – gyakorlatilag bonyolultabb matematikai összefüggések nélkül – szemléletesen be tudjuk mutatni.

16.1. Sűrűdésos adiabatikus kompresszió

A 16.1. ábrán az $1-2_s$ folyamat az izentrópikus, míg az $1-2$ a sűrűdésos (valóságos) adiabatikus kompressziót jelöli. Az előbbit folytonos, míg az utóbbit szaggatott vonallal jelöltük, ezzel is hangsúlyozva, a valóságos folyamat irreverzibilis voltát.

Az adiabatikus folyamat technikai munkáját – legyen az reverzibilis vagy irreverzibilis – az első főtétel értelmében torlóponthoz entalpiaváltozásként határozzuk meg:

– a valóságos folyamatnál

$$w_{t1,2} = i_2^* - i_1^* = i_2 - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}, \quad (16.1)$$

– az ideális adiabatikus esetében pedig

$$w_{t1,2s} = i_{2s}^* - i_1^* = i_{2s} - i_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}. \quad (16.2)$$

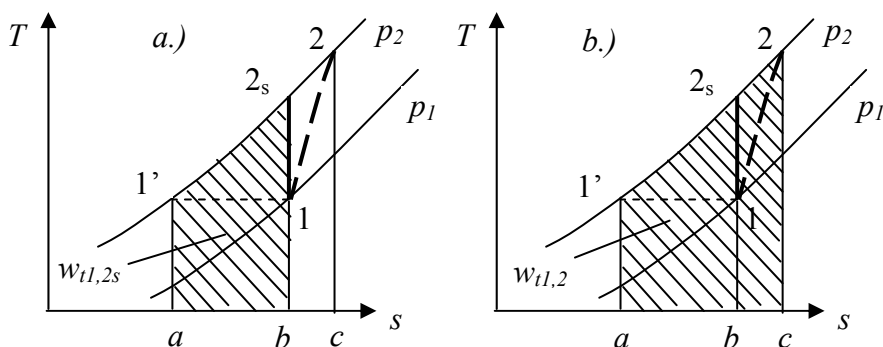
Amennyiben a mozgásenergia-változást a folyamat során elhanyagolhatjuk ($c_2 \approx c_1$), a munkák statikus entalpiaváltozásként számíthatók

$$w_{t1,2s} = i_{2s} - i_1, \quad (16.3)$$

illetve

$$w_{t1,2} = i_2 - i_1. \quad (16.4)$$

A két munkának megfelelő területeket vonalkézással az 16.1/a és b. ábra szemlélteti.

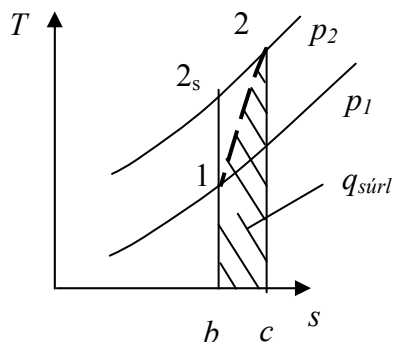


16.1. ábra - Ideális és valóságos adiabatikus kompresszió összehasonlítása

A diagramok összehasonlításából kitűnik, hogy a súrlódásos adiabatikus folyamat $b-c-2-2_s-b$ területnek megfelelő munkával több munkát igényel, vagyis a többletmunka

$$\Delta w_t = |w_{t1,2}| - |w_{t1,2s}| \cong \text{terület}(b-c-2-2_s-b). \quad (16.5)$$

Az 1-2 súrlódásos folyamat a $T-s$ diagrammban a súrlódás miatt tér el az izentrópikus $1-2_s$ folyamattól. Így a folyamat vonala alatti terület a súrlódás



16.2. ábra - A súrlódási hő és Δw_t összehasonlítása

dás során keletkező hőmennyiségnek felel meg (16.2. ábra). Amennyiben összevetjük a Δw_t munkaelterést a súrlódás során keletkező hőmennyiséggel, azt látjuk, hogy

$$\Delta w_t > q_{súrl}$$

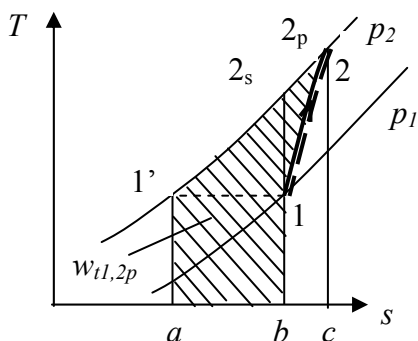
vagyis, hogy a súrlódás miatt igényelt többletmunka nagyobb, mint a súrlódás során keletkező hőmennyiség.

A különbség az $1-2-2_s-1$ terület. Vizsgáljuk meg, mi a magyarázata

ennek a látszólagos ellentmondásnak?

Ehhez hasonlítsunk össze $T-s$ diagrammban egy az 1-2 súrlódásos folyamat mentén (szaggatott vonal) haladó – azt lefedő – ideális politrópikus $1-2_p$ folyamatot (folytonos vonal) az 1 állapotból kiinduló 1-

2_s ideális adiabatikus folyamattal. Ez a politrópikus folyamat abban különbözik a vizsgált sűrűdéses folyamattól, hogy ebben az esetben a folyamat görbéjének eltérése az izentrópától a kívülről bevezetett hő miatt következett be. A politrópikus folyamat munkaszükséglete az 16.3. ábrán vonalkázottan van feltüntetve, az ideális adiabatikusé ugyanitt, mint az $a-b-2_s-1'-a$ terület látható.



16.3. ábra - Ideális adiabatikus és politrópikus kompressziómunkák

keletkező hőmennyiség és a sűrűdés miatti munkaszükséglet-növekmény között (16.2. ábra). A sűrűdés során keletkező hőmennyiség hatása a sűrítési folyamatra tehát ugyanaz, mint a kívülről bevitt hőmennyiségnek, vagyis ugyanolyan mértékben növeli meg a sűrítés munkaszükségletét. Ez logikus is, hiszen a kompresszorban, pl. az első fokozatban a sűrűdés következtében keletkezett, vagy kívülről bevitt hő hatása a következő fokozatokban a sűrítés kezdeti hőmérsékletének növekedésében mutatkozik meg. Ez pedig a sűrítési munkaszükséglet növekedését eredményezi. Gondoljunk az ideális adiabatikus folyamat munkaszükségletére – mely adott nyomásviszony esetén – a belépő hőmérséklet lineáris függvénye:

$$w_{t1,2s} = i_{2s} - i_1 = c_p (T_{2s} - T_1) = c_p T_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1 \right]. \quad (16.7)$$

Tehát a sűrűdés miatti többletmunka-szükséglet és a sűrűdés során keletkező hő különbsége a politrópikus többletmunka-szükséglettel megegyező, vagyis

$$\Delta w_t - q_{sűr} = \Delta w_{pol} \quad (16.8)$$

Az ábrából kitűnik, a két – az ideális adiabatikus és az ideális politrópikus – folyamat technikai munkája az $1-2-2_s-1$ területnek megfelelő munkával tér el egymástól. Ez az u.n. *politropikus többletmunka-szükséglet*, melyet a folyamat fűtése miatt kell bevezetni.

$$\Delta w_{pol} = w_{t1,2p} - w_{t1,2s}. \quad (16.6)$$

Ugyanekkora területeltérést tapasztalunk a sűrűdés során

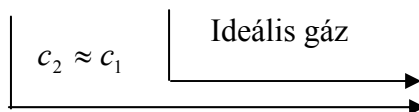
A valóságos adiabatikus folyamatok jellemzésére két hatásfokot használnak. Ezek a valóságos és a vonatkozó hatásfok elnevezésében levő ideális folyamat technikai munkáinak viszonyát fejezik ki úgy, hogy a tört értéke 1-nél kisebb legyen.

A kompresszió adiabatikus (vagy izentropikus) hatásfoka az ideális adiabatikus (izentropikus) és a valóságos adiabatikus folyamatok technikai munkáinak hányadosa.

$$\eta_s^k = \frac{\text{Izentropikus folyamat technikai munkája}}{\text{Valóságos adiabatikus folyamat technikai munkája}} = \frac{w_{t1,2s}}{w_{t1,2}}, \quad (16.9)$$

kifejtve

$$\eta_s^k = \frac{w_{t1,2s}}{w_{t1,2}} = \frac{i_{2s}^* - i_1^*}{i_2^* - i_1^*} = \frac{i_{2s} - i_1}{i_2 - i_1} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\frac{T_2}{T_1} - 1}, \quad (16.10)$$

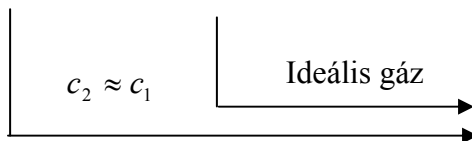


Hasonló módon értelmezzük a kompresszió politrópikus hatásfokát

$$\eta_p^k = \frac{\text{Politropikus folyamat technikai munkája}}{\text{Valóságos adiabatikus folyamat technikai munkája}} = \frac{w_{t1,2p}}{w_{t1,2}}, \quad (16.11)$$

mely behelyettesítésekkel a következő alakokat ölti:

$$\eta_p^k = \frac{w_{t1,2p}}{w_{t1,2}} = \frac{i_2^* - i_1^* - q_{1,2}}{i_2^* - i_1^*} = \frac{i_2 - i_1 - q_{1,2}}{i_2 - i_1} = \frac{c_p - c_n}{c_p} = \frac{(\kappa - 1)}{\kappa} \frac{n_f}{(n_f - 1)}. \quad (16.12)$$



A politrópikus hatásfok – mint látjuk – nem függ a nyomásviszonytól.

Az izentrópikus hatások és a politrópikus hatások kapcsolata:

Amennyiben bevezetünk egy olyan politrópikus folyamatot, amelyik folyamatának görbéje lefedi a sűrűdésos adiabatikus folyamat görbéjét, annak egyenletét – mint matematikai összefüggést – felhasználhatjuk a sűrűdésos adiabatikus folyamat paramétereinek közötti kapcsolat leírására. A bevezetett fiktív politrópikus folyamat, melynek kitevője legyen n_f , nem helyettesíti a valóságos adiabatikus, de segítségével összefüggést nyerünk az állapotjelzők között és kifejezhetjük a sűrűdés során keletkezett hőmennyiséget. Így a sűrűdésos adiabatikus folyamat kezdeti és vég állapotjelzői között írható a Poisson-egyenlet

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_f-1}{n_f}}. \quad (16.13)$$

A sűrűdési hő számítására pedig a

$$q_{sűr} = c_{nf} (T_2 - T_1), \quad (16.14)$$

ahol a fiktív politrópikus folyamat fajhője

$$c_{nf} = c_v \frac{n_f - \kappa}{n_f - 1}. \quad (16.15)$$

A politrópikus többletmunka-szükséglet (16.6) alapján

$$\Delta w_{pol} = w_{t1,2p} - w_{t1,2s} \quad (16.16)$$

vagy a 16.2. ábra alapján

$$\Delta w_{pol} = c_p (T_2 - T_{2s}) - c_{nf} (T_2 - T_1). \quad (16.17)$$

A (16.10) összefüggés nevezőjében (16.13) -at behelyettesítve, valamint a politrópikus hatások (16.12) egyenletéből az $\frac{n_f - 1}{n_f}$ értékét kifejezve

kapjuk

$$\eta_s^k = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n_f-1}{n_f}} - 1} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa n_f^k}} - 1}. \quad (16.18)$$

A (16.18) egyenletben a nevezőben szereplő nyomásviszony kitevője nagyobb, mint a számlálóban lévő nyomásviszonyé, ezért az izentrópikus

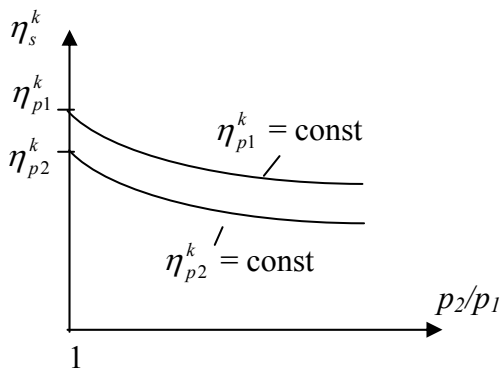
hatásfok – adott politrópikus hatásfok mellett – a nyomásviszony növekedésével csökken.

Amennyiben a nyomásviszony tart az 1-hez, az izentrópikus hatásfok határértékét a Bernoulli–l’ Hospital szabály alkalmazásával kapjuk meg:

$$\lim_{\frac{p_2}{p_1} \rightarrow 1} \eta_s^k = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa \eta_p^k}} - 1} = \frac{\lim_{\frac{p_2}{p_1} \rightarrow 1} \frac{\kappa-1}{\kappa} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{\lim_{\frac{p_2}{p_1} \rightarrow 1} \frac{\kappa-1}{\kappa \eta_p^k} \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa \eta_p^k}}} = \eta_p^k, \quad (16.19)$$

vagyis $\frac{p_2}{p_1} = 1$ esetén az izentrópikus és a politrópikus hatásfok megegyezik.

Az izentrópikus hatásfok változását szemlélteti az 16.4. ábra. A diagramból kitűnik, hogy a fokozat izentrópikus hatásfoka nagyobb, mint a teljes kompresszoré.

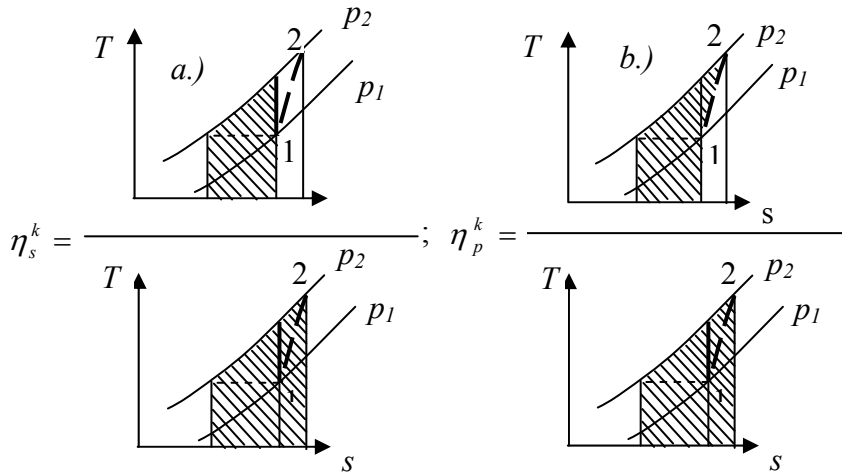


16.4. ábra - Az izentrópikus hatásfok függése a kompresszió nyomásviszonyától

ka nagyobb, mint az izentrópikus (a nevezők azonossága mellett a politrópikus hatásfok számlálója nagyobb). Ez a megállapítás az 16.4. ábrából is következik.

Amennyiben összehasonlítjuk a 16.5/a. és 16.5/b. ábrákat, a diagrammokról látszik, hogy míg a politrópikus hatásfokok számlálója és nevezője (16.5/b. ábra) csak a sűrűdés során keletkező hőmennyiséggel tér el egymástól – amely egyértelműen az aerodinamikai tökéletesség függvénye – az izentrópikus hatásfok értékét (16.5/a. ábra) ezen kívül befolyásolja a nyomásviszony is [(16.10) egyenlet]. Tehát a politrópikus

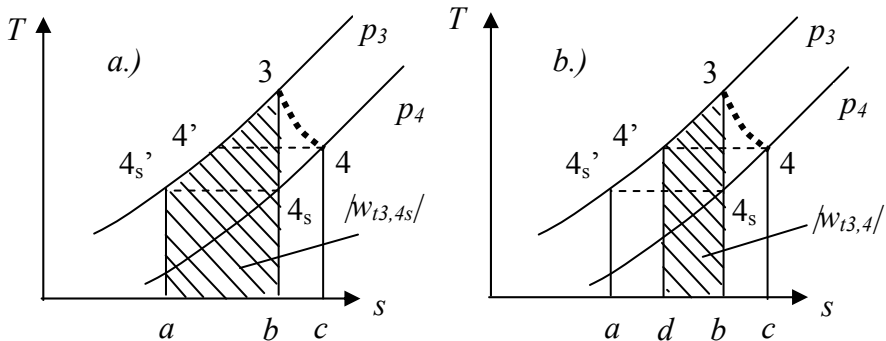
hatásfok jobban jellemzi a kompresszorok lapátozásának aerodinamikai tökéletességét, mint az izentrópus hatásfok.



16.5. ábra - Az expenzió izentrópus és politrópus hatásfokának összehasonlítása

16.2. A sűrűdésos adiabatikus expenzió

A valóságos adiabatikus expenzió – hasonlóan a kompresszióhoz – entrópia növekedéssel jár, s a véghőmérséklete is nagyobb lesz, mint az izentrópus folyamaté (16.6. ábra szaggatott vonal). Itt a folyamat kezdőpontja a gázturbina jelölésrendszerét követve 3, végpontja 4 sorszámot kapott.



16.6. ábra - Ideális és valóságos adiabatikus expenziómunkák összehasonlítása

A sűrűdésos adiabatikus expanzió folyamat technikai munkája ebben az esetben is entalpiaváltozásként határozható meg

$$w_{t3,4} = i_4^* - i_3^* = i_4 - i_3 + \frac{c_4^2 - c_3^2}{2}, \quad (16.20)$$

izentrópikus folyamatnál

$$w_{t3,4s} = i_{4s}^* - i_3^* = i_{4s} - i_3 + \frac{c_{4s}^2 - c_3^2}{2}. \quad (16.21)$$

Ezek a munkák negatívak.

Abszolút értékük értelemszerűen

$$|w_{t3,4}| = i_3^* - i_4^* = i_3 - i_4 + \frac{c_3^2 - c_4^2}{2} \quad (16.22)$$

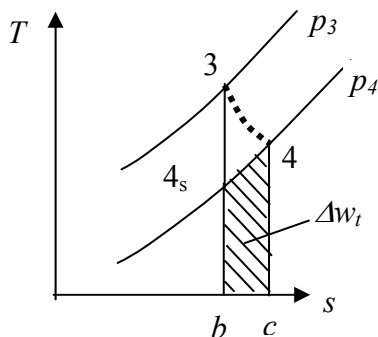
és

$$|w_{t3,4s}| = i_3^* - i_{4s}^* = i_3 - i_{4s} + \frac{c_3^2 - c_{4s}^2}{2} \quad (16.23)$$

kifejezésekkel számíthatók. Amennyiben eltekintünk a mozgásenergia változástól ($c_3 \approx c_4$), a munkákat statikus entalpia-különbségként számítjuk

$$|w_{t3,4}| = i_3 - i_4 \quad \text{és} \quad |w_{t3,4s}| = i_3 - i_{4s}. \quad (16.24)$$

Az ideális adiabatikus folyamat technikai munkáját a 16.6/a., a valóságosét a 16.6/b. ábra szemlélteti. A két diagramm összevetéséből látható, hogy a sűrűdés az $a - d - 4' - 4_s - a$ területtel jellemzett $\Delta w_t = |w_{t3,4s}| - |w_{t3,4}|$ technikai munka csökkenést okoz.



Ez a terület a $T - s$ diagram sajátosságai alapján megegyezik a $b - c - 4 - 4_s - b$ területtel.

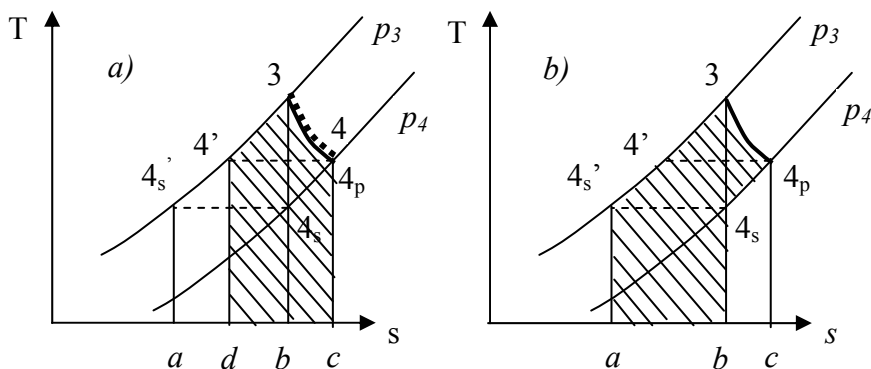
Amennyiben összehasonlítjuk a sűrűdés miatti technikai munka csökkenését és a sűrűdés során keletkező hőmennyiséget (16.7. ábra), a diagramból azt látjuk, hogy a munkaveszteség kisebb, mint a sűrűdési hőmennyiség. Ez az eredmény ellentétes előjelű a kompressziónál tapasztaltnál. Az eredmény magyarázatához itt is kövessük a kompressziónál alkalmazott módszert.

16.7. ábra - A sűrűdési hő és Δw_t összehasonlítása

munkaveszteség kisebb, mint a sűrűdési hőmennyiség. Ez az eredmény ellentétes előjelű a kompressziónál tapasztaltnál. Az eredmény magyarázatához itt is kövessük a kompressziónál alkalmazott módszert.

Ebben az esetben is hasonlítsuk össze az ideális adiabatikus expanziót azzal az ideális (fűtött) politrópikus folyamattal, amelyik a $T - s$ diagramban ugyanazon két állapot között ugyanazon állapotokon keresztül halad, mint a súrlódásos (16.8/a. ábra). A $3 - 4_p$ folyamat politrópikus munka területét az ábrán vonalkázással jelöltük. A diagramon jól követhető, hogy a $b - c - 4_p - 4_s - b$ területrész megegyezik az $a - d - 4' - 4_s' - a$ területtel, tehát oda áttolható.

Az ilyen módon átszerkesztett politrópikus technikai munkaterületet a 16.8./b ábra szemlélteti. Ezen az ábrán látható az izentrópikus technikai munka területe ($a - b - 3 - 4_s' - a$) is, melyet a politrópikus munkával összehasonlítva azt kapjuk, hogy a kívülről bevezetett hőmennyiség eredményeképpen a fűtött politrópikus folyamat a $3 - 4_s - 4_p - 3$ területnek megfelelő munkával többet szolgáltat az ideális adiabatikusnál, vagyis a bevezetett hő ezen része munkává alakul.



16.8. ábra - Ideális politrópikus és ideális adiabatikus expanziómunkák összehasonlítása

Ezt a munkatöbbletet politrópikus többletmunkának, illetve hővisszanyerésnek nevezzük.

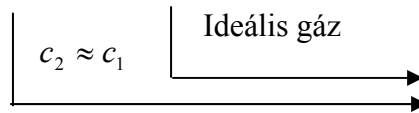
Ez a terület pontosan ugyanakkora, mint amennyivel a súrlódás során keletkező hőmennyiség nagyobb a munkavesztésénél (16.8. ábra), azaz a súrlódási hő akkora része alakul munkává, mint amekkora a kívülről bevezetettnek. Tehát az expanzió során is azt tapasztaljuk, hogy a kívülről bevezetett és a súrlódás során keletkezett hő hatása a folyamatra ugyanaz.

A súrlódásos adiabatikus expanzió folyamat izentrópikus (adiabatikus) hatásfoka

$$\eta_s^e = \frac{\text{Valóságos adiabatikus folyamat technikai munkája}}{\text{Ideális adiabatikus folyamat technikai munkája}} = \frac{|w_{t3,4}|}{|w_{t3,4s}|}, \quad (16.25)$$

összefüggés szerint értelmezett, illetve kifejtve

$$\eta_s^e = \frac{|w_{t3,4}|}{|w_{t3,4s}|} = \frac{i_3^* - i_4^*}{i_3^* - i_{4s}^*} = \frac{i_3 - i_4}{i_3 - i_{4s}} = \frac{T_3 - T_4}{T_3 - T_{4s}} = \frac{1 - \frac{T_4}{T_3}}{1 - \left(\frac{p_4}{p_3}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}. \quad (16.26)$$



A sűrűdésos adiabatikus expanzió politrópikus hatásfoka

$$\eta_p^e = \frac{\text{Valóságos adiabatikus folyamat technikai munkája}}{\text{Ideális politrópikus folyamat technikai munkája}} = \frac{|w_{t3,4}|}{|w_{t3,4p}|}, \quad (16.27)$$

$$\eta_p^e = \frac{|w_{t3,4}|}{|w_{t3,4p}|} = \frac{i_3^* - i_4^*}{i_3^* - i_4^* - q_{3,4}} = \frac{i_3 - i_4}{i_3 - i_4 - q_{3,4}} = \frac{c_p}{c_p - c_n} = \frac{\kappa}{\kappa - 1} \frac{n_f - 1}{n_f}.$$

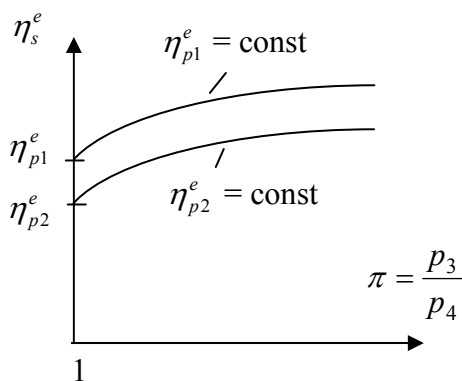
(16.28)

A továbbiakban vezessük be a $\pi = \frac{p_3}{p_4}$ jelölést. Ezzel a (16.27) alapján a

fiktív politrópikus folyamat segítségével, illetve az $\frac{n_f - 1}{n_f}$ kitevő politrópikus hatásfokból (16.28) történő kifejezése és a behelyettesítés után a kompresszió esetével analóg módon kapjuk

$$\eta_s^e = \frac{1 - \frac{1}{\pi^{\frac{n_f-1}{n_f}}}}{1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}} = \frac{1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa} \eta_p^e}}}{1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}}. \quad (16.29)$$

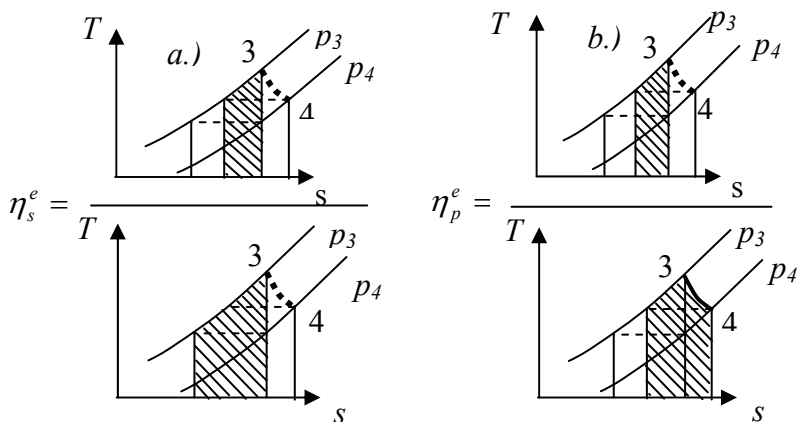
A kifejezés azt mutatja, hogy valóságos adiabatikus expanziónál a nyomásviszony (π) növelésével – adott politrópikus hatásfoknál – az izentrópikus hatásfok nő.



Hasonlóan a kompresszió folyamathoz bizonyítható, hogy amennyiben a nyomásviszony tart az 1-hez, az izentrópikus hatásfok tart a politrópikushoz. Ez azt is jelenti, hogy az egész turbina izentrópikus hatásfoka nagyobb, mint a fokozat hatásfoka. A 16.9. és 16.10. ábrából az is kitűnik, hogy az expanzió izentrópikus hatásfoka nagyobb, mint a politrópikus.

16.9. ábra - Az izentrópikus hatásfok függése az expanzió nyomásviszonyától

hatásfoka nagyobb, mint a politrópikus.



16.10. ábra - Az expanzió izentrópikus és politrópikus hatásfokának összehasonlítása

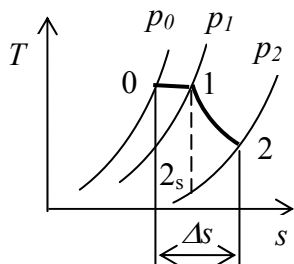
Az 16.10. ábra a kompresszióhoz hasonlóan a hatásfok összefüggéseket munkaterületekkel szemlélteti. Az ábra jól mutatja, hogy a politrópikus hatásfok jobban jellemzi az expanziós gép áramlástechnikai tökéletességét, mint az izentrópikus.

A sűrűdésos adiabatikus expanzió és kompresszió folyamatok elemzése után megállapítható, hogy míg a kompresszornál az első fokozatok, addig a turbina esetében az utolsó fokozatok áramlástechnikai kialakítása befolyásolja nagyobb mértékben a kompresszor, illetve turbina hatásfokát. Ez abból következik, hogy a kompresszor első fokozataiban sűrűdés során keletkező hőmennyiség az ezeket követő fokozatokban növeli a sűrítési munka igényét. A turbinák esetében az első fokozatokban keletkező hő egy része a további fokozatokban megtérül, míg az utolsó fokozatokban keletkező hőmennyiség kisebb mértékben tud munkává alakulni.

Példa:

Egy légturbina előtti szabályozószelepen a $p_o = 20$ bar nyomású $600\text{ }^\circ\text{C}$ hőmérsékletű levegő fojtást szenved. A turbinában sűrűdésos adiabatikus expanzió zajlik $p_2 = 1$ bar nyomásig ($\eta_s^e = 0,9$). Meghatározandó a szabályzó szelep utáni p_1 nyomás, ha az irreverzibilitások következtében a rendszer hasznos munkavégző képessége 60 kJ/kg értékkel csökkent ($t_{körny}=27\text{ }^\circ\text{C}$). Meghatározandó: a politrópikus hatásfok, fajlagos technikai munka. $R = 287\text{ J/(kg K)}$; $\kappa=1,4$.

Megoldás:



Fojtás során $T_1 = T_0$.

Hasznos munkavégző képesség csökkenés

$$\Delta w_h = T_{min} \Delta s .$$

Melyből az entrópiaváltozás

$$\Delta s = \frac{\Delta w_h}{T_{min}} = \frac{60000}{300} = 200\text{ J / kg} .$$

$$\text{Másképpen } \Delta s = c_p \ln \frac{T_2}{T_0} - R \ln \frac{p_2}{p_0} , \text{ ebből}$$

$$T_2 = T_0 e^{\left(\frac{\Delta s}{c_p} + \frac{R}{c_p} \ln \frac{p_2}{p_0}\right)} = 873 e^{\frac{200}{1004}} + \frac{287}{1004} \ln \frac{1}{20} = 452,5 \text{ K} .$$

Az expanzió izentrópikus hatásfoka

$$\eta_s^e = \frac{T_2 - T_1}{T_{2s} - T_1}, \text{ ebből } T_{2s} = T_1 + \frac{T_2 - T_1}{\eta_s^e} = 875 + \frac{452,5 - 873}{0,9} = 405,78 \text{ K} .$$

A p_1 nyomás a Poisson-egyenletből

$$p_1 = p_2 \left(\frac{T_1}{T_{2s}}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1 \left(\frac{873}{405,78}\right)^{3,5} = 14,6 \text{ bar} ,$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n_f-1}{n_f}}, \text{ melyből } \frac{n_f-1}{n_f} = \frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1}} = \frac{\ln \frac{452,5}{873}}{\ln \frac{1}{14,6}} = 0,245 .$$

$$\text{A politrópikus hatásfok } \eta_p^e = \frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{n_f-1}{n_f} = 3,5 \cdot 0,245 = 0,8575 .$$

A fajlagos technikai munka

$$w_{1,2} = i_2 - i_1 = c_p (T_2 - T_1) = 1004,5 (452,5 - 873) = -422,392 \text{ kJ / kg} .$$

17. Gőzök termodinamikája

17.1. Alapfogalmak

Az ipari termelés, az energetika minden területén használják a különböző anyagok (víz, ammónia, széndioxid stb.) gőzeit technológiai folyamatokban, energiatermelésben. A legszélesebb alkalmazási területe a vízgőznek van. A vízgőz munkaközeg a gőzturbinákban, gőzgépekben, atomerőművekben és hőhordozó a különböző hőcserélő berendezésekben, stb. Kiterjedt alkalmazásának indokai:

- a víz a természetben a legnagyobb mennyiségben előforduló anyag,
- a víz és gőze viszonylag jó termodinamikai jellemzőkkel rendelkeznek,
- a víz és gőze nem veszélyes hatású a fémekre és az élő szervezetekre.

A továbbiakban alapvetően a vízgőz jellemzőivel foglalkozunk, de nyilvánvalóan a megismert fogalmak, összefüggések valamennyi anyag gőzére használhatók.

Gőz – a cseppfolyósodáshoz közel álló gáz.

Gőzök folyadékból párolgás és forrás útján fejleszthetők hőfelvétellel. Azt a folyamatot, melyben az anyag cseppfolyós halmazállapotból gőzzé alakul gőzképződésnek nevezzük.

Párolgás – mindig, bármilyen hőmérsékleten a folyadék felszínéről történik. A párolgás során az egyes nagysebességű molekulák legyőzik a kohéziós erőket és kirepülnek a környezetbe. A párolgás teljes, ha határtalan térben történik.

A párolgás intenzitása növekszik a folyadék hőmérsékletével.

A forrás – a hőközlés hatására egy bizonyos hőmérsékleten - és az anyag fizikai tulajdonságaitól függő nyomáson - a folyadék egész tömegében megindul a gőzképződés. A keletkező gőzbuborékok a környezetbe repülnek. Az elnyelt gázok buborékainak belső felületén kezdődik a gőzképződés és a belső és külső nyomások különbsége eredményezi a buborékok méretváltozását és felemelkedését. A forrásban lévő folyadék a telített folyadék.

A tiszta (szennyezőktől és elnyelt gázoktól mentes) folyadék nem forr, csak a felületéről párolog (túlhevített folyadék). Ez egy metastabil állapot, amikor a folyadék kis rázkódás vagy más megzavarás (pl. tea-leveél bedobása) hatására a folyadék robbanásszerűen forrni kezd.

Kondenzáció – ha a gőztől hőt vonunk el ($p = \text{áll.}, t = \text{áll.}$) a gőz kondenzálódik (lecsapódik). A lecsapódott folyadékot kondenzátumnak is nevezük.

Olvadás – a kristályos szilárd test állandó nyomáson hevítve egy bizonyos hőmérsékleten megolvad (*olvadáspont*). A hőmérséklet addig állandó marad, míg az egész anyag át nem alakul folyadékká. Az olvadás a nyomástól függő olvadási hőmérséklet elérésekor mindig megindul.

Fagyás – az olvadás fordítottja. A folyadék hűtésével elérve a *fagyáspontot*, a hőmérséklet addig nem csökken tovább, míg az egész folyadék meg nem fagy. A folyadék rázkódásmentes hűtéssel lényegesen fagyáspontja alá hűthető (túlhűtött folyadék). Amennyiben ebbe a folyadékba egy kis kristályt bedobunk, vagy megrázzuk – a folyadék fagyása megkezdődik és felmelegszik fagyáspontjára.

Szublimáció – átmenet szilárd halmazállapotból közvetlenül gázzá (gőzzé). A fordított folyamat a *deszublimáció*.

Zárt edényben a kirepülő molekulák kitöltik a rendelkezésre álló teret. Ekkor azon molekulák egy része – amelyik közvetlenül a felszín felett mozog – visszatér a felszínbe.

Egy adott pillanatban a párolgás és visszatérés között egyensúly létre. A gőz ebben az állapotban a maximális sűrűséggel rendelkezik és ezt a gőzt *telített gőznek* nevezzük.

A folyadékával érintkező, vele termikus egyensúlyban lévő gőz a telített gőz. A hőmérséklet megváltozásával az egyensúly megbomlik. Az utolsó csepp folyadék elpárolgásának pillanatában keletkezik a *száraz telített gőz*, melynek állapota 1 paraméterrel (hőmérséklet, nyomás vagy fajtérfogat) megadható.

A telített gőzben a folyadéktükör fölött kis vízcseppecskék vannak a gőz egész térfogatában egyenletesen eloszolva. Az ilyen mechanikai keveréket a vízcseppek és a gőz között *nedves gőznek* nevezzük.

A folyadékával érintkező, azzal termikus egyensúlyban levő gőz a nedves telített gőz. A nedves telített vízgőz nem átlátszó, a száraz telített – igen.

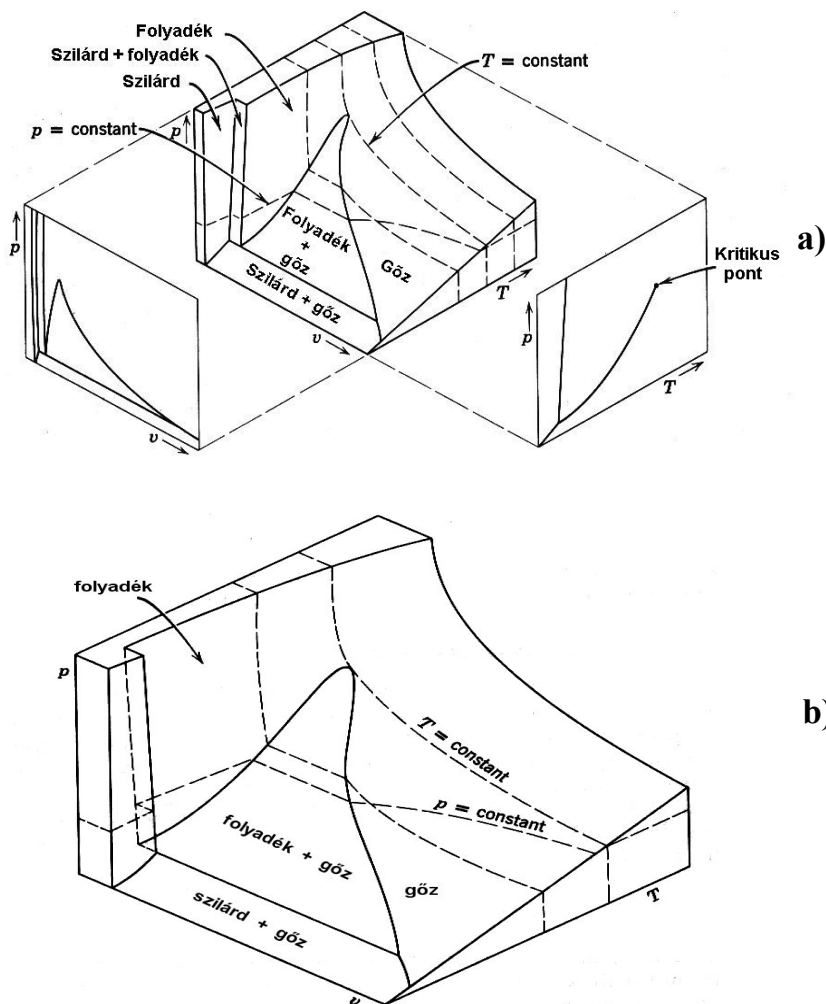
A száraz telített gőz hevítése után nyerjük a *túlhevített gőzt*. Ezt folyadékfelszín fölött nem lehet nyerni.

A folyadék hevítését és elgőzöltetését nagyobb nyomáson ismételve, a forrás nagyobb hőmérsékleten indul meg.

17.2. A gőzök jellemzői, diagramjai

17.2.1. A $p - v - T$ állapotfelület

A gőzök állapotjelzői a gázokhoz hasonlóan – de annál jóval összetettebb – állapotfelületet alkotnak. Megkülönböztetünk olyan folyadékokat, melyek térfogata fagyáskor csökken – a legtöbb folyadék így viselkedik – (17.1/a. ábra), és olyanokat (pl. víz), melynek térfogata fagyáskor nő (17.1/b. ábra).

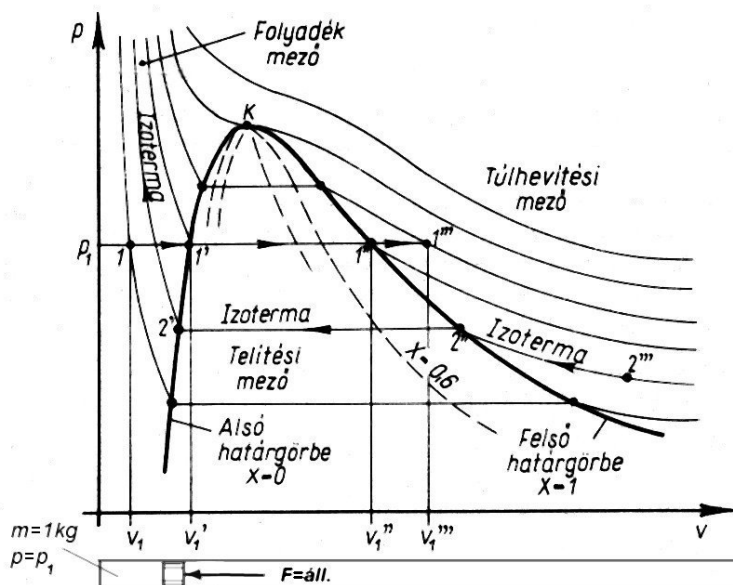


17.1. ábra – Háromdimenziós fázisdiagram [12]

Mint a 17.1. ábrán látható, a bonyolult, nehezen leírható állapotfelület helyett annak $p - v$, $p - T$ és $v - T$ síkokra vonatkozó vetülete képezhető és a vizsgálatoknál ezeket használjuk.

A továbbiakban a gőzök jellemzőit a *vízgőzre*, mint leggyakrabban alkalmazott munkaközegre nézve tárgyaljuk.

17.2.2. A vízgőz $p - v$ diagramja



17.2. ábra - A vízgőz $p - v$ diagramja

Az 1 kg (1) állapotú vizet az átlátszó falú hengerben állandó nyomáson (pl. $p=p_1$) hevítve, kezdetben a folyadék hőmérséklete és térfogata nő (17.2. ábra)

Az 1' pontban a folyadék egész tömegében megindul a gőzképződés (forrás) → az átláthatóság megszűnik. Ez a *telített folyadék állapot*.

Ezután a további hőközlés hatására nő a víz – gőz keverék térfogata és a gőzfázis mennyisége (párolgás) de a hőmérséklet nem változik. Majd egy bizonyos térfogaton a henger újra átlátható lesz. Ebben a pillanatban az utolsó csepp folyadék is elpárolgott → ez a *száraz telített gőz állapot* (1'').

Ezt követően a további hőközlés hatására nőni kezd a gőz hőmérséklete → *túlhevített gőzt* kapunk (1''').

A kísérletet más nyomásokon is elvégezve, hasonló állapotváltozásokat figyelhetünk meg ($2'$, $2''$). A $p - v$ diagramban megjelölve ezeket a jellegzetes pontokat és azokat összekötve két határgörbét (a telített folyadék állapotokat reprezentáló alsó és a száraz telített gőz állapotokat összekötő felső határgörbét) kapunk. A két határgörbe a *kritikus pontban* találkozik ahol a telített folyadék és száraz telített gőz állapot egybeesik.

A telített folyadék jellemzőit $'$ -vel, míg a száraz telített gőzét $''$ -vel (pl. v' vagy v'') jelöljük.

A kritikus pont minden folyadék alapvető fizikai jellemzője: adott nyomás (p_{kr}), hőmérséklet (T_{kr}) és fajtérfogat (v_{kr}) tartozik hozzá. A kritikus hőmérséklet fölött a gőz csak nyomásnöveléssel nem cseppfolyósítható.

Mint a 17.2. ábrából látható, a $p - v$ diagram felosztható egyfázisú és két-fázisú zónákra. Egyfázisú zónákban a fizikai tulajdonságok mindenütt azonosak. Az olvadás, szublimáció és párolgás (telítés) zónájában két fázis van egyensúlyban – ekkor a szabadon választható paraméterek száma (8.1) alapján

$$Sz = A + 2 - F = 1 + 2 - 2 = 1$$

A két fázis termikus egyensúlyban van.

A két határgörbe közötti tartomány a nedves telített gőz tartománya. A 17.2. ábrán láthatók az izotermák is, melyek a két határgörbe között vízszintes szakasszal, míg a kritikus pontban az izoterma vízszintes érintővel rendelkezik.

A *nedves telített gőzt*, mint telített folyadék és száraz telített gőz mechanikai keverékét értelmezzük és az

$$x = \frac{m_{sz.tel.g}}{m_{sz.tel.g} + m_{tel.foly}} = \frac{m''}{m' + m''} \quad (17.1)$$

fajlagos gőztartalommal jellemezzük.

A telített folyadék esetében $x = 0$, míg a száraz telített gőznél $x = 1$.

A gőzjellemzők többségét táblázatokból (gőztáblázatokból) vehetjük. A telített folyadék és száraz telített gőz jellemzőit (alsó és felső határgörbék) a Műszaki hő- és áramlástan példatár [17] Függelék F.9 és F.10, a folyadék és túlhevített gőz jellemzőit pedig az F.11 táblázat tartalmazza.

A gőzök belső energiáját az entalpia fizikai tartalmát definiáló összefüggés (7.39) alapján számíthatjuk

$$u = i - pv. \quad (17.2)$$

A gőzökre az ideális gázokra levezetett állapotegyenlet, valamint az ideális folyamatokra az állapotegyenlet felhasználásával nyert összefüggések nem alkalmazhatók.

A gőz tömegét a térfogat és fajtérfogat alapján határozhatjuk meg.

$$m = \frac{V}{v}. \quad (17.3)$$

A nedves telített gőz térfogata a telített folyadék és a száraz telített gőz térfogatának összegével egyenlő:

$$V = V' + V'', \quad (17.4)$$

$$mv = m'v' + m''v'', \quad (17.5)$$

melyből

$$v = \frac{m'}{m}v' + \frac{m''}{m}v'' = (1-x)v' + xv'' \quad (17.6)$$

vagy másképp

$$v = v' + x(v'' - v'). \quad (17.7)$$

Hasonló módon számítható az entalpia

$$i = i' + x(i'' - i'), \quad (17.8)$$

és az entrópia

$$s = s' + x(s'' - s'). \quad (17.9)$$

A gőztáblázatok és a fenti összefüggések alapján a gőz jellemzői T - s , illetve i - s diagramban szemléltethetők, így nem csak táblázatok, hanem e diagramok segítségével is elvégezhetők a gőzökkel kapcsolatos számítások.

17.2.3. A vízgőz T - s diagramja

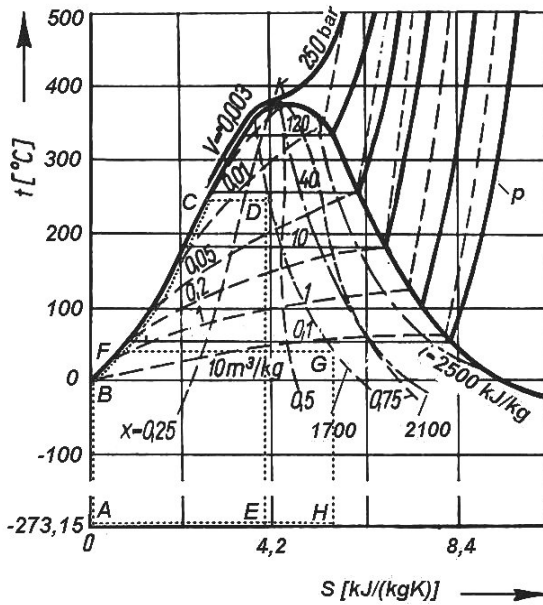
Az izobárokra az ideális gázoknál tanultaknak megfelelően írható:

$$\left(\frac{dT}{ds} \right)_p = \frac{T}{c_p}. \quad (17.10)$$

A diagramot az ideális gáztól eltérően táblázati adatok alapján építik fel.

A telítési mezőben $c_p = \infty$, általában $c_p > 0$.

$$\left(\frac{dT}{ds} \right)_v = \frac{T}{c_v}. \quad (17.11)$$



17.3. ábra - A vízgőz T - s diagramja

(Az A-B-C-D-E-A pontozottan határolt terület egyenlő az A-B-F-G-H-A területtel.)

17.2.4. A vízgőz i-s diagramja

A diagram felépítése a T - s diagramhoz hasonlóan táblázati adatok alapján történik (17.4. ábra).

A két határgörbe közötti tartományban

$$di = c_p dT, \text{ és } \delta q = c_p dT = di.$$

Továbbá, mivel

$$ds = \frac{\delta q}{T}, \rightarrow \delta q = T ds,$$

$$di = T ds,$$

ebből

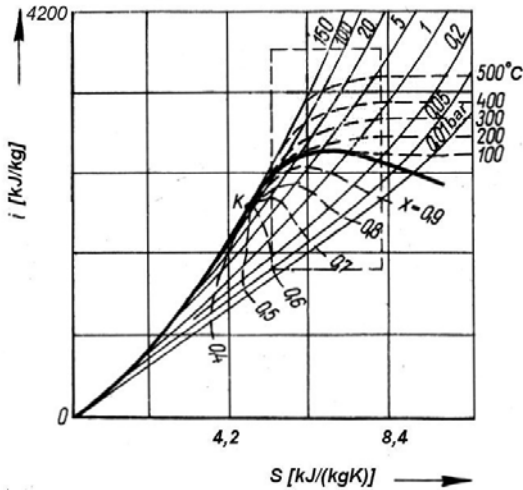
A $v =$ állandó görbéket az izobárokön különböző pontokban meghatározott v értékek közül az azonos értékűek összekötésével nyerjük.

A határgörbéken ugrást szenved mindkét fajhő, ezért a vonalakban törés van (17.3. ábra).

A folyadék mezőben az izobárok majdnem a határgörbével esnek egybe.

A diagramban a területek ugyanúgy értelmezettek, mint az ideális gázoknál.

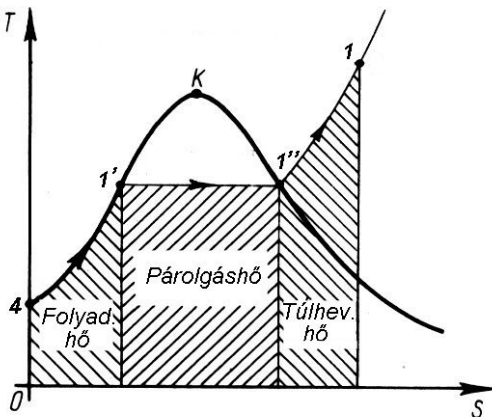
Az állandó entalpia vonalakhoz tartozó állandó nyomásgörbe alatti területek azonosak.



17.4. ábra - A vízgőz $i - s$ diagramja

változásokat határozhatunk meg (pl. az izobár hőmennyiséget és az adiabatikus technikai munkát entalpiaváltozásként kapjuk meg).

17.2.5. A gőztermeléshez felhasznált hőmennyiség és felosztása



17.5. ábra - A gőztermelésre fordított hőmennyiség megoszlása

$$\left(\frac{di}{ds}\right)_p = T. \quad (17.12)$$

A két határgörbe között állandó nyomáshoz állandó hőmérséklet tartozik, így itt mind az izobár, mind az izoterma egyenes.

A gyakorlati számításokban a 17.4. ábrán szaggatottan körbejelölt (a gyakorlatban kinagyított) diagramrészt használjuk. ([17] Függelék F.2. ábra.)

Az $i - s$ diagramban a területeket nem értelmezzük.

Állapotokat és metszékeket,

A 4 állapotú folyadékból 1 állapotú (17.5. ábra) túlhevített gőz nyeréséhez állandó nyomáson szükséges hőmennyiség (a kazánban a hőközlést állandó nyomáson tételezzük fel):

$$q_{4,1} = i_1 - i_4.$$

Ez a hőmennyiség három részre bontható:

Folyadék hő – az a hőmennyiség, mely a telített folyadékká alakításhoz szükséges

$$q_{4,1} = i_{1'} - i_4.$$

Párolgáshő az a hőmennyiség amelyet 1kg telített folyadékkal kell közölni állandó nyomáson (és hőmérsékleten) hogy száraz telített gőzt nyerjünk.

$$q_{1',1''} = r = i_{1''} - i_{1'}.$$

Jelölése: r , mértékegysége J/kg.

Túlhevítési hő – az a hőmennyiség, amelyet ahhoz kell közölni, hogy a száraz telített gőzből kívánt állapotú túlhevített gőzt kapjunk.

$$q_{1'',1} = i_1 - i_{1''}.$$

17.2.6. A párolgáshő és összetevői

Párolgáshő az a hőmennyiség, amelyet 1kg telített folyadékkal kell közölni állandó nyomáson (és hőmérsékleten) hogy száraz telített gőzt nyerjünk. Jelölése r , mértékegysége J/kg.

Mivel a párolgáshő állandó nyomáson kerül közlésre ezért értéke entalpiaváltozásként

$$r = i'' - i' \quad (17.13)$$

vagy mivel a hőmérséklet is állandó az entrópiaváltozás és a hőmérséklet szorzataként határozható meg:

$$r = T(s'' - s'). \quad (17.14)$$

Behelyettesítve az entalpia (17.2) kifejezését

$$r = u'' + pv'' - (u' + pv'), \quad (17.15)$$

melyet átrendezve kapjuk

$$r = \underbrace{u'' - u'}_{\text{Belső}(\rho)} + \underbrace{p(v'' - v')}_{\text{Külső}(\psi)}. \quad (17.16)$$

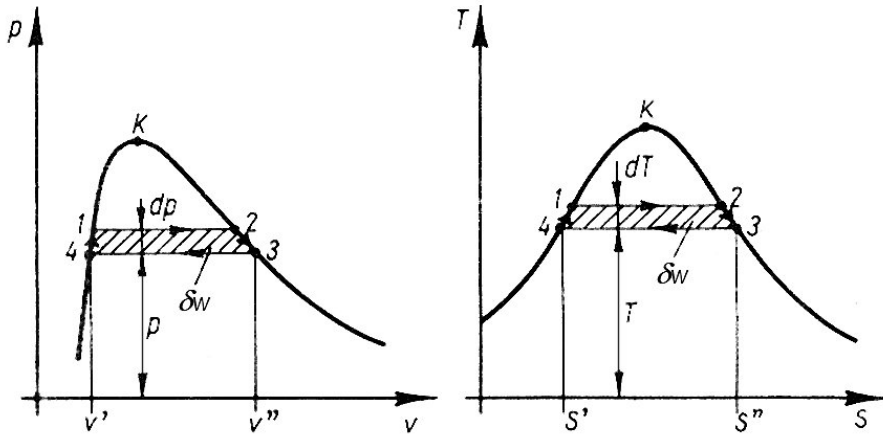
$\underbrace{\hspace{2cm}} \quad \underbrace{\hspace{2cm}}$
 Belső(ρ) Külső(ψ)
 párolgáshő

A *belső párolgáshő* ahhoz szükséges, hogy a molekula ki tudjon lépni a folyadékból. Ez a párolgáshő hányad a belső potenciális energia megváltoztatására (a molekulák közötti vonzóerők legyőzésére), vagyis a szétkapcsolódási munkára fordítódik.

A *külső párolgáshő* a kilépett gőz expanziómunkája $\rho \gg \psi$.

17.2.7. Clausius–Clapeyron-egyenlet

A párolgáshő meghatározása a tenziógörbe és a termikus állapotjelzők ismeretében.



17.6. ábra - Elemi gőzkörfolyamat p - v és T - s diagramban

A 17.6 ábrán az 1-2-3-4-1 terület mindkét diagramban azonos (elemi munka δw)

$$\delta w = dp(v'' - v') = dT(s'' - s'). \quad (17.17)$$

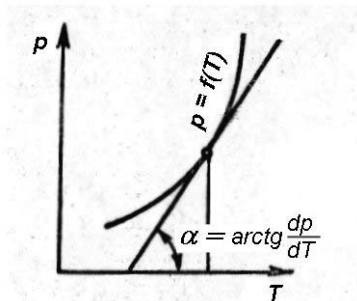
A (17.14) egyenletből következőleg

$$s'' - s' = \frac{r}{T}. \quad (17.18)$$

Ezt behelyettesítve (17.17)-be majd kifejezve a párolgáshőt, kapjuk:

$$r = T(v'' - v') \frac{dp}{dT}. \quad (17.19)$$

Ez a Clausius–Clapeyron-egyenlet, ahol $\frac{dp}{dT}$ a $p = f(T)$ tenziógörbe érintőjének iránytangense (17.7 ábra).



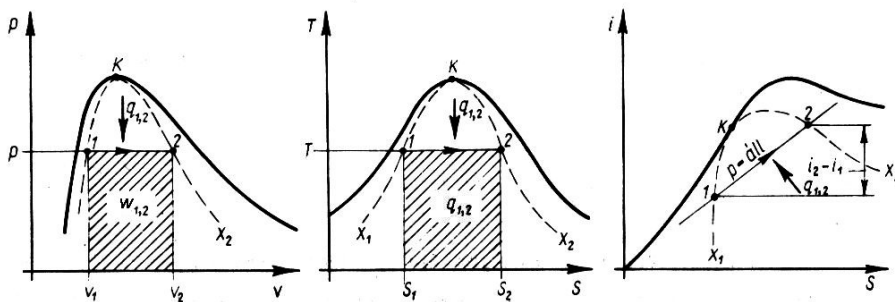
17.7. ábra – Érintő a tenzió-görbéhez

17.3. Gőzök egyszerű állapotváltozásai

A gőz munkaközeggel lejátszódó folyamatok esetében a folyamat alap-egyenletét (állapotjelzők meghatározásához), illetve a termodinamika első főtételének összefüggéseit alkalmazhatjuk a számításokban. Az ideális gázokra levezetett egyenletek nem használhatók.

17.3.1. Izobár ($p = \text{áll.}$) folyamat

A folyamat egyenlete $p = \text{áll.}, \quad p_2 = p_1.$



17.8. ábra - Izobár folyamat $p - v$, $T - s$ és $i - s$ diagramban

Hőmennyiség

$$q_{1,2} = i_2 - i_1; \quad Q_{1,2} = mq_{1,2}; \quad \dot{Q}_{1,2} = \dot{m}q_{1,2}. \quad (17.20)$$

Belsőenergia-változás

$$u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - p(v_2 - v_1).$$

Térfogatváltozási munka

$$w_{1,2} = p(v_1 - v_2); \quad W_{1,2} = p(V_1 - V_2) = mw_{1,2}. \quad (17.21)$$

Technikai munka (teljesítmény)

$$w_{t1,2} = (i_2^* - i_1^*) - q_{1,2} = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}; \quad P = \dot{m}|w_{t1,2}|. \quad (17.22)$$

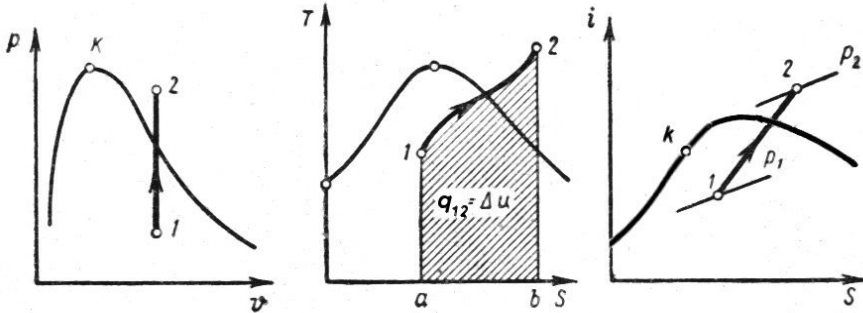
Bármelyik mennyiség meghatározására alkalmazhatjuk a termodinamika első főtételének kifejezéseit is

$$U_2 - U_1 = Q_{1,2} + W_{1,2}, \quad (17.23)$$

$$i_2^* - i_1^* = q_{1,2} + w_{t1,2}. \quad (17.24)$$

17.3.2. Izochor ($v = \text{áll.}$) folyamat

A folyamat egyenlete $v = \text{áll.}$, $v_2 = v_1$.



17.9. ábra - Izochor folyamat $p - v$, $T - s$ és $i - s$ diagramban

Belsőenergia-változás

$$u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - (p_2 v_2 - p_1 v_1); \quad U_2 - U_1 = m(u_2 - u_1).$$

Hőmennyiség

$$q_{1,2} = u_2 - u_1; \quad Q_{1,2} = U_2 - U_1 = m q_{1,2}. \quad (17.25)$$

Térfogatváltozási munka

$$W_{1,2} = 0.$$

Technikai munka ($c_1 = c_2 = 0$ és $v = \text{állandó}$ esetén)

$$w_{t1,2} = \int_{p_1}^{p_2} v dp = v(p_2 - p_1). \quad (17.26)$$

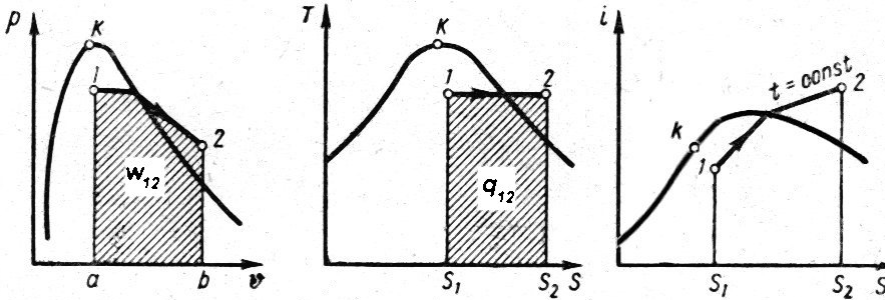
Figyelembe véve a (17.2), (17.25) és (17.26) összefüggést – ha a gőzt az adott folyamatban összenyomhatatlannak tekinthetjük ($v_1 = v_2$) – az időegység alatti munka

$$\dot{m} w_{t1,2} = \dot{m} v_1 \left[(p_2 - p_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right] = \dot{V} \left[(p_2 - p_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right]. \quad (17.27)$$

Bármelyik mennyiség meghatározására értelemszerűen alkalmazhatjuk a termodinamika első főtételének (17.23), (17.24) kifejezéseit is.

17.3.3. Izotermikus ($T = \text{áll.}$) folyamat

A folyamat egyenlete $T = \text{áll.}$, $T_2 = T_1$.



17.10. ábra - Izotermikus folyamat $p - v$, $T - s$ és $i - s$ diagramban

Hőmennyiség

$$q_{1,2} = T(s_2 - s_1); \quad Q_{1,2} = mq_{1,2}; \quad \dot{Q}_{1,2} = \dot{m}q_{1,2}. \quad (17.28)$$

Belsőenergia-változás

$$u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - (p_2v_2 - p_1v_1) \neq 0, \\ U_2 - U_1 = m(u_2 - u_1). \quad (17.29)$$

Térfogatváltozási munka az első főtételből következőleg

$$W_{1,2} = U_2 - U_1 - Q_{1,2}. \quad (17.30)$$

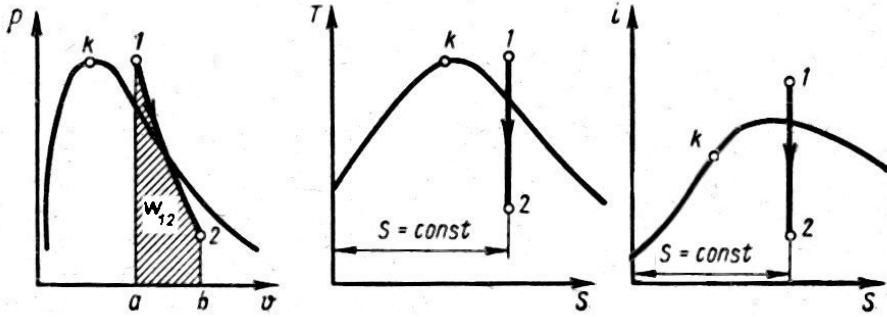
Technikai munka (teljesítmény)

$$w_{i1,2} = (i_2^* - i_1^*) - q_{1,2} = (i_2 - i_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} - q_{1,2}; \quad P = \dot{m}|w_{i1,2}|. \\ (17.31)$$

Bármelyik mennyiség meghatározására értelemszerűen alkalmazhatjuk a termodinamika első főtételének (17.23), (17.24) kifejezéseit is.

17.3.4. Adiabatus ($q_{1,2}, \delta q = 0$) folyamat

A folyamat egyenlete $s = \text{áll.}$, $s_2 = s_1$.



17.11. ábra - Adiabatus folyamat $p - v$, $T - s$ és $i - s$ diagramban

Hőmennyiség

$$Q_{1,2} = 0.$$

Térfogatváltozási munka az első főtételből következőleg

$$w_{1,2} = u_2 - u_1; \quad W_{1,2} = m(u_1 - u_2). \quad (17.32)$$

Technikai munka (teljesítmény)

$$w_{t1,2} = (i_2^* - i_1^*) = (i_2 - i_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}, \quad P = \dot{m} |w_{t1,2}|. \quad (17.33)$$

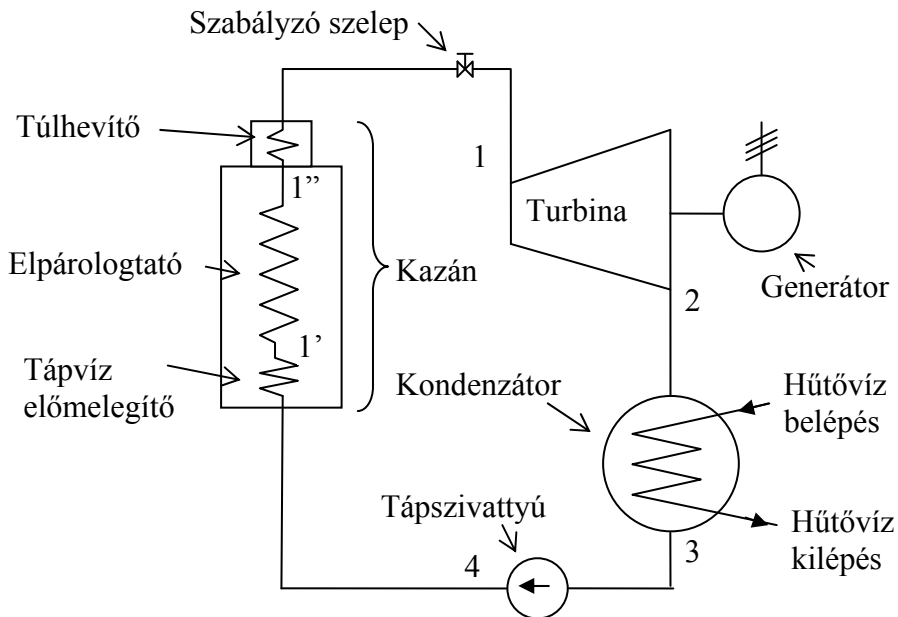
17.4. A Rankine–Clausius-gőzkörfolyamat

17.4.1. A körfolyamat sajátosságai

A gőztermelés a kazánban valósul meg, ahol a tüzelőanyag kémiai energiája átalakul a gőz entalpiájává. A kazánban három fűtőfelületet különböztetünk meg: a tápvíz előmelegítőt, az elpárologtatót és a túlhevítőt.

A gőz (általában túlhevített) gőzturbinában vagy más expanziós gépben expandál és munkát végez, majd a munkát végzett gőz egy hőcserélőben – kondenzátorban – telített folyadék állapotig kondenzálódik. A kisnyomású lecsapatott vizet (kondenzátumot) tápszivattyú juttatja vissza a kazánba.

A körfolyamat kapcsolási rajza látható a 17.12. ábrán.

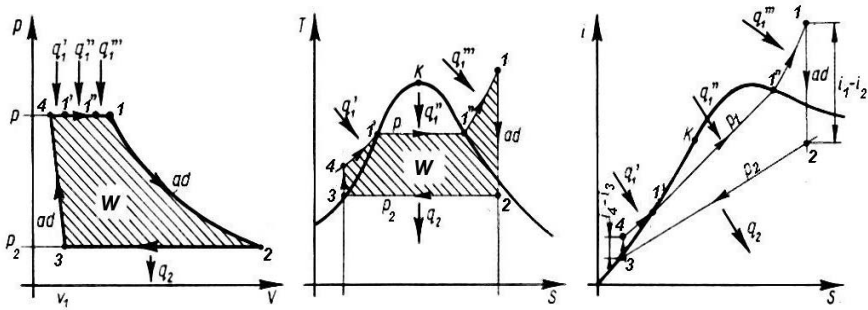


17.12. ábra - A Rankine–Clausius-gőzkörfolyamat elemei

A 17.13. ábra a Rankine–Clausius-körfolyamatot szemlélteti $p - v$, $T - s$ és $i - s$ diagramban.

A kazánban állandó nyomáson közölt hőmennyiség

$$q_{be} = q_{4,1} = i_1 - i_4. \quad (17.34)$$



17.13. ábra - A Rankine – Clausius-körfolyamat $p - v$, $T - s$, $i - s$ diagramja

A kondenzátorban állandó nyomáson elvont hőmennyiség

$$q_{el} = q_{2,3} = i_3 - i_2. \quad (17.35)$$

A kondenzátorból kilépő közeg telített folyadék állapotú, így $i_3 = i_3'$. Ezzel

$$|q_{el}| = i_2 - i_3'. \quad (17.36)$$

A gőzturbina fajlagos munkája

$$w_T = |w_{i,1,2}| = i_1 - i_2. \quad (17.37)$$

A tápszivattyú fajlagos munkaszüksége $c_3 \approx c_4$ és összenyomhatatlan közeg esetén (17.27) összefüggés alapján

$$w_{sz} = i_4 - i_3' \approx v_3(p_4 - p_3). \quad (17.38)$$

A körfolyamat fajlagos hasznos munkája

$$w_h = q_{be} - |q_{el}| = i_1 - i_2 - (i_4 - i_3'). \quad (17.39)$$

Amennyiben a tápszivattyú teljesítményigényét a turbina teljesítményéhez képest elhanyagoljuk, ez azt jelenti, hogy $i_4 = i_3'$. Ezzel

$$w_h = i_1 - i_2. \quad (17.40)$$

A turbina teljesítménye

$$P = \dot{m}_g w_h = \dot{m}_g (i_1 - i_2). \quad (17.41)$$

A Rankine–Clausius-gőzkörfolyamat termikus hatásfoka (a tápszivattyú teljesítményigényének elhanyagolásával)

$$\eta_t = \frac{w_h}{q_{be}} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_3'}. \quad (17.42)$$

Amennyiben a tápszivattyú teljesítményigényét figyelembe vesszük

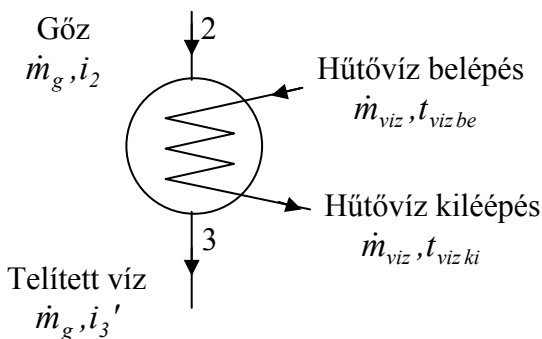
$$\eta_t = \frac{w_h}{q_{be}} = \frac{i_1 - i_2 - (i_4 - i_3')}{i_1 - i_4}. \quad (17.43)$$

A Rankine–Clausius-körfolyamat termikus hatásfokának növelése a friss gőz p_1 nyomásának, t_1 hőmérsékletének emelésével, illetve a p_2 kondenzátornyomás csökkentésével érhető el. Jelenleg a turbina előtti nyomás maximális értéke meghaladja a 300 bar, a hőmérséklet pedig a 600°C értéket. E paraméterek növelésének határt szab a csővezetékek szilárdsága.

A kondenzátornyomás a hűtővíz hőmérsékletétől függ, mivel az intenzív hűtés érdekében a gőz és a hűtővíz között 10 – 15°C hőmérsékletkülönbségre van szükség. Például 33°C telítési (kondenzációs) hőmérsékletnél a kondenzátornyomás 0,05 bar. A gőz tömegáram (gőzfogyasztás) az egység teljesítménytől (max. ~1000 MW) függően több száz tonna/órában fejezhető ki.

A kondenzátor hőmérlege (17.14. ábra)

$$\dot{m}_g (i_2 - i_3') = \dot{m}_{v\acute{z}} c_{v\acute{z}} (t_{v\acute{z} ki} - t_{v\acute{z} be}). \quad (17.44)$$

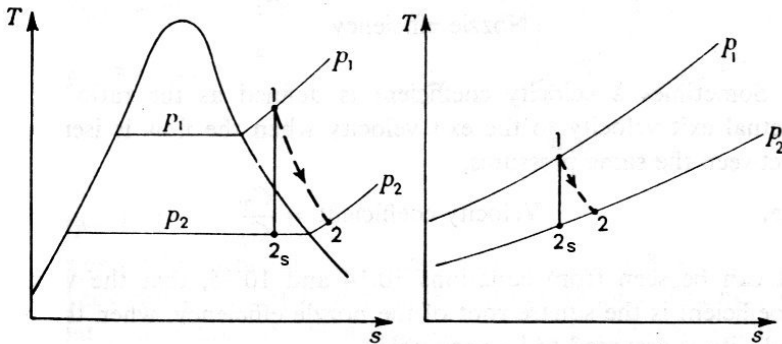


A (17.44) egyenlet bal oldala a körfolyamatból elvont hő abszolút értéke ($|q_{el}|$).

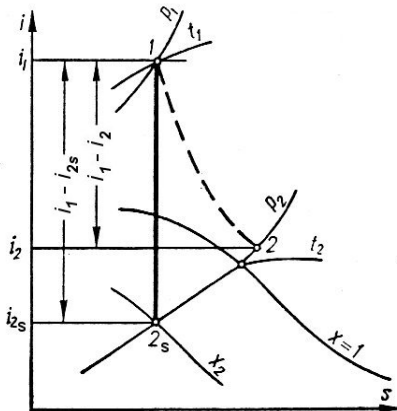
17.14. ábra - Kondenzátor vázlat

17.4.2. Gőzkörfolyamat súrlódásos (valóságos) adiabatikus expanzióval a turbinában

A gőzturbinában a valóságban megvalósuló expanzió során súrlódás van jelen, ezért a végállapot változatlan nyomása mellett a gőz hőmérséklete nagyobb lesz, mint ideális adiabatikus esetben (lásd 16. fejezet). Ez a folyamat irreverzibilis és a II. főtétele szerint entrópiánövekedéssel jár. A folyamat $T - s$ diagramja a 17.15. ábrán (szaggatott vonal) látható. Mellette szemléltettük az ideális gázzal lejátszódó folyamatot is.



17.15. ábra - Súrlódásos adiabatikus expanzió gőz és gáz munkaközeggel



A folyamat szaggatott vonallal történő ábrázolása az irreverzibilitást hivatott jelölni. A gőzkörfolyamat többi alkotó folyamatát továbbra is ideálisnak tekintjük, de szem előtt kell tartani, hogy az így ábrázolt körfolyamat által bezárt terület nem egyenlő a körfolyamat hasznos munkájával.

17.16. ábra - Súrlódásos adiabatikus expanzió $i - s$ diagramban

A 17.16. ábra a súrlódásos adiabatikus expanziófolyamatot szemlélteti $i - s$ diagramban.

ban.

Az adiabatikus expanzió folyamatban a súrlódást az adiabatikus (izentrópikus) hatásokkal vesszük figyelembe, mely a 17.16. ábra jelöléseivel a következő összefüggés szerint határozzuk meg (16.25):

$$\eta_s = \frac{\text{Valóságos adiabatikus folyamat techn.munkája}}{\text{Ideális adiabatikus folyamat techn.munkája}} = \frac{|w_{t1,2}|}{|w_{t1,2s}|} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}} \quad (17.45)$$

Az entalpia értékeket i -s diagramból ([17] Függelék F.2. ábra), vagy gőztáblázatból ([17] Függelék F.9.-F.11.Táblázat) határozhatjuk meg.

Példa (1):

Milyen nyomásra kell fojtani az 50 bar nyomású, 85% gőztartalmú nedves gőzt, hogy száraz telítetté váljék? Gőztáblázat használandó!

Megoldás:

Fojtás előtti és utáni entalpiaérték megegyezik: $i_2 = i_1$.

$$i_1 = i_1' + x_1(i_1'' - i_1'),$$

[17] F.10. táblázata alapján

$$i_1' = 1154,4 \text{ kJ / kg ,}$$

$$i_1'' = 2794 \text{ kJ / kg .}$$

A fojtás előtti (1) állapot entalpiája

$$i_1 = 1154,4 + 0,85(2794 - 1154,4) = 2548,6 \text{ kJ / kg .}$$

A fojtás utáni (2) állapot

$$i_2 = i_1 = i_2'' = 2548,6 \text{ kJ / kg .}$$

Az F10. táblázatból interpolációval meghatározandó a p_2 nyomás

$$p_2 = 0,03 + \frac{0,04 - 0,03}{9}(2548,6 - 2545) = 0,034 \text{ bar .}$$

Példa(2):

Gőzturbinába belépő gőz jellemzői: $p_1=200$ bar, $t_1=650$ °C, a kondenzátornyomás 0,05 bar. A körfolyamat termikus hatásfoka 37,12%. Meghatározandó az expanzió izentrópikus hatásfoka.

Megoldás:

A feladatot i - s diagram használatával oldjuk meg. Az i - s diagramban [17] (17.17. ábra) a p_1 , t_1 állapotjelzők alapján (a 200 bar-os nyomásgörbe és 650 °C hőmérséklet-görbe metszéspontjaként) meghatározzuk az i_1 entalpia értékét: $i_1=3690$ kJ/kg.

A kondenzátorból kilépő telített folyadék entalpia ([17] Függelék F.10. táblázatból 0,05 bar nyomásnál) $i_3'=137,83$ kJ/kg.

A körfolyamat termikus hatásfoka

$$\eta_t = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_3'} \quad (17.46)$$

melyből a turbina kilépő entalpiája

$$i_2 = i_1 - \eta_t (i_1 - i_3') = 3690 - 0,3712(3690 - 137,83) = 2371,43 \text{ kJ/kg,}$$

majd az izentrópikus hatásfok

$$\eta_s = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}} \quad (17.47)$$

ahol i_{2s} – az i - s diagramból határozható meg, mint a p_2 nyomásgörbe és az „1” állapothoz tartozó izentrópa (az 1 pontból bocsátott függőleges) metszéspontjához tartozó entalpia-érték.

$$i_{2s} = 2040 \text{ kJ/kg.}$$

Ezzel az izentrópikus hatásfok

$$\eta_s = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}} = \frac{3690 - 2371,43}{3690 - 2040} = 0,799.$$

Gőztáblázat használatával:

A p_1 , t_1 állapotjelzők alapján az [17] Függelék F 11. táblázatból meghatározzuk az i_1 entalpia és s_1 entrópia értékét:

$$i_1 = 3667 \text{ kJ/kg.}; \quad s_1 = 6,660 \text{ kJ/(kgK).}$$

a turbina kilépő entalpiája

$$i_2 = i_1 - \eta_t (i_1 - i_3) = 3667 - 0,3712(3667 - 137,83) = 2357 \text{ kJ/kg.}$$

A telített folyadék és száraz telített gőz entalpiák, valamint entrópiák meghatározása $p_2 = 0,05$ bar nyomáson:

$$i_2' = 137,83 \text{ kJ/kg}; \quad i_2'' = 2561 \text{ kJ/kg};$$

$$s_2' = 0,4761 \text{ kJ/(kgK)}; \quad s_2'' = 8,393 \text{ kJ/(kgK)}.$$

Az izentrópikus folyamatból következőleg

$$s_{2s} = s_1 = s_2' + x_{2s} (s_2'' - s_2'), \quad \text{melyből}$$

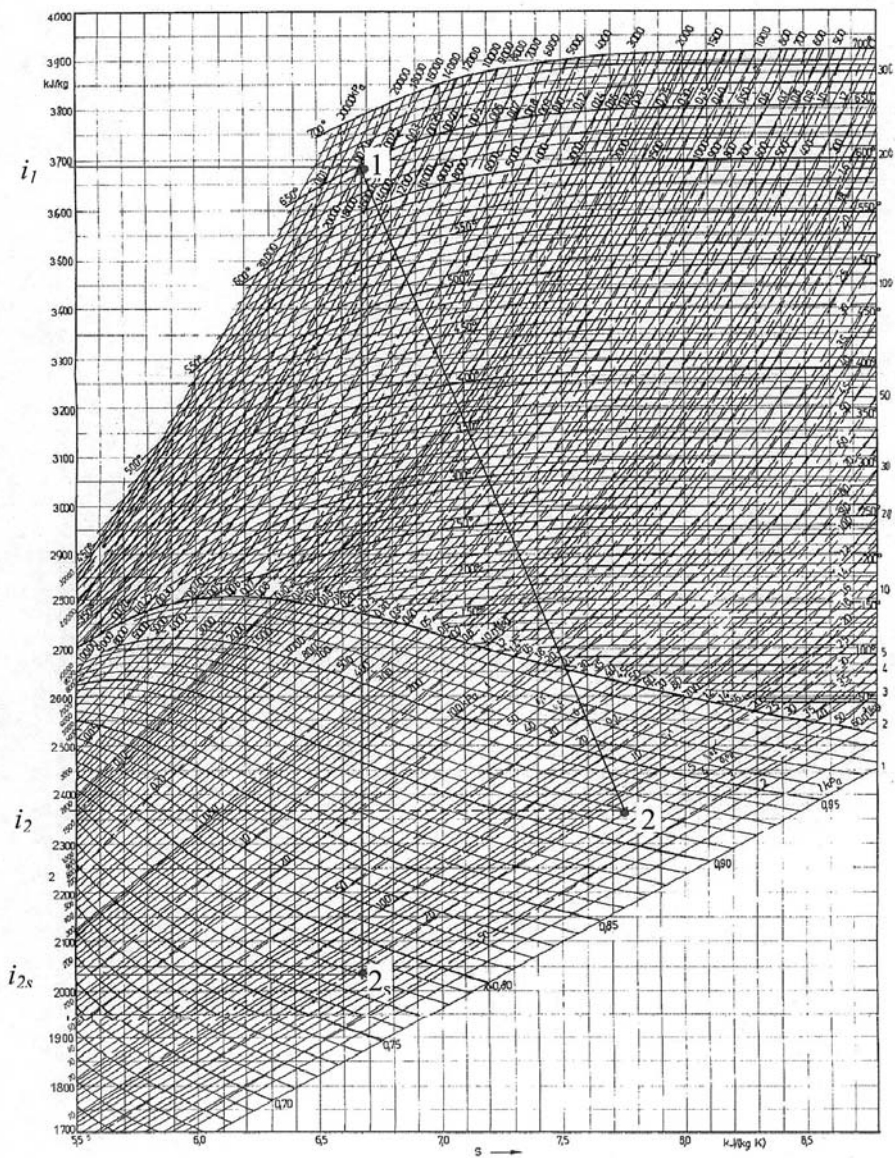
$$x_{2s} = \frac{s_1 - s_2'}{s_2'' - s_2'} = \frac{6,66 - 0,4761}{8,393 - 0,4761} = 0,781.$$

Az i_{2s} entalpia

$$i_{2s} = i_2' + x_{2s} (i_2'' - i_2') = 137,83 + 0,781(2561 - 137,83) = 2030 \text{ kJ/kg,}$$

majd az izentrópikus hatásfok:

$$\eta_s = \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_{2s}} = \frac{3667 - 2357}{3667 - 2030} = 0,8.$$



17.17. ábra - A feladat megoldása
i - s diagramban

18. Nedves levegő termodinamikája

18.1. Alapfogalmak

A száraz levegő és vízgőz mechanikai keverékét nedves levegőnek nevezzük.

A nedves levegő a műszaki számítások szempontjából ideális gázok keverékének tekinthető, mivel a vízgőz a levegőben döntően túlhevített formában van jelen és parciális nyomása olyan kicsi, hogy tulajdonságai közel vannak az ideális gázokéhoz.

(Dalton törvénye szerint

$$p_{nl} = p_{szl} + p_g, \quad (18.1)$$

ahol p_{nl} -a nedves levegő nyomása, p_{szl} – a száraz levegő, p_g – a vízgőz parciális nyomása. Mivel $p_g \ll p_{szl}$ az ideális gázokra érvényes összefüggések használhatók.)

A nedves levegő állapotát a benne levő gőz állapota határozza meg.

A vízgőz mennyiségétől és a nedves levegő hőmérsékletétől függ a nedves levegő telítettsége.

A *telítetlen* nedves levegőben a vízgőz *túlhevített* állapotú, míg a telítettben száraz telített vagy nedves telített állapotú.

A nedves levegő jellemzőit általában 1kg száraz levegőre vonatkoztatjuk, mivel a nedves levegős folyamatokban a száraz levegő mennyisége nem változik.

18.2. A nedves levegő jellemzői:

Abszolút nedvességtartalom az 1 m³ nedves levegőben levő vízgőz tömege. Ez a vízgőz sűrűsége a vízgőz parciális nyomásával és a nedves levegő hőmérsékletével egyező állapotban

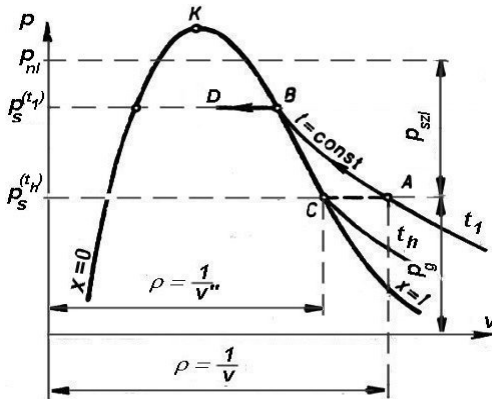
$$\rho_g = \frac{p_g}{R_g T_{nl}} \quad \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]. \quad (18.2)$$

A nedves levegőben levő vízgőz állapota ábrázolható a vízgőz $p - v$ diagramjában (18.1. ábra)

Amennyiben t_l hőmérsékleten növeljük gőztartalmat (ρ_g) akkor az B pontban a vízgőz száraz telített állapotú lesz, a nedves levegő pedig telített állapotú. Ehhez a ponthoz az adott hőmérsékleten

$$\rho_{g \max} = \rho_g'' = \frac{l}{v''} \quad (18.3)$$

maximális abszolút gőztartalom tartozik.



18.1. ábra - A vízgőz p - v diagramja

További víztartalom növelésével ($B-D$ folyamat) megkezdődik a vízgőz kicsapódása, megjelenik a *köd*. Tehát a B pont a nedves levegő határ (telített) állapota az adott hőmérsékleten.

A telített állapot elérhető a nedves levegő állandó nedvességtartalma (a vízgőz parciális nyomása) esetén is, amennyiben állandó nyomáson hűtjük ($A - C$ folyamat).

A C pontban a nedves levegőben levő gőz száraz telített állapotú lesz és egy bármilyen kismértékben alacsonyabb hőmérsékletű felületen haramat jelenik meg.

Az a hőmérséklet amelynél az állandó nyomás melletti hűtés során a nedves levegőben lévő vízgőz száraz telített állapotú lesz – a *harmatponti hőmérséklet* (t_h).

A harmatponti hőmérséklet tehát az a hőmérséklet, amelyhez tartozó telítési gőznyomás megegyezik az adott nedves levegőben levő vízgőz parciális nyomásával (p_g):

$$p_s^{(t_{harmat})} = p_g. \quad (18.4)$$

A diagramból látható, hogy $t > t_l$ hőmérsékleten a maximális abszolút gőztartalom nagyobb lesz.

A telítési állapot a hőmérséklet függvénye.

Tehát a nedves levegő telítettségi viszonyairól a nedves levegő adott körülmények közötti abszolút gőztartalom és a nedves levegő hőmérsékletéhez tartozó maximális abszolút gőztartalom hányadosa, az u.n. *relatív nedvességtartalom* ad képet.

$$\varphi = \frac{\rho_g^{(t)}}{\rho_{gmax}^{(t)}}. \quad (18.5)$$

Mivel

$$\rho_g^{(t)} = \frac{p_g}{R_g T} \quad \text{és} \quad \rho_{gmax}^{(t)} = \frac{p_s^{(t)}}{R_g T}$$

$$\varphi = \frac{p_g^{(t)}}{p_s^{(t)}}, \quad (18.6)$$

ahol $p_s^{(t)}$ - a t - hőmérséklethez tartozó telítési gőznyomás.

Fajlagos nedvességtartalom az 1 kg száraz levegőre jutó nedvesség

$$x = \frac{m_g}{m_{szl}}$$

az állapotegyenlet felhasználásával

$$m_g = \frac{p_g^{(t)} V}{R_g T}; \quad m_{szl} = \frac{p_{szl}^{(t)} V}{R_{szl} T}; \quad p_{szl} = p_{nl} - p_g^{(t)};$$

ezzel

$$x = \frac{R_{szl}}{R_g} \frac{p_g^{(t)}}{p_{nl} - p_g^{(t)}} = 0,622 \frac{p_g^{(t)}}{p_{nl} - p_g^{(t)}} \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg sz.lev}} \right]. \quad (18.7)$$

A telített nedves levegő fajlagos nedvességtartalma

$$x_{max} = x_s = 0,622 \frac{p_s^{(t)}}{p_{nl} - p_s^{(t)}}. \quad (18.8)$$

A telítési parciális gőznyomás

$$p_s^{(t)} = p_{nl} \frac{x_{max}}{0,622 - x_{max}}. \quad (18.9)$$

A *nedves levegő entalpiája* 1 kg száraz levegőre vonatkoztatva

$$i_{l+x} = i_{szl} + x i_g. \quad (18.10)$$

Az entalpia zéruspontja 0 °C-on értendő.

Amennyiben $x \leq x_s$ és $t > 0$

$$i_{l+x} = c_{pszl}t + x(r_0 + c_{pg}t), \quad (18.11)$$

ahol $c_{pszl}=1,005$ kJ/(kgK) – a száraz levegő izobár fajhője; t – a nedves levegő hőmérséklete [$^{\circ}\text{C}$]; $r_0=2500$ kJ/kg – a 0°C -hoz tartozó párolgáshő; $c_{pg}=1,96$ kJ/(kgK) – a gőz izobár fajhője.

Ha $x > x_s$ és $t > 0$

$$i_{l+x} = c_{pszl}t + x_s(r_0 + c_{pg}t) + (x - x_s)c_{v\acute{z}}t, \quad (18.12)$$

itt $c_{v\acute{z}}=4,189$ kJ/(kgK) – a víz fajhője.

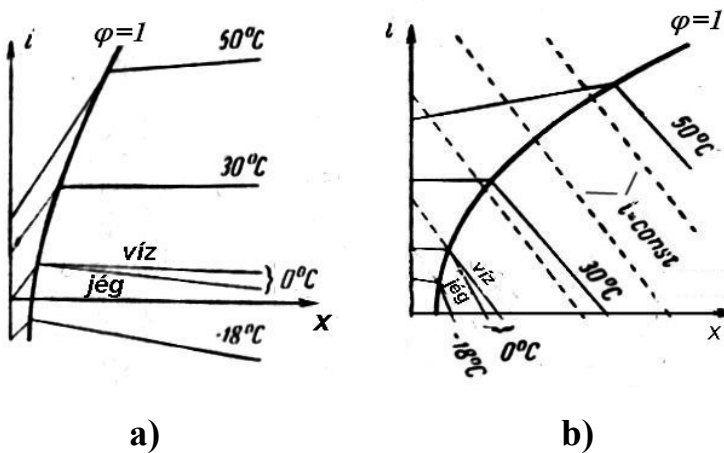
$x > x_s$ és $t < 0$ esetén

$$i_{l+x} = c_{pszl}t + x_s(r_0 + c_{pg}t) - (x - x_s)(L_0 - c_jt), \quad (18.13)$$

ahol $L_0=335$ kJ/kg – a jég olvadáshője 0°C -on; $c_j=2,094$ kJ/(kgK) – a jég fajhője.

18.2.1. A nedves levegő $i - x$ diagramja

A (18.11)-(18.13) egyenletek segítségével felépíthető a nedves levegő $i - x$ diagramja, mely a nedves levegőben lejátszódó folyamatok ábrázolását és gyakorlati számítások gyorsabb elvégzését teszi lehetővé. Termé-



18.2. ábra - Eredeti és módosított $i - x$ diagram

szetesen az adott diagram csak egy adott nyomású nedves levegőre lesz alkalmas.

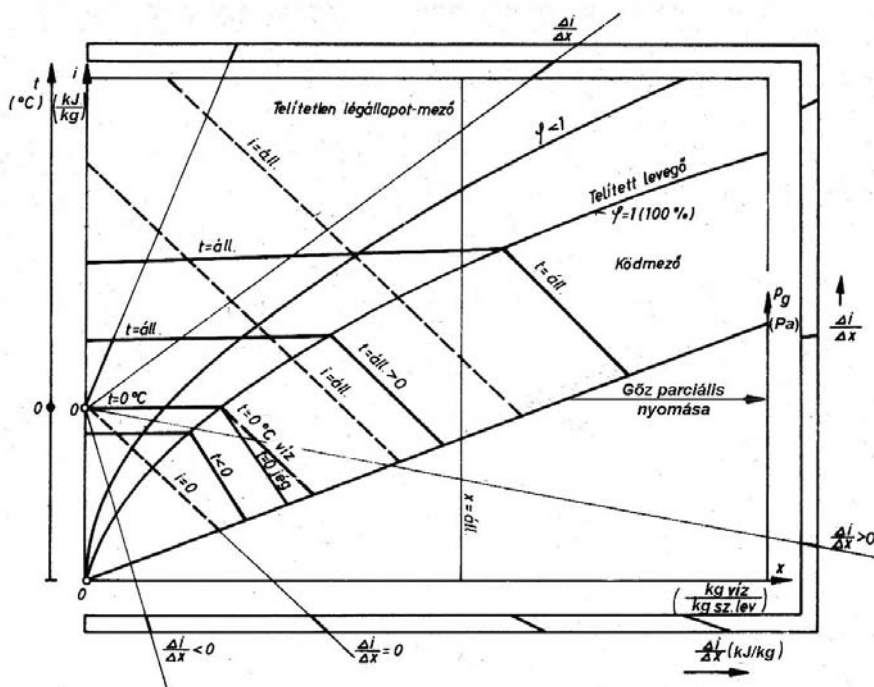
Az izotermákat a (18.11)-(18.13) egyenletekből $t = \text{állandó}$ helyettesítéssel, mint egyeneseket kapjuk meg.

Az izotermákon bejelölhetjük és összeköthetjük az azonos relatív nedveségtartalomhoz tartozó pontokat (18.2. ábra $\varphi = 1$ telítési görbe).

Az entalpia kifejezésekből következik és az ábrán látható, hogy a telítési mezőben a $t = \text{állandó}$ egyenesek meredeksége a hőmérséklettel nő. Ugyanakkor a $\varphi=1$ görbén az izotermák törést szenvednek és közel az $i = \text{állandó}$ vonalakkal (az eredeti diagramban vízszintes) párhuzamosan folytatódnak.

Ez azzal magyarázható, hogy míg $x \leq x_s$, az egyenes iránytangense $(r_0 + c_{pg}t) \approx 2500 \text{ kJ/kg}$ nagyságrendű, addig $x > x_s$ -nél – folyadék halmazállapot esetén $c_{viz}t \approx 4,19t \text{ kJ/kg}$, jég halmazállapot esetén $(L_0 - c_j t) \approx 340 \text{ kJ/kg}$.

A $t=0^\circ\text{C}$ -hoz tartozó izoterma a telítési görbétől jobbra (kőd mező) ketté-



18.3. ábra. - Az $i - x$ diagram jellemző adatai

ágazik. A felső ahhoz az esethez tartozik, amikor a kicsapódott víz folyadék, míg az alsó, ha jég halmazállapotban van jelen.

A 18.2/a. ábrán látható, hogy az ilyen módon felépített diagram a gyakorlati számításokban legtöbbször használatos telítetlen nedves levegő tartományt (a $\varphi = 1$ görbétől balra eső rész) keskeny sávban tartalmazza. Ezt módosítandó Mollier javasolta a diagram görbéinek olyan elforgatását, hogy a $t = 0$ °C-hoz tartozó izoterma vízszintes legyen (18.2/b. ábra).

Ilyen módon megalkotott $i - x$ diagramot szemléltet [17] Függelék F.3. ábrája, melynek értelmezése látható a 18.3. ábrán.

18.2.2. A nedves levegő állandó nyomású hűtése, fűtése, szárítása és szárítás nedves levegőben

A nedves levegő fűtési, hűtési, szárítási és a nedves levegőben lejátszódó szárítási folyamatokat szemlélteti $i-x$ diagramban a 18.4. ábra.

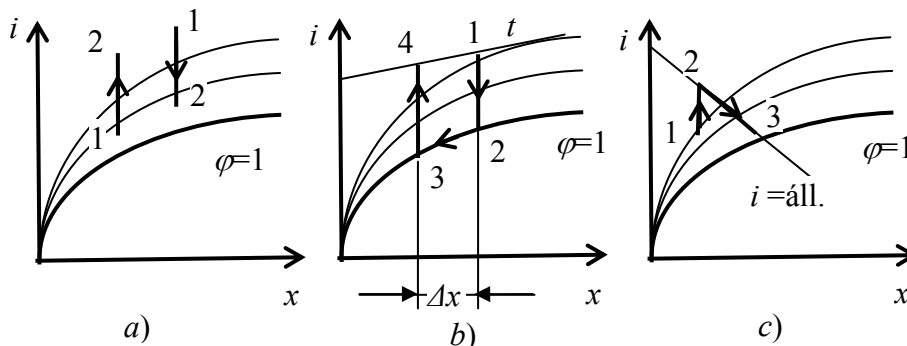
A 18.4/a. ábrán a fűtési és hűtési folyamat látható.

A nedves levegő *fűtési folyamata* során:

- a fajlagos nedvességtartalom (x) állandó,
- a hőmérséklet (t) nő,
- a relatív nedvességtartalom (φ) csökken,
- az entalpia (i) nő.

A *hűtési folyamat* során:

- a fajlagos nedvességtartalom (x) állandó,
- a hőmérséklet (t) csökken,
- a relatív nedvességtartalom (φ) nő,
- az entalpia (i) csökken.



18.4. ábra - Nedves levegőben lejátszódó folyamatok

A nedves levegő szárítási (abszolút-, illetve fajlagos nedvességtartalom csökkentési) folyamata a 18.4/b. ábrán látható. Ekkor

- az (1) állapotú levegőt le kell hűteni a végállapot (4) harmatponti (3) hőmérsékletéig és
- a folyamat során kicsapódott $\Delta x = x_1 - x_4$ mennyiségű vizet le kell választani.
- Ezután visszamelegítés következik $x = \text{áll.}$ mellett a (4) állapotig.

A folyamat eredményeképpen

- a fajlagos nedvességtartalom (x) csökken,
- a hőmérséklet (t) azonos lesz,
- a relatív nedvességtartalom (φ) csökken,
- az entalpia (i) csökken.

Nedves levegőben történő szárítás előtt (18.4/c. ábra)

- a levegő szükség szerint előmelegítendő (1-2),
- majd ez a levegő elpárologtatja a szárítandó anyagban lévő nedvességet úgy, hogy az ehhez szükséges hőmennyiséget leadja,
- ezután a keletkező gőz a levegőbe jutva ezt a hőmennyiséget visszaadja a szárító levegőnek.

Ideális esetben a nedves levegőben a szárítás állandó entalpia mellett játszódik le (2-3).

A szárítóban

- a fajlagos nedvességtartalom nő,
- a hőmérséklet csökken,
- a relatív nedvességtartalom (φ) nő,
- az entalpia állandó.

Példa:

$m_{nl1} = 50$ kg, $t_1 = 25$ °C hőmérsékletű nedves levegőből kicsapattunk, majd leválasztottunk $\Delta m = 0,12$ kg vizet. Meghatározandó a kiindulási relatív nedvességtartalom $t = 25$ °C hőmérsékleten, ha végállapotban ugyanezen a hőmérsékleten $\varphi_2 = 40$ %. A folyamat során $p = 2$ bar. Mekkora a harmatponti hőmérséklet az 1 állapotban?

Megoldás:

A végállapot fajlagos nedvességtartalma

$$x_2 = 0,622 \frac{p_{g2}}{p_{nl} - p_{g2}}.$$

A gőz parciális nyomását a relatív nedvességtartalomból határozzuk meg.

$$\varphi_2 = \frac{p_{g2}}{p_s^{t_2}} \rightarrow p_{g2} = p_s^{t_2} \varphi_2 = 0,3166 \cdot 0,4 = 0,12664 \text{ bar},$$

$$\text{ezzel } x_2 = 0,622 \frac{p_{g2}}{p_{nl} - p_{g2}} = 0,622 \frac{0,12664}{2 - 0,12664} = 3,9636 \cdot 10^{-3} \text{ kg / kg}.$$

A fajlagos nedvességtartalom-változás (a szárazlevegő tartalom változatlan marad):

$$\Delta x = \frac{\Delta m}{m_{szl}},$$

$$m_{nl1} = m_{szl}(1 + x_1), \quad \text{melyből} \quad m_{szl} = \frac{m_{nl1}}{1 + x_1},$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{\Delta m}{m_{szl}} = \frac{\Delta m}{m_{nl1}}(1 + x_1) = \frac{0,12}{50}(1 + x_1) = 0,0024(1 + x_1),$$

$$\text{ebből } x_1 = \frac{0,0024 + x_2}{1 - 0,0024} = \frac{0,0024 + 0,003936}{1 - 0,0024} = 0,0063789 \text{ kg / kg}.$$

A gőz parciális nyomása az 1 állapotban a fajlagos nedvességtartalomból:

$$p_{g1} = \frac{x_1 p_{nl}}{x_1 + 0,622} = \frac{0,0063789 \cdot 2}{0,0063789 + 0,622} = 0,0203027 \text{ bar}.$$

A relatív nedvességtartalom

$$\varphi_1 = \frac{p_{g1}}{p_s^{t_1}} = \frac{0,0203027}{0,03166} = 0,642 = 64,2\%.$$

A harmatponti hőmérséklet az 1 állapotban az a hőmérséklet, melyen a gőz parciális nyomása telítési gőznyomás lesz.

Ez gőztáblázatból ([17] Függelék F.10. táblázat)– interpolálással határozható meg.

$$\begin{aligned} p_A &= 0,020 \text{ bar nyomásnál} & t_{sA} &= 17,514 \text{ }^\circ\text{C}, \\ p_B &= 0,030 & t_{sB} &= 24,092 \text{ }^\circ\text{C}, \\ p_{g1} &= 0,020327 \text{ bar nyomásnál a harmatponti hőmérséklet:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_s^{p_{g1}} &= t_h = t_A + \frac{t_B - t_A}{p_B - p_A} (p_{g1} - p_A) = \\ &= 17,514 + \frac{24,097 - 17,514}{0,03 - 0,02} (0,0203027 - 0,02) = 17,713 \text{ }^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Hőközlés

19. Hővezetés

Szilárd testekben a hő kizárólag vezetés útján terjed, míg folyadékokban és gázokban egyidejűleg van hővezetés, hőátadás (konvekció) és hősugárzás. A gázokban és folyadékokban amikor a konvekció kizárt és amennyiben a sugárzásos hőcsere elhanyagolható, a hőterjedés vezetéssel valósul meg.

Fémek esetében és más elektromos vezetőkben a hőenergia a kristályrácsok rezgése és döntően a szabad elektronok segítségével terjed. A nem fémekben és elektromos szigetelőanyagokban a hővezetést a kristályrácsok atomjainak rezgése biztosítja.

Folyadékoknál és gázoknál a hővezetés csak lamináris áramlás során valósul meg.

Gázoknál a hőenergia hordozói a kaotikus mozgást végző molekulák, folyadékok esetében a molekulák rendezetlen rezgőmozgása.

19.1. A Fourier-féle hipotézis

A Fourier-féle hipotézis szerint a dA elemi izotermikus felületen $d\tau$ idő alatt átáramló dQ hőmennyiség arányos a hőmérséklet gradienssel vagyis

$$dQ = -\lambda \operatorname{grad} t \, dA \, d\tau, \quad (19.1)$$

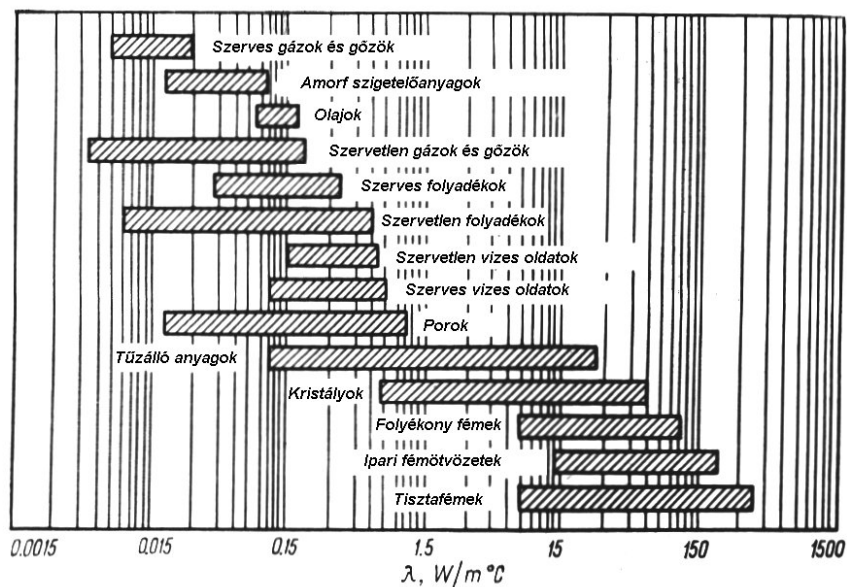
ahol λ - arányossági tényező, mely jellemzi az adott anyag hővezetési képességét *hővezetési tényezőnek* nevezzük.

Az egységnyi izotermikus felületen időegység alatt átáramló hőmennyiség a hőáramsűrűség vektor:

$$\vec{q} = -\lambda \operatorname{grad} t = -\vec{n}_o \lambda \frac{dt}{dn}. \quad (19.2)$$

A \vec{q} és a $\operatorname{grad} t$ vektorok egy egyenesen fekszenek, de ellentétes irányba mutatnak, mivel a hő a második főtétel értelmében a nagyobb hőmérsékletű helyről áramlik a kisebb felé, míg a hőmérséklet gradiens a hőmérséklet növekedési irányába mutat. Ez magyarázza a mínusz előjelet a (19.1) és (19.2) egyenletekben.

Hővezetési tényező



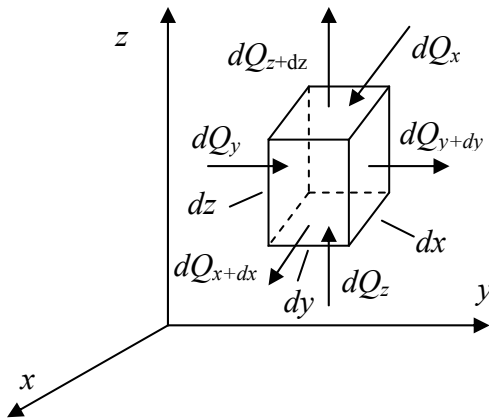
19.1. ábra - Különböző anyagok hővezetési tényezői [10]

A hővezetési tényező értéke függ az anyag fajtájától, hőmérsékletétől és kevésbé a nyomástól.

- A színesfémek esetében, ha a hőmérséklet nő, akkor λ csökken, folyékony fémeknél a hőmérséklet növekedésével a hővezetési tényező nő.
- Ötvözeteknél a hőmérséklet növekedésével a hővezetési tényező nő.
- Építő- és szigetelőanyagok hővezetési tényezője a hőmérséklettel intenzíven nő, és erősen változik a porozitással és a nedvességtartalommal.
- A folyadékok esetében a hőmérséklet növekedésével a hővezetési tényező csökken - kivétel a víz és a glicerin.
- Gázoknál a hőmérséklet növekedésével a hővezetési tényező nő.

19.2. A hővezetés általános differenciálegyenlete.

Az adott testből kiválasztunk egy dV elemi térfogatot (19.2. ábra), melyben a $d\tau$ idő alatt lejátszódó hővezetési folyamatot vizsgáljuk. A matematika szempontjából dV és $d\tau$ végtelen kis mennyiségek, de a fizika szem-



19.2. ábra - Elemi térfogatrész a testben

pontjából még elég nagyok ahhoz, hogy a határaikon belül eltekinthetünk a közeg diszkrét felépítésétől, homogénnek és kontinumnak tekintsük. Az így kapott összefüggés a vizsgált folyamat általános differenciálegyenlete lesz. A differenciálegyenlet integrálásával analitikus összefüggést kapunk a mennyiségek között a teljes integrálási tartományra és az egész vizsgált időtartamra.

A levezetést - annak egyszerűsítése céljából - a következő feltételek mellett hajtjuk végre:

- a test homogén és izotróp;
- fizikai paraméterei állandók;
- a vizsgált térfogat hőmérsékletváltozással kapcsolatos deformációja nagyon kicsi magához a térfogathoz képest;
- a belső hőforrások – melyek általános esetben $\dot{q}_v = f(x, y, z, \tau)$ alakban adhatók meg – a testben egyenletes eloszlást követnek.

A hővezetés általános differenciálegyenletének levezetése az energiamegmaradás törvényén alapul.

Az elemi térfogatba az adott idő alatt a környezetéből hővezetéssel bejutó dQ_1 és a belső hőforrásokból ott felszabaduló hőmennyiség dQ_2 összege egyenlő az elemi térfogatban tartózkodó anyag belső energiájának megváltozásával. Vagyis

$$dQ_1 + dQ_2 = dU .$$

Az x - irányból érkező hőmennyiség $dQ_x = \dot{q}_x dy dz d\tau$,

Az x - irányba távozó hőmennyiség $dQ_{x+dx} = \dot{q}_{x+dx} dy dz d\tau$,

az elemi térfogatban az x - irányú hővezetésből maradó hőmennyiség

$$dQ_{1x} = dQ_x - dQ_{x+dx} ,$$

$$dQ_{1x} = (\dot{q}_x - \dot{q}_{x+dx}) dy dz d\tau ,$$

ahol

$$\dot{q}_{x+dx} = \dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \dot{q}_x}{\partial x^2} dx^2 + \dots$$

A másodrendűen kicsiny mennyiségek elhanyagolásával

$$dQ_{1x} = -\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx dy dz d\tau.$$

Az y és z irányokban hasonlóan eljárva kapjuk

$$dQ_1 = -\left(\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z}\right) dx dy dz d\tau.$$

A belső hőforrásokból felszabaduló hőmennyiség

$$dQ_2 = \dot{q}_v dV d\tau.$$

A test belső energiájának megváltozása

$$dU = c_v \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau dm = c_v \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau dV,$$

A kapott kifejezések behelyettesítése az elemi térfogat energia egyenletébe, és további átalakítások:

$$c_v \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z}\right) + \dot{q}_v,$$

$$c_v \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \vec{q} + \dot{q}_v, \quad \text{ahol} \quad \vec{q} = -\lambda \operatorname{grad} t,$$

$$c_v \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} t) + \dot{q}_v,$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c_v \rho} \operatorname{div}(\operatorname{grad} t) + \frac{\dot{q}_v}{c_v \rho},$$

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{\dot{q}_v}{c_v \rho} \quad (19.3)$$

Ez az összefüggés a *hővezetés általános differenciálegyenlete*, ahol

$a = \frac{\lambda}{\rho c_v}$ [m²/s] - hőmérsékletvezetési tényező, az egyenlőtlenül felmelegített test hőmérséklet-kiegyenlítődési sebességét jellemzi.

Descartes-koordináta rendszerben $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, (19.4)

Hengerkoordináták esetén $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$. (19.5)

A hővezetés általános differenciálegyenletéből származtatott egyenletek

Fourier egyenlete

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t. \quad (19.6)$$

Poisson egyenlete

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} + \frac{\dot{q}_v}{\lambda} = 0. \quad (19.7)$$

Laplace-egyenlet

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (19.8)$$

A hővezetés általános differenciálegyenlete a fizika általános törvényei alapján került levezetésre, a hővezetés jelenségét a legáltalánosabb formában írja le.

Ahhoz, hogy a végtelen sok folyamatból a konkrét esetnek megfelelőt ki tudjuk választani, a differenciálegyenlethez hozzá kell kapcsolni az adott folyamat sajátosságait tükröző, u.n. *egyértelműségi feltételeket*.

Ezek a következők:

a test méreteit, alakját megadó geometriai feltételek;

a közeg és test fizikai jellemzőit, paramétereit megadó fizikai feltételek;

a kezdeti időpillanatban meglévő hőmérsékleteloszlást megadó kezdeti feltételek $\tau = 0$ esetén $t = f(x, y, z)$;

az adott test és környezete közötti kölcsönhatást jellemző peremfeltételek:

- elsőfajú peremfeltétel hőmérsékleteloszlás a test felületén az idő függvényében

$$t = f(x, y, z, \tau), \quad (19.9)$$

- másodfajú peremfeltétel hőáramsűrűség-eloszlás a test felületén az idő függvényében

$$\vec{q} = f(x, y, z, \tau), \quad (19.10)$$

- harmadfajú peremfeltétel, melynél megadásra kerül a környezet hőmérséklete (t_f) és a test felülete, valamint a környezet közötti hőcsere törvényszerűsége

$$\dot{q} = \alpha(t_w - t_f), \quad (19.11)$$

ahol t_w – a test felületének hőmérséklete; α – hőátadási tényező, mely jellemzi a hőáramlás intenzitását a test felülete és a környezet között.

Az energiamegmaradás törvénye szerint a test egységnyi felületéről időegység alatt elvezetett hőmennyiség megegyezik a test egységnyi felületéhez időegység alatt a test belsejéből hővezetéssel áramló hő mennyiségével, vagyis

$$\alpha(t_w - t_f) = -\lambda \left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_o, \quad (19.12)$$

illetve a harmadfajú feltétel végleges alakja

$$\left(\frac{\partial t}{\partial n} \right)_o = -\frac{\alpha}{\lambda} (t_w - t_f). \quad (19.13)$$

- Negyedfajú peremfeltételről akkor beszélünk, ha a test és a környezete közötti hőcsere vezetés útján megy végbe. Feltételezzük, hogy a testek között ideális érintkezés van (az érintkező felületek hőmérséklete azonos). Az energiamegmaradás törvényéből következőleg

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial t_1}{\partial n} \right)_o = \lambda_2 \left(\frac{\partial t_2}{\partial n} \right)_o. \quad (19.14)$$

A hővezetés általános differenciálegyenletének az adott esetre vonatkozó egyértelműségi feltételekkel történő megoldása, az adott testben kialakuló hőmérséklet megoszlás.

Állandósult, belső hőforrás nélküli hővezetés

Állandósult (stacioner) esetben a (19.3) egyenletben az idő szerinti differenciálhányados zérus értékű.

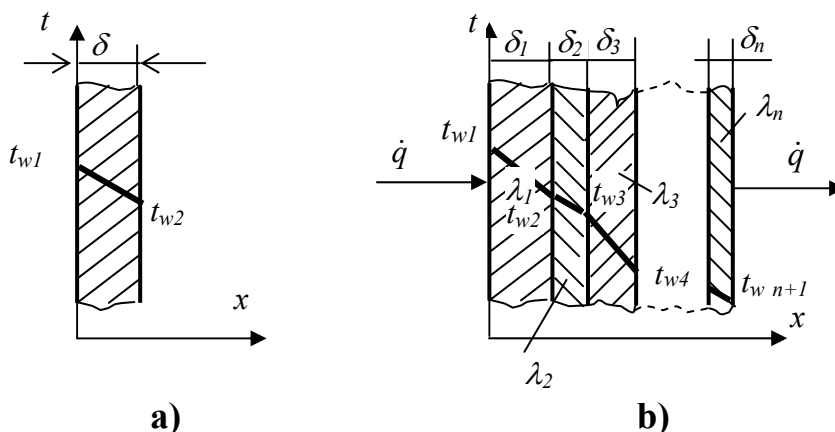
A belső hőforrás hiánya a $\dot{q}_v = 0$ feltétel teljesülését jelenti.

Így állandósult, belső hőforrás nélküli esetben a (19.3) egyenlet

$$\nabla^2 t = 0. \quad (19.15)$$

alakot ölti.

19.2.1. Sík fal állandósult, egydimenziós, belső hőforrás nélküli hővezetése



19.3. ábra – Egy- és többrétegű sík fal

a) Egyrétegű sík fal hővezetése

A folyamatot leíró differenciálegyenlet

$$\frac{d^2 t}{dx^2} = 0, \quad (19.16)$$

melyet integrálva

$$\frac{dt}{dx} = C_1, \quad (19.17)$$

a második integrálás után az általános megoldás

$$t = C_1 x + C_2. \quad (19.18)$$

Az integrálási állandók meghatározásához felhasználjuk az elsőfajú peremfeltételt (19.3/a. ábra)

$$\begin{array}{lll}
 x=0 & \text{esetén} & t = t_{w1}; \quad C_2 = t_{w1}. \\
 x=\delta & \text{esetén} & t = t_{w2}; \quad C_1 = -\frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}.
 \end{array}$$

Behelyettesítve az állandókat

$$t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} x, \quad (19.19)$$

vagyis a hőmérsékleteloszlás lineáris.

A hőáramsűrűség a Fourier-féle hipotézisből

$$\begin{aligned}
 \dot{q} &= -\lambda \operatorname{grad} t, \\
 \dot{q} &= -\lambda \frac{dt}{dx} = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}).
 \end{aligned} \quad (19.20)$$

A τ idő alatt az A felületen átáramló hőmennyiség

$$Q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) A \tau. \quad (19.21)$$

b) Többrétegű sík fal hővezetése

Írjuk fel a hőáramsűrűséget az egyes rétegekre (19.3/b. ábra)

$$\dot{q} = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{w1} - t_{w2}), \quad (19.22)$$

$$\dot{q} = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{w2} - t_{w3}), \quad (19.23)$$

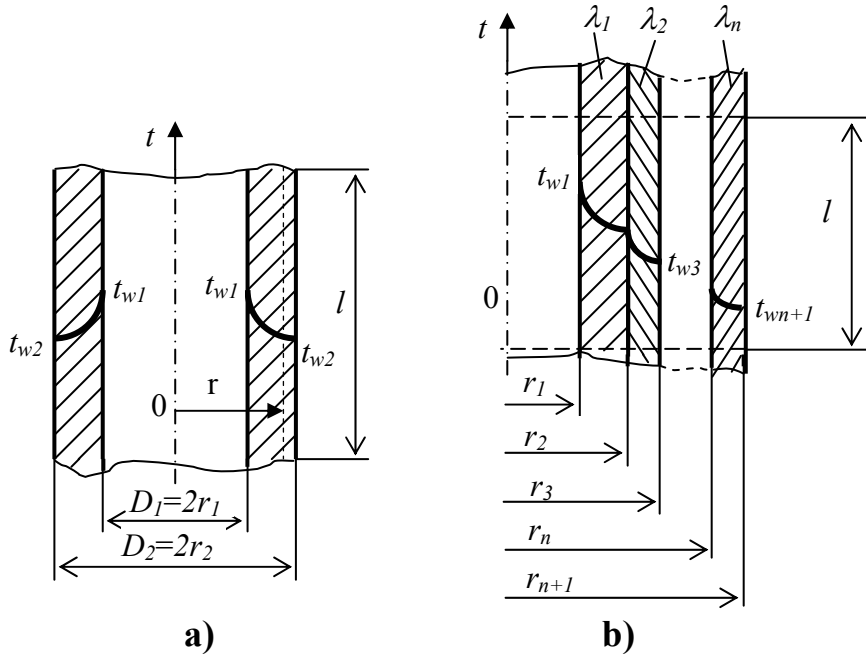
.....

$$\dot{q} = \frac{\lambda_n}{\delta_n} (t_{wn} - t_{wn+1}). \quad (19.24)$$

A (19.22)-(19.24) egyenletek alkotta egyenletrendszer a hőáramsűrűségekre megoldva (az egyenletekből kifejezve a hőmérsékletkülönbségeket, majd az egyenleteket összeadva és a hőáramsűrűséget kifejezve) kapjuk:

$$\dot{q} = \frac{t_{w1} - t_{wn+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}. \quad (19.25)$$

19.2.2. Hengeres fal állandósult, egydimenziós, belső hőforrás nélküli hővezetése



19.4. ábra – Egy- és többretegű hengeres fal

a) Egyretegű hengeres fal hővezetése

A hővezetés általános differenciálegyenletének (19.15) kifejezésébe a $\nabla^2 t$ hengerkoordinátás alakját (19.5) helyettesítjük, vagyis

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0, \quad (19.26)$$

mivel a hőmérséklet a feltételek szerint csak a sugár mentén változik,

$$\frac{\partial t}{\partial \varphi} = 0 \text{ és } \frac{\partial t}{\partial z} = 0.$$

Ezek figyelembevételével a folyamatot leíró közönséges differenciálegyenlet

$$\frac{d^2 t}{d r^2} + \frac{1}{r} \frac{d t}{d r} = 0. \quad (19.27)$$

A peremfeltételek (19.4/a. ábra)

$$r = r_1 \text{ esetén } t = t_{w1};$$

$$r = r_2 \text{ esetén } t = t_{w2}.$$

Az (19.27) egyenlet megoldása megadja a hőmérsékleteloszlást a hengeres falban.

Vezessünk be új változót $u = \frac{d t}{d r},$

így

$$\frac{d^2 t}{d r^2} = \frac{d u}{d r}; \quad \text{és} \quad \frac{1}{r} \frac{d t}{d r} = \frac{u}{r}. \quad (19.28)$$

Ezeket a kifejezéseket (19.27) egyenletbe helyettesítve, kapjuk

$$\frac{d u}{d r} + \frac{1}{r} u = 0; \quad \frac{d u}{u} + \frac{d r}{r} = 0.$$

Integrálás után

$$\ln u + \ln r = \ln C_1;$$

melyből

$$u r = C_1; \quad u = \frac{C_1}{r};$$

$$\frac{d t}{d r} = \frac{C_1}{r}; \quad d t = C_1 \frac{d r}{r}; \quad t = C_1 \ln r + C_2. \quad (19.29)$$

Az integrálási állandókat a peremfeltételekből képzett egyenletrendszer alapján határozzuk meg

$$t_{w1} = C_1 \ln r_1 + C_2;$$

$$t_{w2} = C_1 \ln r_2 + C_2;$$

$$C_1 = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}}; \quad C_2 = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln r_1}{\ln \frac{r_1}{r_2}}.$$

A C_1 és C_2 értékét (19.29)-be helyettesítve megkapjuk a hengeres falban kialakuló hőmérséklet eloszlást, mely logaritmikus görbét követ

$$t = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (19.30)$$

vagy

$$t = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln \frac{D}{D_1}}{\ln \frac{D_2}{D_1}}. \quad (19.31)$$

A felületegységen időegység alatt átáramló hőmennyiséget hengeres fal esetében a sugár függvényében változó felület miatt nem értelmezhetjük. Ezért az *időegység alatti hőmennyiség* meghatározásához a Fourier-törvényt az egységnyi felület helyett a hengeres fal l hosszára írjuk fel (19.4/a. ábra)

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dr} A. \quad (19.32)$$

Az l hosszúságú hengeres fal hengerpalást felülete a sugár függvényében $A = 2r\pi l$, míg a hőmérséklet sugár szerinti deriváltja (19.29)

$$\frac{dt}{dr} = \frac{C_1}{r} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{r \ln \frac{r_1}{r_2}}. \quad (19.33)$$

Behelyettesítve (19.32)-be

$$\dot{Q} = -2r\pi l \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{r \ln \frac{r_1}{r_2}} = 2\pi l \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} \quad (19.34)$$

vagy

$$\dot{Q} = 2\pi l \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{D_2}{D_1}}. \quad (19.35)$$

Alakítsuk át ezt az egyenletet

$$\dot{Q} = \frac{2 \pi l (r_2 - r_1) \lambda (t_{w1} - t_{w2})}{(r_2 - r_1) \ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\lambda 2 \pi l (r_2 - r_1)}{\delta \ln \frac{r_2}{r_1}} (t_{w1} - t_{w2}),$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda 2 \pi l (r_2 - r_1)}{\delta \ln \frac{2 \pi l r_2}{2 \pi l r_1}} (t_{w1} - t_{w2}) = \frac{\lambda (A_2 - A_1)}{\delta \ln \frac{A_2}{A_1}} (t_{w1} - t_{w2}),$$

ahol A_2 – a hengeres fal külső, A_1 – a belső felülete.

Bevezetve az

$$A_{ekv} = \frac{A_2 - A_1}{\ln \frac{A_2}{A_1}} \quad (19.36)$$

ekvivalens (egyenértékű) felületet, a hőmennyiség meghatározásához a sík fal esetében nyert (19.21) összefüggéshez hasonló alakú kifejezést kapunk

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} A_{ekv} (t_{w1} - t_{w2}). \quad (19.37)$$

b) Többrétegű hengeres fal állandósult hővezetése

A hővezetés egyenlete (19.34) rétegenként (19.4/b. ábra)

$$\dot{Q} = 2 \pi l \lambda_1 \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{r_2}{r_1}},$$

$$\dot{Q} = 2 \pi l \lambda_2 \frac{t_{w2} - t_{w3}}{\ln \frac{r_3}{r_2}},$$

.....

$$\dot{Q} = 2 \pi l \lambda_n \frac{t_{wn} - t_{wn+1}}{\ln \frac{r_{n+1}}{r_n}}.$$

Az egyenletrendszer megoldása a többrétegű hengeres falon keresztüli hőáram

$$\dot{Q} = 2 \pi l \frac{t_{w1} - t_{wn+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{l}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}. \quad (19.38)$$

Példa:

A hőkamra külső falát olyan szigetelő réteggel látták el, melynek hővezetési tényezője $\lambda_2 = 0,062(1 + 0,363 \cdot 10^{-2} t)$ [W/(m K)] módon számítható. Meghatározandó az 1 m² falfelület hővesztesége, ha a fal és a szigetelés érintkezési helyén a hőmérséklet $t_{w2} = 300$ °C, a szigetelés külső felületén pedig $t_{w3} = \max. 50$ °C. A szigetelés vastagsága $\delta = 100$ mm. (Sík fal.)

Megoldás:

A hőáram sűrűség a szigetelő rétegen keresztül

$$\dot{q} = -\lambda \frac{dt}{dx}, \quad \text{melyből} \quad \dot{q} dx = -\lambda dt.$$

Integrálva a két oldalt

$$\dot{q} \int_0^{\delta} dx = - \int_{t_{w2}}^{t_{w3}} \lambda dt \quad \text{ebből} \quad \dot{q} = - \frac{l}{\delta} \int_{t_{w2}}^{t_{w3}} \lambda dt.$$

A hőáramsűrűség (hőveszteség)

$$\begin{aligned} \dot{q} &= - \int_{t_{w2}}^{t_{w3}} 0,062(1 + 0,363 \cdot 10^{-2} t) dt = \\ &= - \frac{0,062}{0,1} \left[(t_{w3} - t_{w2}) + \frac{0,363 \cdot 10^{-2}}{2} (t_{w3}^2 - t_{w2}^2) \right]. \end{aligned}$$

Behelyettesítve

$$\dot{q} = - \frac{0,062}{0,1} \left[(50 - 300) + \frac{0,363 \cdot 10^{-2}}{2} (50^2 - 300^2) \right] = 256,17 \text{ W} / \text{m}^2.$$

20. Hőátadás

20.1. A hőátadás fizikai lényege

A hőközlés második típusa a hőátadás, melynél a hő szállítása az anyag térfogatrészeinek a térben történő mozgása (áramlás, konvekció) következtében megy végbe, ezért csak gázokban és folyadékokban lehetséges. Ezt a hőátviteli módot mindig hővezetés kíséri.

A hőátvitelt megvalósító mozgásnak két típusát különböztetjük meg:

- szabadáramlás (szabad konvekció), amikor a gáz vagy folyadék térfogatrészek a felmelegedés következtében előálló sűrűségváltozás miatt változtatják helyüket;
- kényszeráramlás (kényszer konvekció), amikor a mozgás mesterséges ráhatás (pl. ventilátor, szivattyú) segítségével valósul meg.

Mint ismeretes az áramlásoknak két alaptípusa van: lamináris és turbulens.

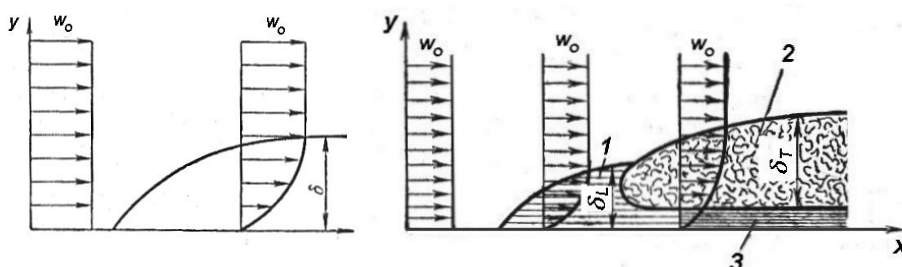
A lamináris áramlás réteges szerkezetű, míg a turbulens örvénylő, gomolygó, keresztirányban sztochasztikusan pulzáló.

Az áramlás szerkezete befolyásolja a hőátvitelt.

Lamináris áramlás során – amennyiben nincs szabad áramlás – a hőátvitel a határoló falra merőlegesen, vezetéssel valósul meg. A hő mennyisége függ a folyadék vagy gáz fizikai jellemzőitől, a méretektől, határoló fal geometriai alakjától, és majdnem független a sebességtől.

A hőátadás nagymértékben függ a következő fizikai jellemzőktől:

Sebesség (w_0) hővezetési tényező (λ), fajhő (c), sűrűség (ρ), hőmérséklet-vezetési tényező (a) (lásd 19.2. pont), dinamikai viszkozitási tényező (μ).

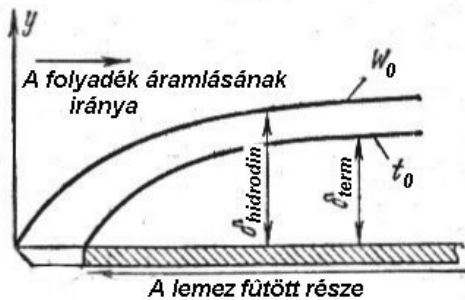


20.1. ábra - A hidrodinamikai határréteg és szerkezete

Ezek a paraméterek bizonyos értékkel rendelkeznek minden anyag esetén és függenek a hőmérséklettől, néhány esetben a nyomástól is.

A hőátadás elméleti vizsgálata a Prandtl által megalapozott határréteg elméleten alapul. Helyezzünk egy testet végtelen áramlásba (20.1. ábra). A folyadékáramlás sebessége (w_0) állandó. A súrlódó erők hatása következtében a felület közvetlen közelében a sebesség gyorsan zérusra csökken. A felület melletti vékony folyadékréteg – ahol az áramló közeg sebessége a határrétegen kívüli sebességtől a falnál a tapadási feltétel miatt kialakuló zérus értékig változik – a hidrodinamikai határréteg (20.1. ábra). A réteg vastagsága (δ) az áramlás irányába nő.

A sebesség növekedésével a hidrodinamikai határréteg vastagsága csökken, a viszkozitás növekedésével viszont nő. A határrétegben megfigyelhető mind turbulens (2), mind lamináris (1) áramlási szerkezet (20.1. ábra). Az áramlási kép és a határrétegek vastagsága (δ_L , δ_T) alapvetően a Reynolds-szám értékétől függ. A fal mellett közvetlenül kialakuló lamináris határréteg-részt lamináris alrétegnek (3) nevezzük.



20.2. ábra - Hidrodinamikai és termikus határréteg

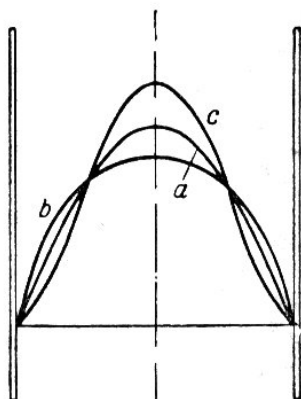
Amennyiben a fal és a folyadék eltérő hőmérsékletű, a fal mellett termikus határréteg alakul ki, melyben a folyadék teljes hőmérsékletváltozása végbemegy. E határrétegen kívül a folyadék hőmérséklete állandó (t_0). Általában a hidrodinamikai és termikus határréteg nem azonos vastagságú (20.2. ábra). A két határrétegvastagság viszonyát a

Prandtl-szám ($Pr = \frac{\nu}{a}$) értéke határozza meg, ahol ν – a kinematikai

viszkozitás, a – hőmérsékletvezetési tényező (lásd 19.2. pont). Viszkózus, kis hővezetőképességű folyadékoknál (pl. olajok) $Pr > 1$ és a hidrodinamikai határréteg vastagabb, mint a termikus határréteg. Gázoknál $Pr \approx 1$ és a két réteg közel azonos vastagságú. Folyékony fémek esetén $Pr < 1$ és a termikus határréteg vastagabb, mint a hidraulikai. A hőátvitel mechanizmusa és intenzitása a határrétegben lévő áramlás szerkezetétől függ. Amennyiben az áramlás a határrétegben lamináris, akkor a falra merőleges irányba a hőátvitel vezetéssel történik. Ugyanakkor a határréteg külső

peremén, ahol a hőmérséklet a falra merőlegesen csak kismértékben változik, a hőátadás dominál a fal mentén.

Amikor az áramlás a termikus határrétegben turbulens, a falra merőleges irányú hőátvitel főleg a folyadék turbulens keveredése útján valósul meg. Ez a hőközlési mód lényegesen hatékonyabb, mint a hővezetés.



20.3. ábra - Sebességeloszlás csőben különböző falfűtések esetén

termikus (a), fűtött (b), hűtött (c) folyadékáramlás esetén.

A folyadék fűtéskor a hőátvitel intenzívebb, mint hűtéskor a határréteg-vastagság csökkenése miatt.

A hőátadásnál a felületek alakja és mérete rendkívül fontos, mivel ugrás-szerűen meg tudja változtatni a határrétegben kialakuló áramlást és a határréteg vastagságát.

Ugyanakkor közvetlenül a fal felületénél a lamináris alaprégben a hőátszármaztatás vezetéssel történik.

A határrétegben a fizikai jellemzők változása (pl. viszkozitás) függ a hőmérséklettől és a folyadék, valamint a fal közötti hőközlés intenzitása más lesz attól függően, hogy a folyadékot hűtjük vagy fűtjük, azaz a hőközlés intenzitása függ a hőáramlás irányától.

A 20.3. ábra a sebességeloszlást szemlélteti csőben történő izo-

20.2. A hőátadással átszármaztatott hőmennyiség számítása

A hőátadással átszármaztatott hőmennyiséget állandósult esetben a *Newton*-egyenlettel számíthatjuk

$$\dot{q} = \alpha(t_w - t_f), \quad (20.1)$$

$$\dot{Q} = \alpha A(t_w - t_f), \quad (20.2)$$

ahol α – hőátadási tényező; A – hőátadási felület; t_w – a fal felületének hőmérséklete; t_f – a folyadék hőmérséklete.

A hőátadási tényező sok jellemző függvénye

$$\alpha = f(w, \lambda, \mu, \rho, c_p, t_f, t_w, \Phi, l_1, l_2, \dots),$$

itt w – sebesség, λ – hővezetési tényező, μ – dinamikai viszkozitás, ρ – sűrűség, c_p – fajhő, t_f – a folyadék-, t_w – a falfelület hőmérséklete, Φ – alak, l – méretek.

A hőátadási tényező meghatározása számítással nem, vagy csak igen egyszerű esetekben, idealizálva lehetséges.

A gyakorlatban meghatározása mérés útján történik úgy, hogy az egyedi mérési eredményeket általánosított formában a hasonlóság elméletet felhasználva feldolgozzák. Az így feldolgozott eredmények az eredetihez hasonló formában lejátszódó jelenségekre érvényesek.

20.3. A hasonlóságelmélet alapjai

A hasonlóság elmélet a hasonló jelenségekről szóló tanítás.

Két irányban használatos:

- a) Egyedi mérések vagy számítások alapján általánosított összefüggések kialakítása.
- b) A műszaki berendezésekben lejátszódó folyamatok tanulmányozása modellek segítségével.

Alap megállapítások

A hasonlóság alapvetően geometriai fogalom.

Nem elegendő a geometriai hasonlóság, hanem más fizikai jellemzők hasonlóságára is szükség van.

Az egyenű és azonos dimenziójú mennyiségek hányadosa a hasonlósági állandó (szimplex).

Az egymásnak megfelelő pontok koordinátái kielégítik a geometriai hasonlóságot.

Egymásnak megfelelő időpillanatok azok, melyek hányadosa állandó.

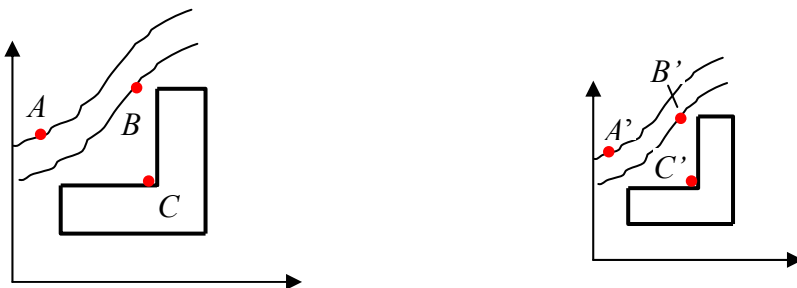
Hasonló folyamatok a geometriailag hasonló rendszerben lejátszódó jelenségek, amennyiben

- az egymásnak megfelelő pontokban,
- az egymásnak megfelelő időpillanatokban az egyenű mennyiségek viszonya állandó,

- azonos természetű, azonos alakú és fizikai tartalmú analitikai összefüggéssel írhatók le. (Ha csak a matematikai alak egyezik meg – analógiáról beszélünk.)

Vizsgáljunk két egymáshoz hasonló rendszert (eredetit és a modellt) (20.4. ábra)

Egymásnak megfelelő pontok $A - A'$; $B - B'$; $C - C'$



20.4. ábra - Két hasonló rendszer

A hőátadási folyamatot leíró differenciálegyenlet a két esetre felírva:

$$\alpha \Delta t = -\lambda \left(\frac{dt}{dn} \right)_w \quad (20.3)$$

melyből a hőátadási tényező

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \left(\frac{dt}{dn} \right)_w \quad (20.4)$$

$$\alpha' \Delta t' = -\lambda' \left(\frac{dt'}{dn'} \right)_{w'} \quad (20.5)$$

a hőátadási tényező

$$\alpha' = -\frac{\lambda'}{\Delta t'} \left(\frac{dt'}{dn'} \right)_{w'} \quad (20.6)$$

Képezzük az egynevű mennyiségek arányát, határozzuk meg a szimpléxeket.

$$\text{Hőátadási tényezők } C_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha}, \quad \text{hőmérsékletek } C_t = \frac{t'}{t} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{dt'}{dt},$$

$$\text{hővezetési tényezők } C_\lambda = \frac{\lambda'}{\lambda}, \quad \text{lineáris méretek } C_l = \frac{l'}{l} = \frac{n'}{n} = \frac{dn'}{dn}.$$

Fejezzük ki a II. rendszer paramétereit az I. rendszer jellemzői segítségével

$$\alpha' = C_\alpha \alpha; \quad \Delta t' = C_t \Delta t; \quad dt' = C_t dt; \quad \lambda' = C_\lambda \lambda; \quad dn' = C_l dn,$$

majd helyettesítsük a (20.6) egyenletbe

$$\alpha = -\frac{C_\lambda}{C_\alpha C_l} \frac{\lambda}{\Delta t} \left(\frac{dt}{dn} \right)_w. \quad (20.7)$$

A (20.4) és (20.7) egybevetéséből következik, hogy $\frac{C_\lambda}{C_\alpha C_l} = 1$.

Helyettesítsük vissza a hasonlósági állandók kifejezéseit $\frac{\lambda' \alpha l}{\lambda \alpha' l'} = 1$.

Válasszuk szét a jelölt és a jelöletlen jellemzőket

$$\frac{\alpha l}{\lambda} = \frac{\alpha' l'}{\lambda'}.$$

Vagyis a szilárd test felülete és a folyadék közötti hőátadási folyamatok hasonlóságának feltétele a hőátadási tényező, jellemző lineáris méret és a folyadék hővezetési tényezőjéből képzett $\frac{\alpha l}{\lambda}$ alakú kifejezés állandó értéke.

Ez az összefüggés hasonlósági szám, mely *Nusselt* nevét viseli, jele *Nu*, vagyis

$$Nu = \frac{\alpha l}{\lambda}. \quad (20.8)$$

A hőátadási folyamatok leírásánál leggyakrabban még a következő hasonlósági számokat használjuk:

Reynolds-szám a tehetetlenségi és viszkózus erők viszonyát jellemző szám

$$Re = \frac{wd}{\nu} \quad (20.9)$$

(*w* – sebesség, *d* – jellemző lineáris méret, ν – kinematikai viszkozitás).

Prandtl-szám a hidrodinamikai és termikus határrétegek vastagságának viszonyát fejezi ki.

$$Pr = \frac{\nu}{a}. \quad (20.10)$$

Grashoff-féle szám a folyadékokban sűrűségkülönbség miatt ébredő felhajtó erő és a molekuláris súrlódás viszonyát jellemzi.

$$Gr = \frac{\beta g l^3 \Delta t}{\nu^2} \quad (20.11)$$

(β – térfogati hőtágulás, *g* – nehézségi gyorsulás, *l* – jellemző lineáris méret, Δt – a szabad konvekciót előidéző hőmérsékletkülönbség)

A *Nusselt*-számot leggyakrabban a fenti hasonlósági kritériumok függvényeként szokás megadni:

$$Nu = f(Re, Gr, Pr). \quad (20.12)$$

A függvénykapcsolat a különböző hőátadási esetekre kézikönyvekben (pl. [33]) megtalálható. Általános alakja lehet

$$Nu = a Re^b Gr^c Pr^d (Pr_f / Pr_w)^e, \quad (20.13)$$

ahol az a , b , c , d , és e állandók értéke a hőátadás sajátosságától függ. Az f és w index itt a Pr szám meghatározási hőmérsékletét (f – áramló közeg, w – szilárd fal) jelöli. Megjegyezzük, hogy a hasonlósági számokban szereplő más fizikai jellemzők meghatározási hőmérsékletét is gyakran előírják.

Kifejezett kényszeráramlás (kényszer konvekció) esetén a függvénykapcsolat egyszerűsödik, mivel a Grashoff-szám hatása elhanyagolhatóvá válik:

$$Nu = f(Re, Pr), \quad (20.14)$$

míg kifejezett szabadáramlás (szabad konvekció) esetén a Reynolds-szám hatásának elhanyagolhatósága miatt

$$Nu = f(Gr, Pr). \quad (20.15)$$

A hőátadással átszarmaztatott hőmennyiség számításához ismerni kell az adott (hasonló) hőátadási folyamatra érvényes hasonlósági kritériumokkal felírt *Nusselt*-számot meghatározó egyenletet (20.13) és alkalmazni kell az adott esetre. Ehhez meg kell határozni az egyenletben a vizsgált esetre érvényes hasonlósági számokat, majd a *Nusselt*-számot. Ebből pedig (20.8)-ból a szükséges hőátadási tényezőt

$$\alpha = \frac{Nu \lambda}{l}, \quad (20.16)$$

majd a (20.1) vagy (20.2) egyenlet felhasználásával a hőmennyiséget számíthatjuk).

Példa:

Egy vízszintes helyzetű szilárd tüzelőanyagú rakéta konténerének hossza $L = 5$ m átmérője $D = 1$ m. A környező levegő hőmérséklete $t_f = -30$ °C. Szél nincs. Határozza meg annak a fűtőtestnek a teljesítményét, amelyik a

konténer felületén $t_w = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ = állandó hőmérsékletet biztosít.
 $Nu_m = 0,135(G_r Pr)^{1/3}$. A meghatározási hőmérséklet $t_m = (t_f + t_w)/2$.

Megoldás:

A meghatározási hőmérséklet

$$t_m = \frac{t_f + t_w}{2} = \frac{-30 + 20}{2} = -5 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Az adott esetben a konténer körül szabad konvekció alakul ki, erre a Nu és Gr szám összefüggései

$$Nu_m = 0,135(G_r Pr)^{1/3}; \quad Gr = \frac{\beta l^3 g \Delta t}{\nu}.$$

A hasonlósági kritériumok tényezői a meghatározási hőmérsékleten

$$\beta_m = \frac{1}{T_m} = \frac{1}{268} = 0,00373 \text{ } 1/K.$$

A kinematikai viszkozitás, hővezetési tényező és a Prandtl-szám [17]
 Függelék F.14 táblázatból interpolálva

$$\nu_m = 12,925 \cdot 10^{-6} \text{ } m^2/s;$$

$$\lambda_m = 0,023937 \text{ } W/(mK);$$

$$Pr_m = 0,7123 [-].$$

A Grashoff-féle szám

$$Gr = \frac{\beta l^3 g \Delta t}{\nu} = \frac{0,00373 \cdot 1 \cdot 9,81 \cdot 50}{12,925^2 \cdot 10^{-12}} = 1,09518 \cdot 10^{10} [-].$$

A Nusselt-szám

$$Nu_m = 0,135(G_r Pr)^{1/3} = 0,135 \cdot (1,09518 \cdot 10^{10} \cdot 0,71203)^{1/3} = 267,71 [-].$$

$$\text{A hőátadási tényező } \alpha = \frac{Nu_m \lambda_m}{D} = \frac{267,71 \cdot 0,023937}{1} = 6,408 \text{ } W/(m^2K).$$

$$\text{A konténer felülete } A = 2 \frac{D^2 \pi}{4} + D \pi L = \frac{2 \cdot 1 \cdot \pi}{4} + 1 \cdot \pi \cdot 5 = 17,27 \text{ } m^2.$$

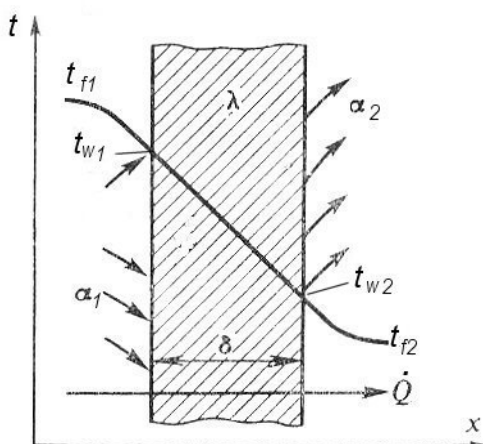
A szükséges fűtési teljesítmény

$$\dot{Q} = \alpha A (t_w - t_f) = 6,408 \cdot 17,27 [20 - (-30)] = 5533 \text{ } W.$$

21. Hőátbocsátás

Amennyiben a hőátvitel az egyik mozgó (melegebb) közegtől a másik mozgó (hidegebb) közegbe egy- vagy többrétegű szilárd falon keresztül megy végbe, vagyis a hőátadás és hővezetés együttes jelenléte esetén hőátbocsátásról beszélünk. [Ez tulajdonképpen a harmadfajú peremfeltétel esete (19.2. pont).]

21.1. Sík fal állandósult hőátbocsátása



21.1. ábra - Sík fal hőátbocsátása

Az 1 közegtől a falig (21.1. ábra) hőátadás van, melyre írhatjuk a Newton-féle egyenletet

$$\dot{q} = \alpha_1 (t_{f1} - t_{w1}). \quad (21.1)$$

A falon keresztüli hővezetésre

$$\dot{q} = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}), \quad (21.2)$$

míg a faltól a 2 közegbe hőátadással jut a hő

$$\dot{q} = \alpha_2 (t_{w2} - t_{f2}). \quad (21.3)$$

A (21.1), (21.2), és (21.3) egyenletek alkotta egyenletrendszerben az ismeretlenek rendre \dot{q} , t_{w1} , t_{w2} .

Az egyenleteket hőmérsékletkülönbségre rendezve, majd a három egyenletet összeadva és \dot{q} -ra megoldva kapjuk

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_{f1} - t_{f2}) = k (t_{f1} - t_{f2}), \quad (21.4)$$

ahol $k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}$ – hőátbocsátási tényező, melynek reciproka a termikus ellenállás.

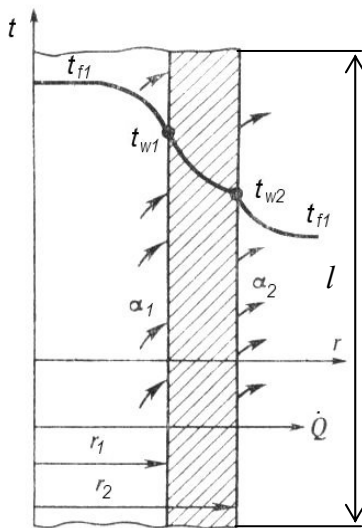
Többretegű fal esetén analóg módon levezethető

$$\dot{q} = \frac{l}{\frac{l}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{l}{\alpha_2}} (t_{f1} - t_{f2}), \quad (21.5)$$

ahol i – a réteg sorszám, n – a rétegek száma.

21.2. Hengeres fal állandósult hőátbocsátása

A sík falnál alkalmazott módszert alkalmazva az 1. közeg és az r_1 sugarú l hosszúságú belső hengerfelület közötti hőátadásra (21.2. ábra) írhatjuk



$$\dot{Q} = \alpha_1 A_1 (t_{f1} - t_{w1}) = \alpha_1 2\pi r_1 l (t_{f1} - t_{w1}) \quad (21.6)$$

A falon keresztül hővezetéssel átjutó hőmennyiség (19.34) alapján

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l \lambda}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_{w1} - t_{w2}), \quad (21.7)$$

a külső falfelület és a 2. közeg közötti hőátadásra

$$\dot{Q} = \alpha_2 A_2 (t_{w2} - t_{f2}) = \alpha_2 2\pi r_2 l (t_{w2} - t_{f2}) \quad (21.8)$$

21.2. ábra - Hengeres fal hőátbocsátása

A megoldásra a sík falnál alkalmazott

módszert alkalmazva kapjuk

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l (t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}} = \frac{\pi l (t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}, \quad (21.9)$$

többrétegű falnál

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l (t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_2 r_{n+1}}} = \frac{\pi l (t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}}. \quad (21.10)$$

21.2.1. A hengeres fal kritikus átmérője

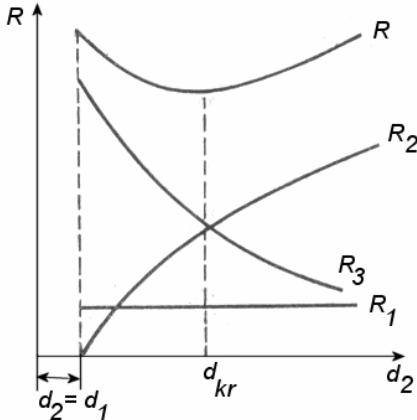
A (21.9) egyenlet nevezője a termikus ellenállás, mely három összetevőből áll

$$R = R_1 + R_2 + R_3, \quad (21.11)$$

ahol $R_1 = \frac{l}{\alpha_1 d_1}$ (hőátadás),

$$R_2 = \frac{l}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} \quad (\text{hővezetés}),$$

$$R_3 = \frac{l}{\alpha_2 d_2} \quad (\text{hőátadás}).$$



21.3. ábra - A termikus ellenállások változása a külső átmérővel

A hengeres fal külső átmérőjének változtatásával ($d_1 = \text{áll.}$) az ellenállások a 21.3. ábra szerint változnak.

Az eredő termikus ellenállásnak d_{kr} helyen minimuma van.

A d_{kr} kritikus átmérő értékét a

$$\frac{\partial R}{\partial (d_2)} = 0.$$

feltételből határozhatjuk meg.

$$\frac{\partial}{\partial (d_2)} \left(\frac{l}{\alpha_1 d_1} + \frac{l}{2\lambda} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{l}{\alpha_2 d_2} \right) = 0, \quad (21.12)$$

$$\frac{l}{2\lambda d_2} - \frac{l}{\alpha_2 d_2^2} = 0,$$

melyből

$$d_{kr} = \frac{2\lambda}{\alpha_2} \quad (21.13)$$

vagyis a kritikus átmérő független a hengeres fal méretétől.

Hőszigeteléskor a szigetelőanyag kritikus átmérője nem lehet nagyobb, mint a szigetelendő hengeres fal külső átmérője, vagyis

$$d_{kr} \leq d_2, \quad (21.14)$$

illetve a szigetelés anyagának megválasztási feltétele

$$\lambda_{szig} \leq \frac{\alpha_2 d_2}{2}. \quad (21.15)$$

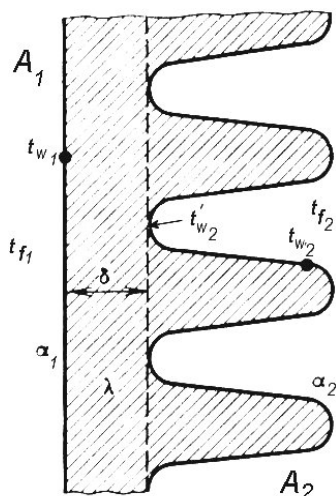
Elektromos szigetelés esetén a jó elektromos szigetelő tulajdonság mellett a jó hővezetés is követelmény. Tehát ebben az esetben a $d_{kr} \geq d_{vezeték}$ vagy

$$\lambda_{szig} \geq \frac{\alpha_2 d_2}{2} \quad (21.16)$$

feltételnek kell teljesülnie.

21.2.2. A hőátbocsátás intenzívebbé tétele a fal bordázásával. Bordázott fal hőátbocsátása

A termikus ellenállás összetevőit vizsgálva, jól látható, hogy az R_1 , valamint R_3 termikus ellenállások értékét a hőátadási tényező és a felület szorzata határozza meg. A kis hőátadási tényező hatása tehát csökkenthető, illetve kompenzálható a felület növelésével.



21.4. ábra - Bordázott fal

A (21.11) egyenletből kitűnik az is, hogy az eredő ellenállás értékét a kisebbik hőátadási tényező alapvetően meghatározza.

A termikus ellenállást a kisebbik hőátadási tényező, illetve az αA szorzat növelésével csökkenthetjük.

Adott hőátadási tényező esetén a szorzat másik tényezőjének, a felületnek a növelésével csökkenthetjük a termikus ellenállást. A felület növelésének módja a bordázás (21.4. ábra).

A fentiekből következik, hogy az a falfelület bordázandó, ahol a hőátadási tényező kisebb. A bordák t_{w2} hőmérséklete a hossz mentén válto-

zik, ha $t_{f1} \neq t_{f2}$.

A bordató hőmérséklete t'_{w2} , a bordavégen t''_{w2} . A_1 – a sima falfelület nagysága, A_2 – a bordázott felület nagysága.

A *bordahatásfok* azt fejezi ki, hogyan viszonyul a pontról-pontra változó t_{w2} hőmérsékletű bordázott felület által leadott hőmennyiség a mindenütt t'_{w2} hőmérsékletű bordázott felület által leadott hőmennyiséghez. A változó felületi hőmérsékletű ($t_{w2} = var$) borda által leadott hőmennyiséget a bordázott felület közepes hőmérsékletével - t_B -vel - írjuk fel

$$\eta_B = \frac{\dot{Q}_{t_{w2}=var}}{\dot{Q}_{t_{w2}=t'_{w2}}} = \frac{A_2 \alpha_2 (t_B - t_{f2})}{A_2 \alpha_2 (t'_{w2} - t_{f2})}. \quad (21.17)$$

Az 1 felületre hőátadással érkező hőmennyiség

$$\dot{Q} = \alpha_1 A_1 (t_{f1} - t_{w1}). \quad (21.18)$$

A falban a bordatóig vezetéssel áramló hőmennyiség

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} A_1 (t_{w1} - t'_{w2}). \quad (21.19)$$

A bordázott (2) felületen a 2 közegbe áramló hőmennyiség

$$\dot{Q} = \alpha_2 A_2 (t_B - t_{f2}), \quad (21.20)$$

a bordahatásfok bevezetésével

$$\dot{Q} = \alpha_2 \eta_B A_2 (t'_{w2} - t_{f2}). \quad (21.21)$$

A (21.18), (21.19) és (21.21) egyenletekből a hőmérséklet különbségeket kifejezve

$$(t_{f1} - t_{w1}) = \frac{\dot{Q}}{\alpha_1 A_1}; \quad (t_{w1} - t'_{w2}) = \frac{\delta}{\lambda A_1} \dot{Q}; \quad (t'_{w2} - t_{f2}) = \frac{\dot{Q}}{\alpha_2 \eta_B A_2},$$

a bordázott falon keresztüli hőáram

$$\dot{Q} = \frac{t_{f2} - t_{f1}}{\frac{1}{\alpha_1 A_1} + \frac{\delta}{\lambda A_1} + \frac{1}{\alpha_2 \eta_B A_2}}. \quad (21.22)$$

Példa:

Egy 10 mm átmérőjű elektromos kábelt milyen vastag szigetelőréteggel kell ellátni, hogy a hőleadás maximális legyen? A szigetelőanyag hővezetési tényezője $\lambda=0,1 \text{ W/(m K)}$, a levegő és a szigetelőanyag felülete közötti hőátadási tényező $\alpha= 10 \text{ W/(m}^2 \text{ K)}$. Mekkora lesz ekkor a szigetelés külső felületének hőmérséklete, ha a huzal ellenállása $0,005 \text{ Ohm/m}$, a vezetőkben folyó egyenáram erőssége 100 A , a környezeti levegő hőmérséklete $25 \text{ }^\circ\text{C}$?

Megoldás:

A szigetelésen keresztül a legnagyobb hőáram a kritikus szigetelési átmérő esetén lesz.

$$\text{A kritikus szigetelési átmérő értéke } d_{kr} = \frac{2\lambda}{\alpha} = \frac{2 \cdot 0,1}{10} = 0,02 \text{ m} .$$

$$\text{A szigetelőréteg vastagsága } \delta = \frac{d_{kr} - d_{vezeték}}{2} = \frac{0,02 - 0,01}{2} = 0,005 \text{ m} .$$

Az 1 m hosszú vezetékben időegység alatt keletkező hő mennyisége $\dot{Q}_{1m} = I^2 R = 100^2 \cdot 0,005 = 50 \text{ W} .$

Ez a hőmennyiség hőátadással jut el a környezetbe.

$$\dot{Q}_{1m} = \alpha A_{1m} (t_w - t_f); \text{ melyből } t_w = t_f + \frac{\dot{Q}_{1m}}{\alpha A_{1m}} .$$

Az 1 m hosszú vezeték szigetelésének külső felülete

$$A_{1m} = d_{kr} \cdot \pi \cdot l = 0,02\pi = 0,0628 \text{ m}^2 .$$

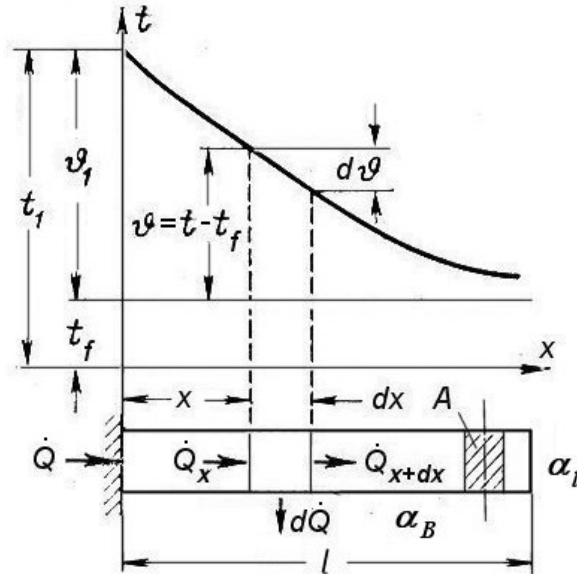
A felület hőmérséklete

$$t_w = t_f + \frac{\dot{Q}_{1m}}{\alpha A_{1m}} = 25 + \frac{50}{10 \cdot 0,0628} = 104,61 \text{ }^\circ\text{C} .$$

21.3. Speciális feladatok a hőátbocsátás témaköréből

21.3.1. Állandó keresztmetszetű egyenes rúd állandósult hővezetése

Az állandó keresztmetszetű egyenes rúdban lejátszódó hőátviteli folyamat elemzéséből fontos következtetéseket vonhatunk le a bordázás kialakítására (pl. [3], [10], [13], [23]).



21.5. ábra - Hőmérséklet-eloszlás az egyenes rúdban

Az állandó (A) keresztmetszetű egyenes rúdban lejátszódó hővezetés vizsgálatához tekintsük alapnak a 21.5. ábrát. Az ábra felső részén a hőmérsékletváltozás látható a rúd hossza mentén. Feltételezzük, hogy a rúd egy adott keresztmetszetében a hőmérséklet mindenütt azonos.

Vezessünk be új változót

$$\vartheta = t - t_f,$$

$$\vartheta_1 = t_1 - t_f.$$

Vizsgáljuk a dx vastagságú elemi részt, melyre a hőmérleg a következő alakban írható fel:

$$d\dot{Q} = \dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+dx}, \quad (21.23)$$

ahol $d\dot{Q}$ – az elemi hosszúságú rész felületén a környezetbe idegység alatt hőátadással távozó elemi hőmennyiség.

Az dx elemi hosszúságú rúdból kilépő \dot{Q}_{x+dx} hőmennyiség a \dot{Q}_x függvény Taylor-sorba fejtése és a másodrendűen kicsiny tagok elhanyagolása után

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{x+dx} &= \dot{Q}_x + \frac{d\dot{Q}_x}{dx} dx, \\ d\dot{Q} &= \dot{Q}_x - \dot{Q}_{x+dx} = -\frac{d\dot{Q}_x}{dx} dx, \end{aligned} \quad (21.24)$$

Fourier törvénye szerint

$$\dot{Q}_x = -\lambda \frac{d\mathcal{G}}{dx} A, \quad (21.25)$$

következésképpen

$$d\dot{Q} = \lambda A \frac{d^2\mathcal{G}}{dx^2} dx. \quad (21.26)$$

Másrészt a Newton-egyenlet szerint

$$d\dot{Q} = \alpha_B \mathcal{G} K dx, \quad (21.27)$$

ahol K – a keresztmetszet kerülete, α_B – a rúd felületéről a környezet felé irányuló hőátadás hőátadási tényezője.

Az (21.26) és (21.27) egyenletek egybevetéséből következik

$$\frac{d^2\mathcal{G}}{dx^2} = \frac{\alpha_B K}{\lambda A} \mathcal{G} = m^2 \mathcal{G}, \quad (21.28)$$

ahol

$$m = +\sqrt{\frac{\alpha_B K}{\lambda A}}. \quad (21.29)$$

Amennyiben $m =$ állandó, a (21.28) differenciálegyenlet általános megoldása

$$\mathcal{G} = C_1 e^{mx} + C_2 e^{-mx}. \quad (21.30)$$

A C_1, C_2 integrálási állandók a peremfeltételekből határozhatók meg.

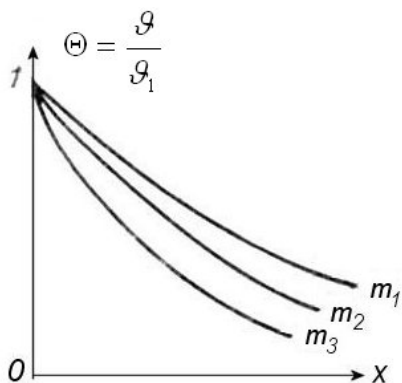
A peremfeltételeket végtelen és véges hosszúságú rúd esetére adjuk meg.

a) Végtelen hosszú rúd

Peremfeltételek:

A rúd $x=0$ koordinátájú keresztmetszetében a hőmérséklet állandó $\vartheta = \vartheta_1$.

Ha a rúd hossza $l \rightarrow \infty$, akkor a rúdhoz vezetett hő teljes egészében átadásra kerül a környezetbe, tehát $x \rightarrow \infty$ esetén $\vartheta = 0$.



21.6. ábra - A Θ változása a rúd hossza mentén

A peremfeltételek (21.30) egyenletbe történő helyettesítéssel kapjuk:

$$\text{Ha } x = 0, \quad \vartheta_1 = C_1 + C_2.$$

$$\text{Ha } x \rightarrow \infty, \quad C_1 e^\infty = 0.$$

Ez utóbbi egyenlet csak $C_1 = 0$ esetén lehetséges. Ezzel az első egyenlet alapján $C_2 = \vartheta_1$.

Az integrálási állandók (21.30) egyenletbe helyettesítésével kapjuk

$$\vartheta = \vartheta_1 e^{-mx}, \quad (21.31)$$

mely a

$$\Theta = \frac{\vartheta}{\vartheta_1} = e^{-mx} \quad (21.32)$$

alakba írható, ahol θ – a rúd $x = 0$ helyen lévő kezdeti keresztmetszetében lévő hőmérsékletéhez viszonyított dimenziótlán hőmérséklet.

A 21.6. ábrán a θ dimenziótlán hőmérséklet változása látható a rúd hossza mentén az m paraméter különböző értéke mellett ($m_3 > m_2 > m_1$).

Az ábrából kitűnik, hogy a dimenziótlán hőmérséklet a rúd hossza mentén annál gyorsabban csökken, minél nagyobb az m tényező és ha x tart a végtelenhez, θ értéke zérushoz közelít.

Nyilvánvaló, hogy a környezetbe átadott hő annál nagyobb, minél nagyobb a rúd felületének hőmérséklete (θ). A (21.32) és (21.29) kifejezésekből következőleg megállapíthatjuk, hogy bordázáskor a borda anyagá-

nak nagy hővezetési tényezővel kell rendelkeznie, míg $\alpha/\lambda =$ állandó esetén a kerület/keresztmetszet viszony csökkenésével nő a borda hatékonysága.

A rúd belépő keresztmetszetében a belépő hőmennyiség

$$\dot{Q} = -\lambda A \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0}. \quad (21.33)$$

A ϑ függvény deriváltja $x=0$ helyen

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=0} = -m e^{-mx} \vartheta_1 \Big|_{x=0} = -m \vartheta_1,$$

mellyel az időegység alatt átadott hőmennyiség

$$\dot{Q} = \lambda A m \vartheta_1 = \vartheta_1 \sqrt{\alpha_B \lambda K A}. \quad (21.34)$$

b) Végese hosszúságú rúd

Peremfeltételek

Ha $x = 0$; $\vartheta = \vartheta_1$.

$$\text{Ha } x = l; \quad -\lambda \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=l} = \alpha_l \vartheta_1.$$

Vagy

$$\left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=l} = -\frac{\alpha_l}{\lambda} \vartheta_1.$$

$$\text{Ha } x = 0; \quad \vartheta_1 = C_1 + C_2; \quad (21.35)$$

$$\text{ha } x = l; \quad \left(\frac{d\vartheta}{dx} \right)_{x=l} = C_1 m e^{ml} - C_2 m e^{-ml} = -\frac{\alpha_l}{\lambda} \vartheta_1; \quad (21.36)$$

$$\text{és} \quad \vartheta_1 = C_1 e^{ml} + C_2 e^{-ml}. \quad (21.37)$$

Az egyenletrendszerből meghatározható a két integrálási állandó

$$C_1 = \frac{\mathcal{G}_1 \left(m - \frac{\alpha_l}{\lambda} \right)}{e^{2ml} \left(m + \frac{\alpha_l}{\lambda} \right) + m - \frac{\alpha_l}{\lambda}}, \quad C_2 = \mathcal{G}_1 \frac{e^{2ml} \left(m + \frac{\alpha_l}{\lambda} \right)}{e^{2ml} \left(m + \frac{\alpha_l}{\lambda} \right) + m - \frac{\alpha_l}{\lambda}}, \quad (21.38)$$

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 \frac{e^{mx} \left(m - \frac{\alpha_l}{\lambda} \right) + e^{-mx} e^{2ml} \left(m + \frac{\alpha_l}{\lambda} \right)}{e^{2ml} \left(m + \frac{\alpha_l}{\lambda} \right) + m - \frac{\alpha_l}{\lambda}}, \quad (21.39)$$

illetve a tört e^{-ml} kifejezéssel történő bővítése és átalakítás után

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 \left\{ \frac{m \left[e^{m(l-x)} + e^{-m(l-x)} \right] + \frac{\alpha_l}{\lambda} \left[e^{m(l-x)} - e^{-m(l-x)} \right]}{m \left[e^{ml} + e^{-ml} \right] + \frac{\alpha_l}{\lambda} \left[e^{ml} - e^{-ml} \right]} \right\}. \quad (21.40)$$

Mivel

$$\frac{e^x - e^{-x}}{2} = sh(x), \quad \frac{e^x + e^{-x}}{2} = ch(x), \quad (21.41)$$

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 \frac{ch[m(l-x)] + \frac{\alpha_l}{m\lambda} sh[m(l-x)]}{ch(ml) + \frac{\alpha_l}{m\lambda} sh(ml)}. \quad (21.42)$$

Amennyiben a rúd végén a hőátadás elhanyagolható, egyszerűbb számítási összefüggést kapunk. Vagyis, ha α_l kicsi és λ nagy, akkor $\frac{\alpha_l}{\lambda} \rightarrow 0$ és

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}_1 \frac{ch[m(l-x)]}{ch(ml)}. \quad (21.43)$$

Határértékben, amikor $x=l$ a (21.43) egyenlet a

$$\mathcal{G} = \frac{\mathcal{G}_1}{ch(ml)} \quad (21.44)$$

alakot ölti.

A borda által a környezetnek átadott hőmennyiség megegyezik a bordatőhöz vezetett hőmennyiséggel

$$\dot{Q} = -\lambda A \left(\frac{d\mathcal{G}}{dx} \right)_{x=0}, \quad (21.45)$$

a \mathcal{G} függvény deriváltja $x=0$ helyen

$$\left(\frac{d\mathcal{G}}{dx} \right)_{x=0} = -\mathcal{G}_1 m \frac{sh(ml)}{ch(ml)} = -\mathcal{G}_1 m th(ml). \quad (21.46)$$

Így a keresett hőmennyiség

$$\dot{Q} = \mathcal{G}_1 \sqrt{\alpha_B K \lambda A} th(ml). \quad (21.47)$$

Amennyiben $(ml) \rightarrow \infty$, $\rightarrow th(ml) \approx 1$, akkor $\mathcal{G}_{x=l} = 0$ és a (21.47) egyenlet a (21.34) alakot ölti.

21.3.2. Sík fal egydimenziós, állandósult hővezetése belső hőforrás esetén.

Vizsgáljuk meg a hővezetést olyan sík lap esetén (21.7. ábra), melynek vastagsága 2δ , a belső hőforrás a lapban egyenletesen oszlik el, továbbá a lap két oldala $t_f =$ állandó hőmérsékletű közeggel azonosan hűtött. A közegbe irányuló hőátadás hőátadási tényezője $\alpha =$ állandó [10],[23].

A lapban kialakuló hőmérséklet eloszlást a hővezetés általános differenciálegyenletéből (19.3) kiindulva határozhatjuk meg. Az

$$a = \frac{\lambda}{\rho c_v}$$

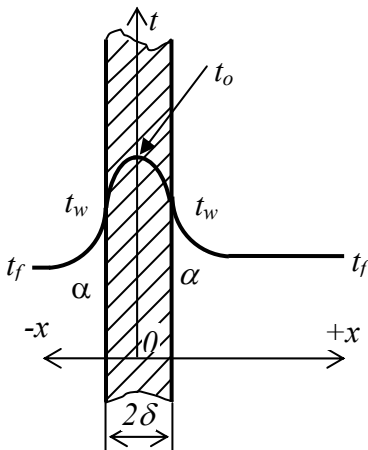
egyenlet figyelembevételével írható

$$\frac{d^2 t}{dx^2} + \frac{\dot{q}_v}{\lambda} = 0. \quad (21.48)$$

A differenciálegyenletet két lépésben integrálva

$$\frac{dt}{dx} = -\frac{\dot{q}_v x}{\lambda} + C_1, \quad (21.49)$$

$$t = -\frac{\dot{q}_v x^2}{2\lambda} + C_1 x + C_2, \quad (21.50)$$



21.8. ábra - Sík fal belső hőforrással

megkapjuk a hőmérséklet változását a sík lapban, ahol az integrálási állandók a peremfeltételekből határozhatók meg.

Figyelembe véve a t tengelyre létező szimmetriát, a peremfeltételek a következők:

$$x = 0; \text{ helyen } \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=0} = 0; \quad (21.51)$$

$$x = \delta; \text{ helyen } -\lambda \left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=\delta} = \alpha(t_w - t_f) \quad \text{és } t = t_w. \quad (21.52)$$

A (21.51) feltételt a (21.49) egyenletbe helyettesítve kapjuk: $C_1=0$.

$x = \delta$ esetén a (21.49) egyenlet

$$\left(\frac{dt}{dx} \right)_{x=\delta} = -\frac{\dot{q}_v \delta}{\lambda}. \quad (21.53)$$

Behelyettesítve a (21.52) összefüggésbe, majd kifejezve a felületi hőmérsékletet

$$t_w = t_f + \frac{\dot{q}_v \delta}{\alpha}. \quad (21.54)$$

A C_2 integrálási állandó a (21.50) és (21.54) egyenletek alapján $x = \delta$ helyettesítéssel

$$C_2 = t_f + \dot{q}_v \left(\frac{\delta}{\alpha} + \frac{\delta^2}{2\lambda} \right). \quad (21.55)$$

Az integrálási állandókat (21.50) összefüggésbe helyettesítve a hőmérséklet eloszlás

$$t = t_f + \frac{\dot{q}_v \delta}{\alpha} + \frac{\dot{q}_v \delta^2}{2\lambda} \left[1 - \left(\frac{x}{\delta} \right)^2 \right] \quad (21.56)$$

összefüggés szerinti, azaz parabolikus.

A hőáram az egységnyi keresztmetszeten keresztül – mivel a hozzátartozó térfogat $V_{1m^2} = l \cdot x$

$$\dot{q} = \dot{q}_v x, \quad (21.57)$$

$x=0$ esetén $\dot{q} = 0$

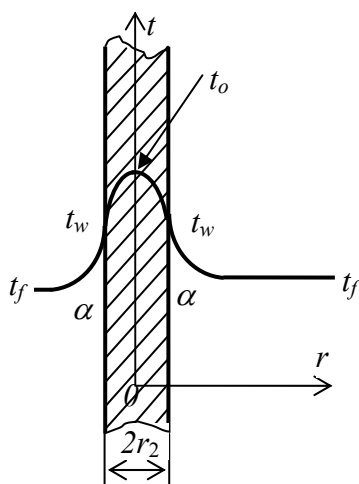
A lap egységnyi felületén ($x=\delta$) időegység alatt kiáramló hőmennyiség állandósult esetben

$$\dot{q} = \alpha(t_w - t_f) = \dot{q}_v \delta. \quad (21.58)$$

A teljes (kétoldali) felületen kiáramló hőmennyiség

$$\dot{Q} = \dot{q}A = \dot{q}_v \delta 2A_l. \quad (21.59)$$

21.3.3. Homogén körkeresztmetszetű rúd egydimenziós, állandósult hővezetése belső hőforrás esetén.



21.8. ábra - körkeresztmetszetű rúd belső hőforrással

Vizsgáljunk olyan hengert, melynek átmérője a hosszához képest kicsi.

A hővezetés általános differenciálegyenletét hengerkoordináták alakjában a 21.8. ábra szerinti esetre felírva kapjuk

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} + \frac{\dot{q}_v}{\lambda} = 0 \quad (21.60)$$

vagy kis átalakítás után

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dt}{dr} \right) = -\frac{\dot{q}_v}{\lambda}. \quad (21.61)$$

A (21.61) differenciálegyenlet kétszeres integrálással oldható meg:

$$r \frac{dt}{dr} = -\frac{\dot{q}_v r^2}{2\lambda} + C_1 \quad (21.62)$$

vagy

$$\frac{dt}{dr} = -\frac{\dot{q}_v r}{2\lambda} + \frac{C_1}{r}, \quad (21.63)$$

végül a hőmérséklet-eloszlás

$$t = -\frac{\dot{q}_v r^2}{4\lambda} + C_1 \ln r + C_2. \quad (21.64)$$

Az integrálási állandók a peremfeltételek ismeretében határozhatók meg. Ezek rendre a következők:

$$r = 0; \quad \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=0} = 0; \quad (21.65)$$

$$r = r_2; \quad -\lambda \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_2} = \alpha(t_w - t_f); \quad \text{és } t = t_w. \quad (21.66)$$

A (21.62) egyenletből a (21.65) feltétel helyettesítésével $C_1 = 0$.

A (21.63) egyenletből $r = r_2$ esetén kapjuk:

$$\left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_2} = -\frac{\dot{q}_v r_2}{2\lambda}. \quad (21.67)$$

Ezt a (21.66) összefüggésbe helyettesítve

$$\frac{\dot{q}_v r_2}{2} = \alpha(t_w - t_f), \quad (21.68)$$

illetve ebből

$$t_w = \frac{\dot{q}_v r_2}{2\alpha} + t_f. \quad (21.69)$$

Ezzel a (21.64) egyenletből a második integrálási állandó

$$C_2 = t_f + \frac{\dot{q}_v r_2}{2\alpha} + \frac{\dot{q}_v r_2^2}{4\lambda}. \quad (21.70)$$

A hőmérséklet eloszlás

$$t = t_f + \frac{\dot{q}_v r_2}{2\alpha} + \frac{\dot{q}_v}{4\lambda} (r_2^2 - r^2). \quad (21.71)$$

A felületen keresztüli hőáram

$$\dot{Q} = \dot{q}_v V = \dot{q}_v r_2^2 \pi l. \quad (21.72)$$

Amennyiben I [Amper] erősségű áram folyik a vezetékben, melynek ellenállása R [Ohm], a az elektromos áram hőhatásából eredő belső hőforrás intenzitását a

$$\dot{q}_v = \frac{I^2 R}{r_2^2 \pi l} \quad (21.73)$$

összefüggéssel határozhatjuk meg.

21.3.4. Hengeres fal hővezetése hőleadással a külső, és a belső felületen

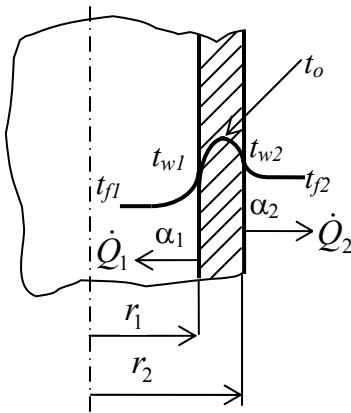
A számítás alapját a (21.60)-(21.64) egyenletek jelentik.

A hengeres falban keletkezett hőmennyiség

$$\dot{Q} = \dot{q}_v V_{fal} = \dot{q}_v \pi (r_2^2 - r_1^2) l. \quad (21.74)$$

Állandósult esetben a belső hőforrásokból felszabaduló hőmennyiség megegyezik a külső és belső felületeken távozó hőmennyiségek összegével.

$$\dot{Q} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2. \quad (21.75)$$



21.9. ábra - A hengeres fal belső hőforrással

A (21.64) egyenlet integrálási állandóit a vizsgált esethez tartozó peremfeltételekből határozhatjuk meg (21.9. ábra).

$r = r_1$ esetén

$$\lambda A_1 \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_1} = \dot{Q}_1 = \alpha_1 A_1 (t_{w1} - t_{f1}), \quad (21.76)$$

ebből

$$\left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_1} = \frac{\dot{Q}_1}{\lambda A_1} = \frac{\alpha_1 (t_{w1} - t_{f1})}{\lambda}. \quad (21.77)$$

A C_1 integrálási állandó a (21.62) egyenletből határozható meg, ha $r = r_1$ esetre alkalmazzuk.

$$C_1 = r_1 \left(\frac{dt}{dr} \right)_{r=r_1} + \frac{\dot{q}_v r_1^2}{2\lambda} = \frac{r_1 \dot{Q}_1}{\lambda A_1} + \frac{\dot{q}_v r_1^2}{2\lambda}. \quad (21.78)$$

Amennyiben a (21.64) egyenletet a külső átmérőre ($r = r_2$) alkalmazzuk, t_{w2} ismeretében belőle meghatározható a C_2 értéke.

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q} - \dot{Q}_1, \quad (21.79)$$

másrészt

$$\dot{Q}_2 = A_2 \alpha_2 (t_{w2} - t_{f2}), \quad (21.80)$$

melyből t_{w2} meghatározható. Így

$$t_{w2} = t_{f2} + \frac{\dot{Q}_2}{A_2 \alpha_2},$$

$$C_2 = t_{f2} + \frac{\dot{Q}_2}{A_2 \alpha_2} + \frac{\dot{q}_v r_2^2}{4\lambda} - \left(\frac{r_1 \dot{Q}_1}{\lambda A_1} + \frac{\dot{q}_v r_1^2}{2\lambda} \right) \ln r_2. \quad (21.81)$$

Ezzel a hőmérséklet eloszlás (21.64) egyenlet alapján

$$t = -\frac{\dot{q}_v r^2}{4\lambda} + C_1 \ln r + C_2, \quad (21.82)$$

$$t = t_{f2} + \left(\frac{r_1 \dot{Q}_1}{\lambda A_1} + \frac{\dot{q}_v r_1^2}{2\lambda} \right) \ln \frac{r}{r_2} + \frac{\dot{Q}_2}{A_2 \alpha_2} + \frac{\dot{q}_v (r_2^2 - r^2)}{4\lambda}. \quad (21.83)$$

22. Hősugárzás (Hőközlés sugárzás útján)

22.1. Sugárzási alapfogalmak

Az eddigiekben a különböző testek és közegek közvetlen érintkezése során létrejött hőközlés eseteit vizsgáltuk. A tapasztalat azonban azt mutatja, hogy a hő érintkezés nélkül is átvihető (pl. napsugárzás). Az ilyen hőáramlási módot hősugárzásnak nevezzük, amelyik - mechanizmusát nézve - alapvetően különbözik az érintkezés útján létrejövő hőáramlástól.

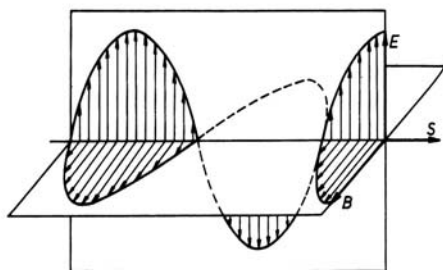
Az alapvető eltérés abban mutatkozik, hogy a hősugárzás esetében az energiahordozók nem a közvetítő (érintkező) közeg mikrorészecskéi, hanem a meleg test által kibocsátott elektromágneses hullámok. Valamely anyag által kibocsátott elektromágneses sugárzás oka az atomok elektromos természetében rejlik. Az atomokat felépítő negatív és pozitív töltésű részecskék egymáshoz képesti mozgása az elektrodinamika törvényei szerint elektromágneses hullámok kibocsátásához vezet, melynek során a részecskék kinetikai energiája sugárzási energiává alakul át.

Megjegyezzük, hogy az energia kisugárzás nem folytonosan, végtelen elektromágneses hullám alakjában, hanem *Planck* vizsgálatai szerint meghatározott adagokban, ún. sugárzási energiakvantumoként történik. Jelenlegi ismereteink szerint az energiakvantumok hordozói elemi sugárzási részecskék, más néven fotonok.

A fotonok a mozgó részecskék összes tulajdonságával rendelkeznek; van meghatározott frekvenciájuk (ν), energiakészletük, - amely az elemi hatáskvantummal egyenlő ($E_f = h\nu$ - ahol $h = 6,62517 \cdot 10^{-34}$ Joule sec - a Planck-féle állandó) - mozgásmennyiségük és impulzusnyomatékuk.

Nyugalmi tömegük zérus.

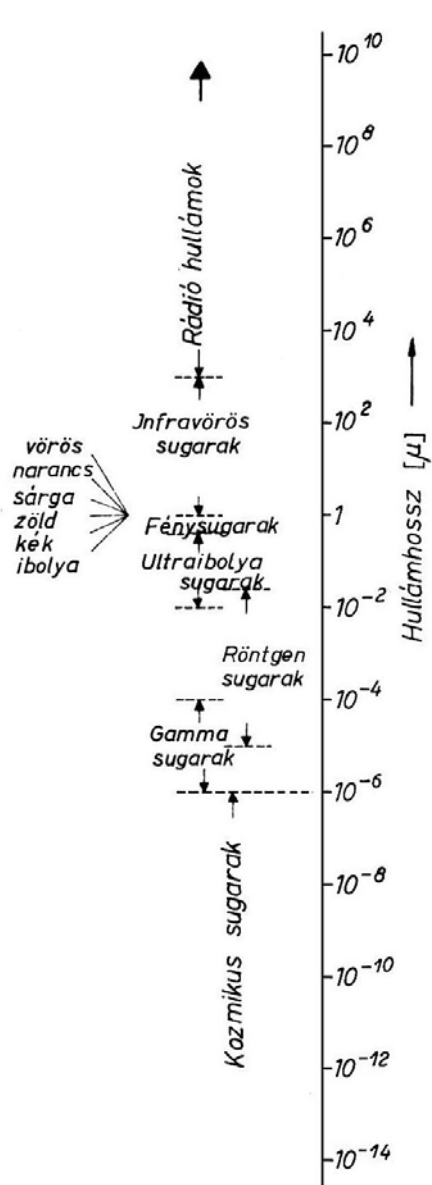
Az elektromágneses hullám az elektromos és mágneses térerőségek időbeni változásának továbbterjedése, melynek elméleti vizsgálatával Maxwell foglalkozott először 1865-ben. Elmélete szerint az \vec{E} elektromos térerősség és a \vec{B} mágneses indukcióvektorok egymás között, valamint a terjedés irányába mutató egységvektorra (\vec{s}) nézve a tér bármely



22.1. ábra - Az elektromágneses hullám

pontjában minden pillanatban ortogonálisak (egymásra merőlegesek), azaz

$$\vec{E} \cdot \vec{B} = 0; \quad \vec{E} \cdot \vec{s} = 0; \quad \vec{B} \cdot \vec{s} = 0 \quad (22.1)$$



22.2. ábra - Az elektromágneses hullámok teljes spektruma

és a három vektor jobbforgású rendszert képez (22.1. ábra).

Az \vec{E} és \vec{B} vektorok abszolút értékei lineáris kapcsolatban vannak egymással

$$B\sqrt{\mu} = E\sqrt{\varepsilon}, \quad (22.2)$$

ahol μ – az adott tér mágneses, míg ε – a dielektromos állandója.

Az elektromágneses hullámok terjedéséhez nem szükséges közvetítő közeg. Terjedési sebességük függ a közeg sajátosságaitól, amelyen áthaladnak, valamint a frekvenciától:

$$c_v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}, \quad (22.3)$$

ahol c_v az adott frekvenciájú elektromágneses hullám terjedési sebessége az ε dielektromos és μ mágneses állandóval rendelkező közegben, $c = 299792,5$ km/s az elektromágneses hullámok terjedési sebessége légüres térben (minden frekvenciára nézve azonos).

Mint minden hullámfolyamat az elektromágneses hullámok is jellemezhetők meghatározott hullámhosszal és frekvenciával, melyek szorzata a hullám terjedési sebességét adja meg.

Az első rádióhullámok Hertz által történt felfedezése óta az elektromágneses hullámok teljes spekt-

rumát - a legkisebb hullámhosszú kozmikus sugaraktól, a legnagyobb hullámhosszú rádióhullámokig – feltárták (22.2. ábra).

Az elektromágneses hullámok légüres térben, vagy olyan áteresztő közegben terjedve, amelyik nem csökkenti energiájukat, és nem akadályozza terjedésüket - útjukban különböző testeket találnak, melyekkel kölcsönhatásba lépnek. Energetikai szempontból az ilyen kölcsönhatásnak három határesetje lehetséges.

Az elektromágneses hullámokat a test vagy közeg

a) akadály nélkül átereszt (tökéletesen áteresztő),

b) felületéről energiaveszteség nélkül, teljes egészében visszaveri (tökéletesen visszaverő),

c) teljes egészében elnyeli, (tökéletesen elnyelő test vagy közeg).

Nyilvánvaló, hogy a különböző valóságos testek és közegek nem elégítik ki teljességgel ezeket a feltételeket. Ezek részlegesen átengedik, elnyelik és visszaverik az elektromágneses hullámokat.

A hőáramlás szempontjából azoknak az elektromágneses hullámoknak (sugaraknak) van gyakorlati jelentőségük, amelyeket a testek hőenergiájuk javára, ill. rovására nyelnek el, ill. bocsátanak ki.

Ilyen tulajdonságnak egyrészt a látható fénysugarak (hullámhossz: $0,4 - 0,8 \mu$), döntőrészt azonban a láthatatlan infravörös sugarak (hullámhossz: $0,8 - 400 \mu$). Ezért az utóbbiakat hősugaraknak, – folyamataikat pedig – hőszugárzásnak, vagy emisszióknak nevezzük.

A fent említett a) és b) esetekben, mivel a hullámok energiája a testtel történt kölcsönhatás után megegyezik a kölcsönhatás előttivel, nem változik a test energiakészlete sem. A c) esetben a termodinamika első főtételéből következik – az elnyelt hősugarak energiáját a test veszi fel, vagyis nő a belső energiája, amennyiben az adott esetben a térfogatváltozási munka zérus. Ha feltételezzük, hogy sem halmazállapotváltozás, sem kémiai összetétel változás a testben nem megy végbe – úgy a belsőenergia-növekedésnek hőmérsékletnövekedés felel meg. Tehát a hőszugárzás elnyelésekor a test felmelegszik. Ugyanakkor a tapasztalat szerint, ha egy meleg testet érintkezés nélkül, légüres térben magára hagyunk, hőmérséklete csökken.

A hőmérsékletváltozás arányos azzal az energiamennyiséggel, amelyet a test a környezetbe kisugároz. Ha a test által kisugárzott és elnyelt energiamennyiség megegyezik, hőmérséklete nem változik. A hősugarak állandó kibocsátása és elnyelése minden testnek sajátossága, ha hőmérsék-

lete nagyobb mint 0 K. A kisugárzott energiámmennyiséget J-ban, az időegység alatt kisugárzó energiát pedig W-ban mérjük.

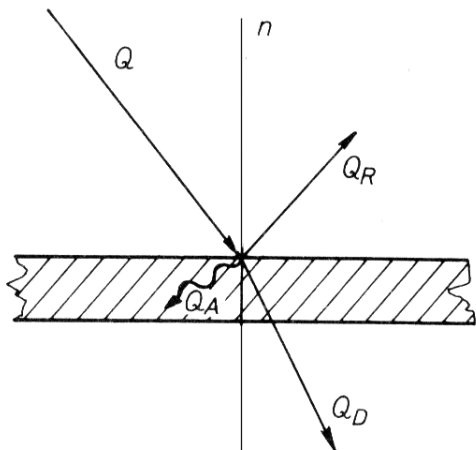
Ha 0-tól végtelenig terjedő valamennyi hullámhosszú, minden irányban időegység alatt kisugárzó energiámmennyiséget a sugárzó test felületére vonatkoztatjuk, akkor a test sugárzóképeségét, vagy emisszióképességét

kapjuk meg, azaz

$$E = \frac{\dot{Q}}{A}, [\text{W/m}^2], \quad (22.4)$$

ahol \dot{Q} [W] – az időegység alatt kisugárzott energiámmennyiség, A [m²] pedig a test felülete.

Állandósult elektromágneses hullámok esetén az adott téregységnyi térfogatára vonatkoztatott fajlagos energia állandó marad - amely szintén a termodinamika első főtételéből következik.



22.3. ábra - A beeső sugárzás eloszlása

Ennek alapján, ha a testet érő összes (beeső) sugárzás energiája \dot{Q} (22.3. ábra) a test által elnyelt hullámok (\dot{Q}_A abszorbeált), a visszavert hullámok (\dot{Q}_R reflektált) és a (\dot{Q}_D diffundált) átengedett hullámok energiáinak összege:

$$\dot{Q}_A + \dot{Q}_R + \dot{Q}_D = \dot{Q}. \quad (22.5)$$

Az egyenlet mindkét oldalát \dot{Q} -al elosztva és a

$$\frac{\dot{Q}_A}{\dot{Q}} = a \quad \frac{\dot{Q}_R}{\dot{Q}} = R \quad \frac{\dot{Q}_D}{\dot{Q}} = D \quad (22.6)$$

jelöléseket bevezetve kapjuk:

$$a + R + D = 1. \quad (22.7)$$

A fenti kifejezésben a - a test elnyelési (abszorpciós), R a visszaverési és D pedig az átengedési tényezője.

- Tökéletesen áteresztő testek esetén $D = 1$, és $R = a = 0$,

- tökéletesen visszaverő (tükröző) testeknél $R = 1$, $D = a = 0$ (ha a teljes visszaverődés szétszórta, akkor a testet tökéletesen (abszolút) fehér testnek nevezzük), míg az

- abszolút elnyelő, vagy abszolút fekete testeknél $a = 1$, $R = D = 0$.

A testek nagy többségénél $D=0$, így

$$a + R = 1. \quad (22.8)$$

A következőkben ilyen testek vizsgálatával foglalkozunk.

A különböző testek által kibocsátott és elnyelt energia hányadosa általános esetben három alaptényező függvénye: függ a test hőmérsékletétől, az elnyelendő és kisugárzott elektromágneses hullámok tulajdonságaitól, amelyeket elsősorban a ν frekvencia vagy a λ hullámhossz jellemez, és végül függ az adott anyag egyedi sajátosságaitól.

A valóságban a szilárd és cseppfolyós testek többségének sugárzási színképe folytonos (a legkisebb hullámhossztól a legnagyobbig bocsát ki elektromágneses hullámokat), míg a gázoké sávós (csak bizonyos szűkebb hullámhossz tartományban végeznek kisugárzást). A gázok egész tömegükből bocsátanak ki elektromágneses hullámokat, ugyanakkor a szilárd testek esetében csak felületük vékony rétege vesz részt a sugárzásban.

Az egyes anyagok a különböző hullámhosszú elektromágneses hullámokkal szemben eltérően viselkednek.

A kvarc a hősugarakat nem ereszti át, míg a fény és ultraibolya sugárzással szemben áteresztő. A kőszó átereszt a hősugarakat, de nem ereszti át az ultraibolya sugarakat. Az ablaküveg átereszt a fénysugarakat, de az ultraibolya és hősugarakkal szemben csak kismértékben áteresztő.

A fehér színű felületek (szövet, festék) csak a látható sugárzást verik jól vissza, a hősugárzást ugyanolyan jól elnyelik, mint a sötétek. Tehát a különböző testeknek az a sajátossága, hogy milyen mértékben nyelik el, vagy verik vissza a sugárzást, alapvetően nem a felület színétől, hanem állapotától függ. A sima és csiszolt felületek visszaverési tényezője ugyanis szintől függetlenül többszörösen nagyobb, mint az érdes felületeké.

Ha az adott test sugárzásos energiacserében van a környezetében levő testekkel, akkor azok részéről időegység alatt m^2 -ként

$$E_b = E_{\text{beeső}}$$

beeső sugárzási energiamennyiség éri. A beeső energia egy részét

$$E_{\text{elnyelt}} = aE_b$$

mennyiségben a test elnyeli, míg a maradék

$$E_{\text{visszavert}} = E_b(1-a)$$

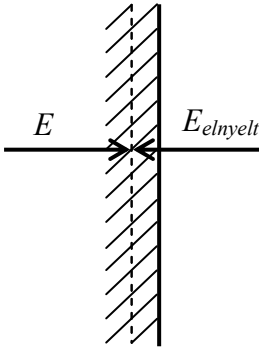
részt visszaveri. Tehát úgy tűnik, mintha ezt is a test sugározná ki.

22.1.1. Effektív sugárzókéesség

A test saját sugárzásának, sugárzókéességének, valamint a beeső sugárzás általa visszavert részeinek összegét effektív (tényleges) besugárzásnak (sugárzókéességnek) nevezik

$$E_{\text{eff}} = E_{\text{saját}} + RE_{\text{beeső}} = E_{\text{saját}} + (1-a)E_{\text{beeső}} \quad (22.9)$$

Az effektív sugárzókéesség nem csupán az adott test hőmérsékletének és fizikai jellemzőinek függvénye, hanem függ a környező testek fizikai jellemzőitől, hőmérsékletétől, sugárzási spektrumaitól, méreteitől és viszonylagos helyzetétől. Ezért a saját és effektív sugárzások fizikai tulajdonságai nem azonosak, és sugárzási spektrumaik is eltérőek.



Abszolút fekete test esetén $E_{\text{eff}} = E = E_0$, mivel $a_0 = 1$.

Az adott test eredő sugárzásán az általa elnyelt sugárzás és a kibocsátott saját sugárzás különbségét értjük.

A következőkben $E = E_{\text{saját}}$ jelölést alkalmazva és az energia mérleget a test felületéhez közeli belső felületre

(22.4. ábra) felírva az eredő sugárzás [19]

$$\dot{q}_{\text{eredő}} = E - E_{\text{elnyelt}} = E - aE_{\text{beeső}} \quad (22.10)$$

22.4. ábra - Az eredő sugárzás meghatározásához

lesz. Ebből az $E_{\text{beeső}} = \frac{E - \dot{q}_{\text{eredő}}}{a}$ kifejezését (22.9)-be helyettesítve kapjuk

$$E_{\text{eff}} = E + (1-a) \frac{E - \dot{q}_{\text{eredő}}}{a} = \dot{q}_{\text{eredő}} \left(1 - \frac{1}{a}\right) + \frac{E}{a} \quad (22.11)$$

vagy

$$E_{\text{eff}} = \frac{E}{a} - \frac{R}{a} \dot{q}_{\text{eredő}} \quad (22.12)$$

22.1.2. A hősugárzás alaptörvényei

a) Planck-féle törvény

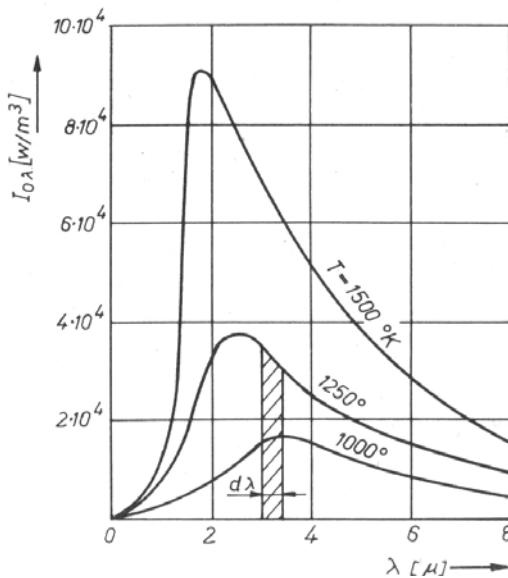
Az energiasugárzás egyidőben különböző hullámhosszokon megy végbe és a kisugárzott energia a hőmérséklet és a hullámhossz függvénye. Adott hőmérsékleten az egyes hullámhosszokon történt kisugárzás meghatározott intenzitással jellemezhető, amelyet mint a test által a λ és $\lambda + d\lambda$ hullámhossz tartományban kisugárzott energiasűrűség (dE_λ) és a vizsgált hullámhossz tartomány ($d\lambda$) hányadosát definiálhatjuk, vagyis

$$I_\lambda = \frac{dE_\lambda}{d\lambda} \quad [\text{W}/\text{m}^3]. \quad (22.13)$$

Az abszolút fekete test valamely hőmérsékleten a $\lambda = 0 \div \infty$ tartományban minden hullámhosszon végez kisugárzást. Ha valahogyan elválasztjuk a különböző hullám-hosszú sugarakat és megmérjük minden egyes sugár

energiáját, azt tapasztaljuk, hogy a spektrumban az eloszlás változó.

A hullámhossz növekedésével a sugárzás energiája nő, majd egy bizonyos hullámhossznál eléri maximumát, s ezután csökken. Ezen kívül az azonos hullámhosszú sugarak energiája is nő a hőmérséklet növelésével (22.5. ábra).



22.5. ábra - Planck törvénye

képzelését, 1901-ben elméleti úton a következő összefüggést kapta az abszolút fekete test sugárzási intenzitására:

Planck a sugárzás elektromágneses természetéből kiindulva és felhasználva az energia kvantumos jellegével kapcsolatos el-

$$I_{0\lambda} = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1}, \quad (22.14)$$

ahol e – a természetes logaritmus alapszáma, $c_1 = 3,74 \cdot 10^{-16} [\text{W m}^2]$, $c_2 = 1,4388 \cdot 10^{-2} [\text{m K}]$, λ [m] – a hullámhossz, T [K] – a sugárzó test abszolút hőmérséklete.

b) Wien-féle eltolódási törvény

A (22.14) kifejezés szerint $\lambda=0$, és a $\lambda \rightarrow \infty$ esetén $I_{0\lambda} = 0$ bármilyen T hőmérsékleten. $T = \text{const.}$ mellett az $I_{0\lambda}$ -nak a $\lambda = 0 \div \infty$ tartományban maximuma, illetve reciprokának minimuma van.

A

$$I_{0\lambda}^{-1} = \frac{\lambda^5}{c_1} \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right) \quad (22.15)$$

kifejezést λ szerint differenciálva, majd a differenciáhányadost nullával egyenlővé téve kapjuk:

$$\left(I_{0\lambda}^{-1} \right)' = \frac{5\lambda^4}{c_1} \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right) - \frac{\lambda^3 c_2}{c_1 T} e^{\frac{c_2}{\lambda T}} = 0, \quad (22.16)$$

majd átalakítások után

$$e^{\frac{c_2}{\lambda T}} \left(5\lambda - \frac{c_2}{T} \right) - 5\lambda = 0. \quad (22.17)$$

Vezessük be a (22.17) egyenlet megoldásához az

$$x = \frac{c_2}{\lambda T} \quad (22.18)$$

változót. Ekkor a (22.17) kifejezés a következő alakot ölti

$$e^x \left(1 - \frac{x}{5} \right) = 1, \text{ illetve} \quad 1 - \frac{x}{5} = e^{-x},$$

melyet megoldva kapjuk: $x = 4,965$.

A maximális sugárzás-intenzitáshoz tartozó hullámhossz a (22.18) alapján

$$\lambda_{\text{max}0} = \frac{c_2}{T x} = \frac{0,01438}{4,965 T} = \frac{2,8978 \cdot 10^{-3}}{T} \quad [\text{m}]. \quad (22.19)$$

A (22.19) összefüggés szerint a hőmérséklet növekedésével a maximális intenzitáshoz tartozó hullámhossz csökken. Ez az ún. *Wien-féle eltolódási törvény* (1893).

A maximális intenzitás értéke a (22.15) egyenletből határozható meg.

$$I_{\max 0} = c_3 T^5, \quad (22.20)$$

ahol $c_3 = 1,309 \cdot 10^{-7} \text{ [W/m}^3\text{K]}$

Tehát az abszolút fekete test maximális sugárzásintenzitása az abszolút hőmérséklet ötödik hatványával arányos.

c) Stefan–Boltzmann-féle törvény

Az abszolút fekete test egységnyi felülete által időegység alatt a $\lambda \div (\lambda+d \lambda)$ hullámhossz tartományban kisugárzott energia a (22.14) alapján:

$$dE_0 = I_{0\lambda} d\lambda \quad [\text{w/m}^2]. \quad (22.21)$$

Így az összes hullámhosszon kisugárzott energiát az

$$E_0 = \int_0^{\infty} I_{0\lambda} d\lambda \quad (22.22)$$

integrállal határozhatjuk meg, melybe Planck törvényét behelyettesítve kapjuk:

$$E_0 = \int_0^{\infty} \frac{c_1 \lambda^{-5}}{e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1} d\lambda. \quad (22.23)$$

Vezessük be újra a (22.18) szerinti változót

$$E_0 = \frac{c_1 T^4}{c_2^4} \int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1}. \quad (22.24)$$

Az így nyert (22.24) egyenletben az integrál értéke a következőképpen számítható:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \int_0^{\infty} x^3 (e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots) dx. \quad (22.25)$$

Az integrálást tagonként parciálisan elvégezve és figyelembe véve, hogy

$$\int_0^{\infty} e^{-x} dx = 1,$$

kapjuk

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = 6 \left(1 + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} + \dots \right) = 6 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}, \quad (22.26)$$

ahol $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ a Riemann-féle $\zeta(4)$ függvény, melynek értéke $\zeta(4) = \frac{\pi^4}{90}$.

Ezzel

$$\int_0^{\infty} \frac{x^3 dx}{e^x - 1} = \frac{6\pi^4}{90} = \frac{\pi^4}{15},$$

továbbá

$$E_0 = \frac{c_1}{c_2^4} \frac{\pi^4}{15} T^4 = \frac{\pi^4 c_1}{15 c_2^4} T^4 = \sigma_0 T^4, \quad (22.27)$$

ahol $\sigma_0 = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ w}/(\text{m}^2\text{K}^4)$.

Tehát az abszolút fekete test sugárzóképesége egyenesen arányos abszolút hőmérsékletének negyedik hatványával. Ezt a törvényszerűséget kísérleti úton 1879-ben Stefan cseh tudós tárta fel, majd 1884-ben Boltzmann osztrák fizikus elméletileg is igazolta, ezért *Stefan–Boltzmann*-féle törvénynek nevezik, mely értelemszerűen a Planck-féle törvény integrálja (22.5. ábra görbék alatti terület).

A műszaki irodalomban a Stefan–Boltzmann-féle törvényt általában az

$$E_0 = c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 \quad (22.28)$$

alakban használják, ahol c_0 - az abszolút fekete test sugárzási tényezője: $c_0 = 5,67 \text{ [w}/(\text{m}^2\text{K}^4)]$.

A (22.21) és (22.22) kifejezésekből kitűnik, hogy a 22.5. ábrán feltüntetett $T = \text{const.}$ görbék alatti területek az abszolút fekete test sugárzó képességét adják meg az adott hőmérsékleten.

A valóságos testek nem tekinthetők abszolút feketének és egyazon hőmérsékleten kevesebb energiát sugároznak ki, mint az abszolút fekete testek. Ezek sugárzóképesége szintén a hőmérséklet és a hullámhossz függvénye. Az abszolút fekete testre nyert törvényszerűségek valóságos tes-

tekre történő alkalmazásához bevezetjük a szürke test és szürke sugárzás fogalmát.

Szürke sugárzáson olyan sugárzást értünk, amelyik az abszolút fekete sugárzáshoz hasonlóan folytonos spektrummal rendelkezik és az egyes hullámhosszokhoz tartozó intenzitásának (I_λ) viszonya az abszolút fekete test sugárzás intenzitásához ($I_{0\lambda}$) bármely hőmérsékleten állandó. Következésképpen felírható az

$$\frac{I_\lambda}{I_{0\lambda}} = \varepsilon = \text{const.} \quad (22.29)$$

kifejezés. Az ε tényezőt feketeségi foknak nevezik. Értéke szürke testek esetén mindig kisebb, mint 1, a test fizikai tulajdonságaitól függően.

A valóságos szilárd testek megfelelő pontossággal szürke testeknek tekinthetők, míg sugárzásuk szürke sugárzásnak.

A szürke test sugárzóképesége

$$E = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda, \quad (22.30)$$

de mivel $I_\lambda = \varepsilon I_{0\lambda}$, ezért

$$E = \varepsilon \int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda, \quad (22.31)$$

illetve a (22.28) alapján

$$E = \varepsilon c_0 \left(\frac{T}{100} \right)^4 = c \left(\frac{T}{100} \right)^4. \quad (22.32)$$

Tehát a szürke test sugárzóképesége az abszolút fekete test sugárzóképeségének ε -szorososa.

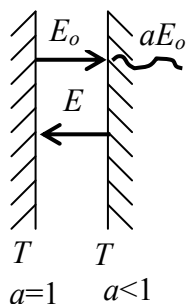
A $c = \varepsilon c_0$ [w/(m² K⁴)] tényező a szürke test sugárzási tényezője, melynek értéke a valóságos testek esetében nem csupán a test fizikai jellemzőinek függvénye, hanem függ a felület állapotától, a hőmérséklettől és a hullámhossztól is. A sugárzási tényező értékeit táblázatokban adják meg.

A Stefan–Boltzmann-féle törvény segítségével meghatározható a testek saját E_s sugárzóképesége, amely a test felületi rétegeiből indul ki és hőmérsékletének, valamint fizikai jellemzőinek függvénye

$$E_s = c \left(\frac{T}{100} \right)^4.$$

d) Kirchhoff törvénye

Minden test sugárzóképesége (E) és elnyelési tényezője (a) a hőmérséklet és a hullámhossz függvénye. A különböző testek E és a értékei eltérőek, s a közöttük levő kapcsolatot rögzíti



Kirchhoff törvénye (1859). Ennek levezetéséhez vizsgáljuk meg két, egymással párhuzamos, különböző hőmérsékletű síklemez közötti sugárzásos energiacsere folyamatát (22.6. ábra).

Legyen az egyik lemez abszolút fekete – T hőmérséklettel, E_0 sugárzóképeséggel, $a_0 = 1$ elnyelési tényezővel - míg a másik szürke - T hőmérséklettel, E sugárzóképeséggel és a elnyelési tényezővel. A lemezek közötti távolság lényegesen kisebb, mint méreteik, így

22.6. ábra - Kirchhoff törvénye

mindegyik sugárzása feltétlenül eléri a másikat.

A második felület a Stefan–Boltzmann-törvény értelmében időegységben egységnyi felületen E energiát sugároz az elsőre, amelyik - lévén abszolút fekete - teljes egészében elnyeli azt. Ez a felület a maga részéről E_0 energiát sugároz a másodikra, az utóbbi ennek (aE_0) részét elnyeli, míg a maradék $(1-a)E_0$ energiát visszaveri az elsőre, s az ezt teljesen elnyeli. Ilyen feltételek mellett a szürke felület (aE_0) energiamentisíget kap, ugyanakkor E energiamentisíget lead. Következésképpen a lemez (hő)energiamentisíge a következő

$$\dot{q} = E - aE_0. \quad (22.33)$$

A felületek közötti kölcsönös energiacsere folyamata akkor is lejátszódik, ha azok azonos hőmérsékletűek. Ebben az esetben - a rendszer termikus egyensúlyban van és $\dot{q} = 0$. (Az egyes felületek által elnyelt energia mennyisége egyezik azok sugárzás útján kibocsátott energia mennyiségével). Ekkor a (22.33) egyenletből kapjuk, hogy

$$E = aE_0,$$

melyből

$$\frac{E}{a} = E_0. \quad (22.34)$$

Mivel a vizsgált szürke testre semmiféle megkötést nem tettünk, ezért a (22.34) kifejezés tetszőleges testekre általánosítható, azaz

$$\frac{E_1}{a_1} = \frac{E_2}{a_2} = \dots = \frac{E_n}{a_n} = E_0 = f(T). \quad (22.35)$$

Vagyis az emisszióképesség és az elnyelési tényező hányadosa azonos hőmérsékletnél minden testre nézve ugyanakkora és egyenlő az abszolút fekete test E_0 emisszióképességével. Ez *Kirchhoff* törvénye, melyből következik, hogy ha egy testnek kicsi az elnyelési tényezője, sugárzóképesége is kicsi (polírozott fémek).

Kirchhoff törvénye érvényes az egyes hullámhosszakon végbemenő energiasugárzásra külön-külön is. A különböző tulajdonságú, de azonos hőmérsékletű testek meghatározott hullámhosszú sugárzásintenzitásának és az ugyanezen hullámhosszra vonatkozó elnyelési tényezőjének hányadosa azonos és számértékre megegyezik az abszolút fekete test ugyanezen hullámhosszra és hőmérsékletre vonatkozó sugárzásintenzitásával

$$\frac{E_\lambda}{a_\lambda} = \frac{I_\lambda}{a_\lambda} = E_{0\lambda} = I_{0\lambda} = f(\lambda, T), \quad (22.36)$$

vagyis csak a hullámhossz és hőmérséklet függvénye.

Ha egy test valamilyen hullámhosszon sugároz energiát, akkor ugyanilyen hullámhosszon energiát el is nyel.

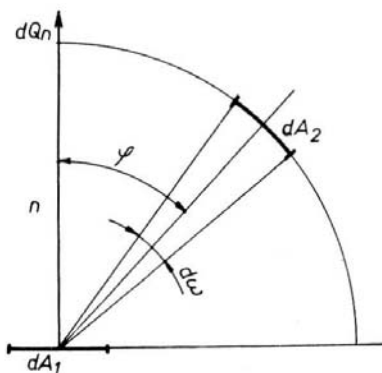
Ha viszont egy test a spektrum valamely hullámhosszán nem nyel el energiát, akkor azon nem is sugároz ki.

Kirchhoff törvényéből következik, hogy a szürke test feketeségi foka (ε) ugyanazon hőmérsékleten számértékileg megegyezik az a elnyelési tényezővel:

$$\varepsilon = \frac{I_\lambda}{I_{0\lambda}} = \frac{E}{E_0} = \frac{c}{c_0} = a, \quad (22.37)$$

melyből: $c = a c_0 = \varepsilon c_0$

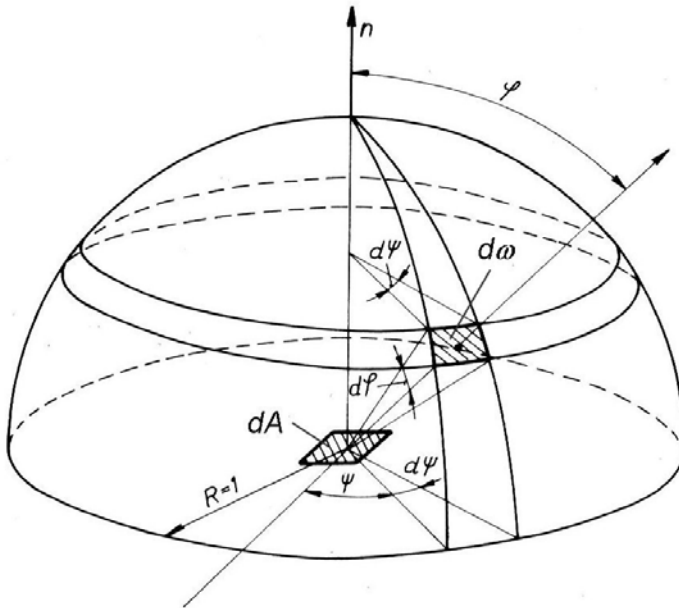
e) Lambert törvénye



22.7. ábra - Sugárzási szögek értelmezése

Valamely test által kisugárzott energia a tér különböző irányába különböző intenzitással terjed. Lambert törvénye szerint valamely felület dA_1 felületeleméből a dA_2 felületelem irányába kisugárzott energia (d^2Q_φ) a felületi normális irányába kisugárzott dQ_n energia, a felületelemhez tartozó $d\omega$ térszög és a sugárzás, valamint a felületi normális iránya által bezárt φ szög koszinuszának szorzatával egyenlő (22.7 ábra).

$$d^2 Q_\varphi = dQ_n d\omega \cos \varphi. \quad (22.38)$$



22.8. ábra - A dA felület által kisugárzott összenergia számításához

Következésképpen az energia legnagyobb része a sugárzó felület normális irányába esik ($\varphi=0$). A φ növelésével a kisugárzott energiamennyiség csökken és $\varphi = 90^\circ$ esetén zérus értékű.

Megjegyezzük, hogy Lambert törvénye szigorúan csak az abszolút fekete testekre érvényes. Szürke testeknél a φ szögtől függő ε_φ emissziós (sugárzási) tényezővel korrigáljuk az eredményeket.

$$d^2 Q_\varphi = \varepsilon_\varphi \cos \varphi d\omega dQ_n. \quad (22.39)$$

A φ irányba kisugárzott energia számításához ismerni kell a fekete test dA felülete által a felületi normális irányába kisugárzott dQ_n energiát.

Ezt úgy határozhatjuk meg, hogy a

$$dQ = \int dQ_n \cos \varphi d\omega$$

integrál segítségével kiszámítjuk a dA sugárzó felület fölé emelt félgömb felszínére kisugárzott összenergiát (22.8. ábra).

Mivel a térszög fogalma szerint

$$d\omega = 1 \sin \varphi d\varphi d\psi,$$

írhatjuk, hogy

$$dQ = dQ_n \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = \pi dQ_n, \quad (22.40)$$

ahonnan

$$dQ_n = \frac{dQ}{\pi}, \quad (22.41)$$

figyelembe véve, hogy

$$dQ = E dA dQ = E_n dA,$$

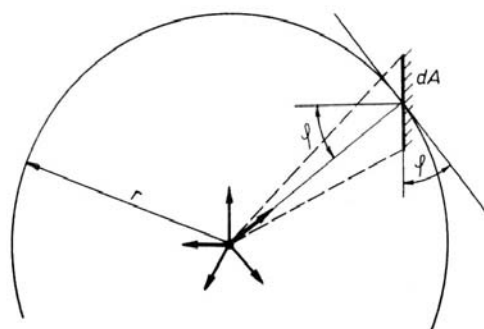
a (22.41) egyenletből következik,

$$E_n = \frac{E}{\pi}. \quad (22.42)$$

Ebben a kifejezésben az E sugárzóképeség a Stefan–Boltzmann-féle törvényből nyerhető.

f) Távolsági törvény

Az energiaforrás sugárzását jellemezhetjük azzal az energiamennyiséggel is, amely az általa besugárzott felület egységére esik, vagyis az ún. besugárzó-képességgel (e).



22.9. ábra - Pontszerű energiaforrás besugárzó-képességéhez

Pontszerű energiaforrás esetén a besugárzó-képesség – Q ki-sugárzott energiamennyiség-nél – nyilvánvalóan:

$$e = \frac{Q}{4r^2 \pi} \quad [\text{W/m}^2] \quad (22.43)$$

fordítva arányos az r [m] távolság négyzetével.

A besugárzó-képesség ismer-

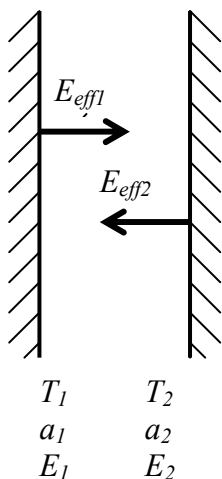
tében valamely tetszőleges helyzetű dA felületelemre (22.9. ábra) eső energiamennyiséget az alábbi módon számíthatjuk:

$$dQ = e \cos \varphi dA = \frac{Q}{4r^2 \pi} \cos \varphi dA. \quad (22.44)$$

Ha az energiaforrás nem pontszerű, akkor a (22.43), (22.44) kifejezésekben az r távolság kitevője 0 és 2 közé esik. A végtelen nagy sugarú felület besugárzó-képessége a távolságtól független. Ez a körülmény teszi lehetővé a felületek hőmérsékletének mérését sugárzási pirométerrel maximálisan olyan távolságból, hogy a felület a pirométer teljes látómezejét még kitöltse (ekkor ugyanis a látómező számára a sugárzó felület végtelen nagy).

22.1.3. Hőcsere sugárzás útján

a) Sugárzásos hőcsere párhuzamos síkfelületű testek között



22.10. ábra - Párhuzamos sík felületek hőcsereje

időegység alatt sugárzással átszármaztatott hőmennyiség a felületek effektív sugárzóképeségeinek különbségével egyenlő

$$\dot{q}_{12} = E_{eff1} - E_{eff2}. \quad (22.45)$$

A felületek effektív sugárzásai (22.11) egyenlet alapján

Vizsgáljuk meg két párhuzamos szürke lemez között lejátszódó sugárzásos hőcsere folyamatát. A két lemez közötti teret tekintsük abszolút áteresztőnek, s a lemezek mérete lényegesen nagyobb, mint a köztük levő távolság (22.10. ábra) Így az egyik lemez sugárzása feltétlenül eléri a másikat. A lemezek felületére érvényes Lambert törvénye. Jelöljük a lemezek hőmérsékletét T_1 és T_2 -vel, elnyelési tényezőket a_1 és a_2 -vel, saját sugárzási képességeiket E_1 és E_2 -vet. Effektív sugárzóképeségeik legyenek rendre E_{eff1} és E_{eff2} sugárzási tényezők c_1 és c_2 . Tegyük fel, hogy $T_1 > T_2$. A két lemez egységnyi felülete közötti

$$E_{eff1} = \dot{q}_{12} \left(1 - \frac{1}{a_1} \right) + \frac{E_1}{a_1}, \quad (22.46)$$

$$E_{eff2} = \dot{q}_{21} \left(1 - \frac{1}{a_2} \right) + \frac{E_2}{a_2}, \quad (22.47)$$

a felületek saját sugárzása

$$E_1 = c_o \varepsilon_1 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4, \quad E_2 = c_o \varepsilon_2 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4. \quad (22.48)$$

A két felület vonatkozásában a hőáram sűrűség ellentétes előjelű

$$\dot{q}_{12} = -\dot{q}_{21}, \quad (22.49)$$

így a (22.45)-(22.49) egyenletekből

$$\dot{q}_{12} = \dot{q}_{12} \left(1 - \frac{1}{a_1} \right) + \frac{E_1}{a_1} + \dot{q}_{12} \left(1 - \frac{1}{a_2} \right) - \frac{E_2}{a_2},$$

$$1 = 1 - \frac{1}{a_1} + \frac{E_1}{a_1 \dot{q}_{12}} + 1 - \frac{1}{a_2} - \frac{E_2}{a_2 \dot{q}_{12}},$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1 = \frac{E_1}{a_1 \dot{q}_{12}} - \frac{E_2}{a_2 \dot{q}_{12}} = \frac{c_o}{\dot{q}_{12}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right],$$

$$\dot{q}_{12} = \frac{c_o}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (22.50)$$

vagy a feketeségi fokokkal

$$\dot{q}_{12} = \frac{c_o}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (22.51)$$

A sugárzási tényezőkkel

$$\dot{q}_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_o}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (22.52)$$

A redukált sugárzási tényező

$$c_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_o}} = c_{red} \quad (22.53)$$

A redukált feketeségi fok

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} = \varepsilon_{red}$$

melynek segítségével

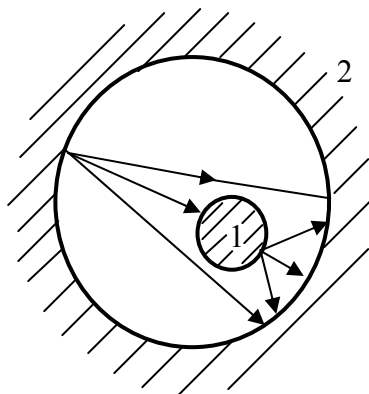
$$c_{1,2} = \varepsilon_{1,2} c_o = c_{red}$$

Végeredményben az A [m²] nagyságú párhuzamos felületek között $\Delta\tau$ [s] idő alatt sugárzással átadott hő mennyiségét a

$$Q = \dot{q}_{12} A = c_{12} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A \Delta\tau \quad (22.54)$$

összefüggés alapján számíthatjuk.

b) Hőcsere, ha az egyik felület körülveszi a másikat. (Sugárzási kölcsönhatás zárt térben)



22.11. ábra - Egymást körbefogó felületek sugárzása

A műszaki gyakorlatban gyakran kell a sugárzásos hőátadás olyan esetét vizsgálni, amikor az egyik sugárzó felület körülveszi a másikat (22.11. ábra).

Jelöljük a belső test felületét A_1 , sugárzási tényezőjét c_1 , feketeségi fokát ε_1 , hőmérsékletét T_1 , elnyelési tényezőjét a_1 , míg a külső felületét rendre A_2 , c_2 , ε_2 , T_2 , a_2 betűkkel.

A párhuzamos feltételek közötti sugárzásos hőcsere esetétől eltérően most a belső felületre a

külső felület effektív sugárzásának csak egy $\bar{\varphi}_{2,1}$ része jut, a többi $(1 - \bar{\varphi}_{2,1})$ rész a belső test érintése nélkül a külső test felületére esik be.

Az 1 és 2 felületek között sugárzással átadott hőmennyiség a felületek effektív sugárzásainak figyelembe vételével a fentiek alapján az alábbi egyenlettel számítható

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_{eff1} - \bar{\varphi}_{2,1} \dot{Q}_{eff2}, \quad (22.55)$$

ahol a $\bar{\varphi}_{2,1}$ a 2 felületről az 1 felületre irányuló sugárzás közepes szögtenyezője.

A közepes szögtenyezőt a felületek vonatkozásában a következőképpen értelmezhetjük:

$\bar{\varphi}_{1,2} = 1$ - mivel az 1 felület által kisugárzott energia teljes egészében beesik a 2 felületre,

$\bar{\varphi}_{1,1} = 0$ - mivel az 1 test felülete domború így az abból kiinduló sugárzás nem esik be az 1 felületre,

$\bar{\varphi}_{2,2} = 1 - \bar{\varphi}_{2,1}$ - a 2 test homorú felülete következtében a 2 felületről kiinduló sugárzás egy része önmagába jut vissza (22.11. ábra).

A fentiek figyelembe vételével a (22.46) egyenlet alapján a felületek effektív sugárzása

$$\dot{Q}_{eff1} = \dot{Q}_{12} \left(1 - \frac{1}{a_1} \right) + \frac{\dot{Q}_1}{a_1}, \quad (22.56)$$

és

$$\dot{Q}_{eff2} = \dot{Q}_{21} \left(1 - \frac{1}{a_2} \right) + \frac{\dot{Q}_2}{a_2}, \quad (22.57)$$

mivel

$$\dot{Q}_{12} = -\dot{Q}_{21},$$

így a (22.55) egyenlet a következő alakot ölti

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_{12} \left(1 - \frac{1}{a_1} \right) + \frac{\dot{Q}_1}{a_1} + \dot{Q}_{12} \left(1 - \frac{1}{a_2} \right) - \frac{\dot{Q}_2}{a_2}, \quad (22.58)$$

melyből

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\frac{\dot{Q}_1}{a_1} - \frac{\dot{Q}_2}{a_2} \bar{\varphi}_{2,1}}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) \bar{\varphi}_{2,1}}, \quad (22.59)$$

ahol a felületek saját sugárzása

$$\dot{Q}_1 = c_0 \varepsilon_1 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 A_1, \quad \dot{Q}_2 = c_0 \varepsilon_2 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 A_2, \quad (22.60)$$

ezeket a kifejezéseket behelyettesítve (22.59)-be

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\frac{\varepsilon_1}{a_1} \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 A_1 - \frac{\varepsilon_2}{a_2} \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 A_2 \bar{\varphi}_{2,1}}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) \bar{\varphi}_{2,1}}. \quad (22.61)$$

Termikus egyensúly, azaz $T_1 = T_2$ esetén $\dot{Q}_{12} = 0$.

A behelyettesítésből következik

$$\frac{\varepsilon_1}{a_1} A_1 - \frac{\varepsilon_2}{a_2} A_2 \bar{\varphi}_{2,1} = 0, \quad (22.62)$$

melyből

$$\bar{\varphi}_{2,1} = \frac{\varepsilon_1 a_2 A_1}{a_1 \varepsilon_2 A_2}. \quad (22.63)$$

Feltételezve, hogy $\varepsilon = a$

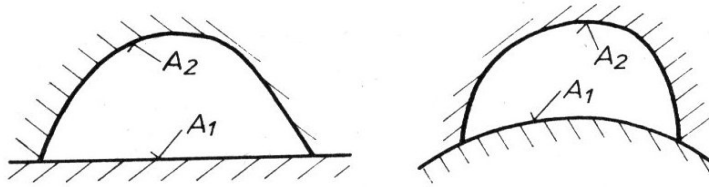
$$\bar{\varphi}_{2,1} = \frac{A_1}{A_2}. \quad (22.64)$$

Ezzel a sugárzással átadott hőmennyiség

$$\dot{Q}_{12} = c_0 \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) \frac{A_1}{A_2}} A_1. \quad (22.65)$$

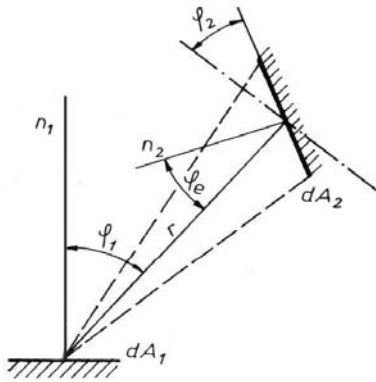
A 22.12. ábrán látható esetekben is a (22.65) kifejezés alkalmas a sugárzással átszármaztatott hőmennyiség számítására.

Az A_1 mindig a kisebb (körbefogott), míg az A_2 mindig a nagyobb (körbefogó) felület.



22.12. ábra - Határoló felületek értelmezése

c) Hőcsere tetszés szerint elhelyezkedő felületek között



22.13. ábra - Tetszés szerint elhelyezkedő felületek

Ha a sugárzási kölcsönhatásban álló két felület egymáshoz képest tetszőleges helyzetben van (22.13. ábra), a sugárzás útján átáramló energiamennyiséget az alábbi kifejezésből számíthatjuk:

$$\dot{q}_{12} = c_{1,2} \varphi_{1,2} A \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (22.66)$$

ahol A [m²] – a számításnál alapul választott sugárzó felület (A_1 vagy A_2), c_{12} pedig a redukált sugárzási tényező:

$$c_{1,2} = \frac{c_1 c_2}{c_0}. \quad (22.67)$$

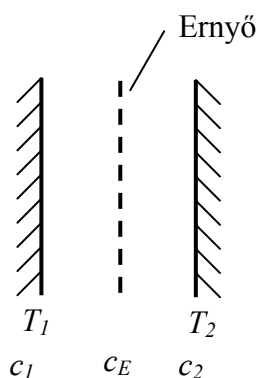
A (22.66) kifejezésben a $\varphi_{1,2}$ un. besugárzási tényező tisztán geometriai paraméter, amely a felületek alakjától, méreteiktől, kölcsönös helyzetüktől és a köztük levő távolságtól függ. Értéke általánosságban [23]:

$$\varphi_{1,2} = \frac{1}{A} \int_{A_1} dA_1 \int_{A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\pi r^2} dA_2. \quad (22.68)$$

A $\varphi_{1,2}$ tényező meghatározása még a legegyszerűbb esetekben is rendkívül bonyolult, ezért grafikusán határozzák meg. Műszaki feladatok megoldásánál értékét táblázatokból veszik.

d) Sugárzásos hőcsere sugárzáscsökkentő ernyő alkalmazása esetén

A technika különböző területein igen gyakran találkozunk olyan esetekkel, amikor a sugárzással átadott hő mennyiségét csökkenteni kell. (Pl, melegüzemekben, ahol nagyhőmérsékletű sugárzó felületek vannak, szükséges a munkások sugárzó hő elleni védelme; a hőmérőket is árnyékolni kell a sugárzási hőtől, mivel ellenkező esetben hamis értékeket mutatnak). Ezért, amikor ez szükséges, a sugárzó hő $T_1 > T_2$ útjába sugárzáscsökkentő felületeket - *ernyőket* - helyeznek. Az ernyő általában vékony, nagy visszaverő képességű fémlemez. A lemez két oldalának hőmérséklete azonosnak vehető.



Vizsgáljuk meg, milyen hatása van a két végtelen nagy párhuzamos felület közé helyezett sugárzásvédő ernyőnek (22.14. ábra). A konvekció útján történő hőáramlást elhanyagoljuk. A két felület hőmérséklete T_1 és T_2 állandó értékű, és pedig $T_1 > T_2$. Az ernyő nélkül az első felületről a másodikra átadott hőmennyiség értéke egységnyi felületre és időegységre vonatkoztatva a következő:

22.14. ábra - Sugárzáscsökkentő ernyő

$$\dot{q}_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_o}} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (22.69)$$

Az első felületről az ernyőre átadott ($1 \rightarrow E$) hőmennyiség értékét m^2 -ként időegységre vonatkoztatva az alábbi egyenlet alapján határozhatjuk meg (az E index az ernyőre vonatkozó adatot jelöl):

$$\dot{q}_{1E} = c_{1E} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_E}{100} \right)^4 \right], \quad (22.70)$$

az ernyőtől a második felületre ($E \rightarrow 2$) pedig

$$\dot{q}_{E2} = c_{E2} \left[\left(\frac{T_E}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (22.71)$$

ahol

$$c_{1E} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_E} - \frac{1}{c_0}}, \quad c_{E2} = \frac{1}{\frac{1}{c_E} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}.$$

Állandósult hőállapot esetén $\dot{q}_{1E} = \dot{q}_{E2} = \dot{q}_{(1,2)E}$, ezért

$$c_{E2} \left[\left(\frac{T_E}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = c_{1E} \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_E}{100} \right)^4 \right], \quad (22.72)$$

ahonnan

$$\left(\frac{T_E}{100} \right)^4 = \frac{1}{1 + \frac{c_{1E}}{c_{E2}}} \left[\frac{c_{1E}}{c_{E2}} \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 + \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right]. \quad (22.73)$$

Helyettesítsük a kapott ernyőhőmérsékletet pl. a (22.70) egyenletbe. Ezzel a két felület között sugárzással átadott hőmennyiség

$$\dot{q}_{(12)E} = c_{1E} \left\{ \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{1}{1 + \frac{c_{1E}}{c_{E2}}} \left[\frac{c_{1E}}{c_{E2}} \left(\frac{T_1}{100} \right)^4 + \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \right\}. \quad (22.74)$$

Tételezzük fel, hogy a sugárzó és a védett felület, valamint az ernyő két oldala azonos sugárzási tényezővel rendelkezik. Ez esetben a redukált sugárzási tényező értéke mind az ernyő nélküli két felület, mind a sugárzó felület és az ernyő, valamint az, ernyő és a második felület között azonos ($c_{1,2} = c_{1E} = c_{E2}$). A (22.69) és (22.74) egyenletek egybevetéséből következik, hogy egy ernyőfelület beállításával az adott körülmények között a sugárzás útján átadott hőmennyiség értéke felére csökken. Igazolható, hogy két ernyőfelelet harmadára, három pedig negyedére stb. csökkenti az átadott hőmennyiséget.

A sugárzások hőcsere jelentősen csökken, ha polírozott lemezt használunk ernyőként.

e) Gázok sugárzása

A légnemű testek sugárzása, sugárzással szembeni viselkedése mint már megjegyeztük, jelentősen eltér a szilárd testeknél tapasztaltaktól.

Az egy- és kétatomos gázok a hőszugárzásra nézve áteresztőnek tekinthetők. Ugyanakkor a három és többatomos gázok emisszió-képessége jelentős, de csak a hullámhossz meghatározott, aránylag szűk intervallumai-ban, ún. sávokban van energia kisugárzás és elnyelés. Ezekben a sávokon kívül eső sugarak részére tehát a gázok áteresztők. Azt is megjegyeztük, hogy a szilárd testekkel ellentétben a gázok egész térfogatában történik kisugárzás és elnyelés. Ha a hőszugárzás olyan gázréteget talál útjában, amelyik elnyelhet bizonyos hullámhosszú sugarakat, azok egy részét elnyeli, a többit pedig csökkent intenzitással átengedi. Nagyon vastag gázréteg teljes egészében elnyelheti az adott hullámhosszú sugarakat.

A gázok elnyelési tényezőjét a következő függvénykapcsolat alapján határozhatjuk meg.

$$a_g = f(T_g, p, l), \quad (22.75)$$

ahol T_g - a gázhőmérséklet, p - a parciális nyomás, míg l - a sugárzó (besugárzott) felület alakjától függő rétegvastagság.

f) Hőcsere gáz és szilárd felület között

Ha a gáz (pl. égéstermékek) és a határoló szilárd fal sugárzási kölcsönhatásban állnak egymással, akkor a sugárzással átáramló energiamennyiséget az alábbi kifejezésből nyerjük.

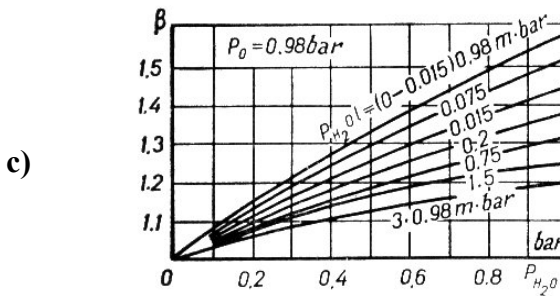
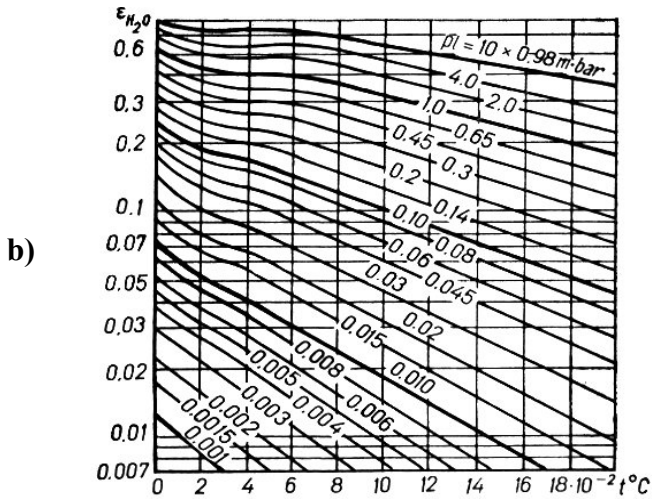
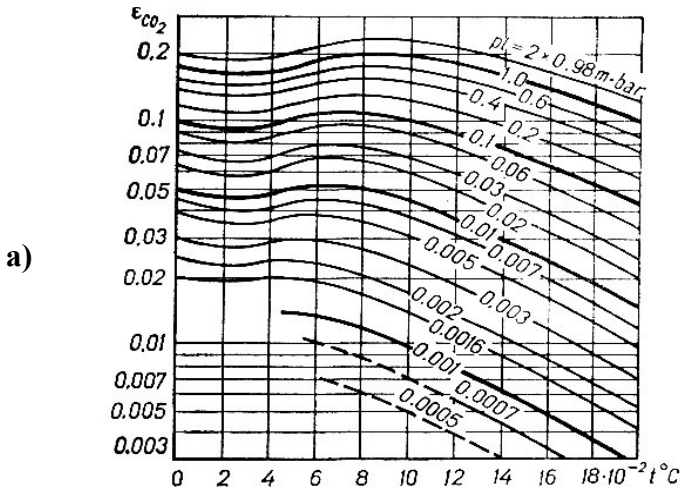
$$\dot{Q} = c_0 \varepsilon_{ef} \left[\varepsilon_g \left(\frac{T_g}{100} \right)^4 - a_g \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right] A_w, \quad (22.76)$$

ahol A_w [m²] – a besugárzott felület, $\varepsilon_{ef} = (\varepsilon_w + 1)/2$ – a felület redukált feketeségi foka elnyelő környezet esetén, ε_w – a felület feketeségi foka elnyelő környezet esetén, a T_g és T_w – közepes gáz- és falfelület hőmérséklet ε_g és a_g – a gáz integrált feketeségi foka és elnyelési tényezője.

ε_g gázoknál mint a (22.37) és (22.75) kifejezésekből következik

$$\varepsilon_g = f(T_g, p, l) \quad (22.77)$$

alakú függvénykapcsolat alapján határozható meg a gyakorlatban, diagrammokból (22.15. ábra).



← Korrekciós tényező a vízgőz parciális nyomására

22.15 ábra - A CO₂ és a vízgőz feketeségi foka a hőmérséklet függvényében [24]

Vízgőz esetén a függvénykapcsolat így módosul

$$\varepsilon_{gH_2O} = f(T_g, p_{H_2O}, l). \quad (22.78)$$

A pl. CO₂-ből és H₂O-ból (gőz) álló keverék feketeségi fokát összegezés-
sel számíthatjuk

$$\varepsilon_g = \varepsilon_{CO_2} + \beta \varepsilon_{H_2O}. \quad (10.79)$$

Itt β - korrekciós tényező.

A (10.79) összefüggésben ε_{CO_2} , ε_{H_2O} , β diagramokból (22.15. ábra) határozható meg. Az így kapott értéket 2-7%-kal csökkenteni kell, mivel az alkotók sugárzási sávjai részlegesen egybeesnek.

A közepes rétegvastagság a következő összefüggésből határozható meg:

$$l = \frac{m^4 V}{A_w}, \quad (10.80)$$

ahol V – a gáztérfogat. $m = 0,9$ – korrekciós tényező.

g) Hőcsere világító láng és szilárd felület között

A láng világítását a szénhidrogénekből az égés során kiváló $0,15 \div 0,3 \mu$ nagyságú izzó koromszemcsék idézik elő. (A szénhidrogéneket nem tartalmazó gázok lángja enyhén kékes színű.) Ennek megfelelően a világító láng sugárzó hatását döntően a benne levő izzó szemcsék sugárzása határozza meg.

Ha ismeretes a világító láng ε_L feketeségi foka és T_L közepes hőmérséklete, a sugárzás útján átáramló energiamennyiséget a következő egyenlet alapján számíthatjuk

$$\dot{Q} = \varepsilon_w \varepsilon_L c_0 A_w \left[\left(\frac{T_L}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_w}{100} \right)^4 \right], \quad (22.81)$$

ahol A_w [m²] – a besugárzott felület, T_w [K] – a közepes falhőmérséklet és ε_w – a besugárzott felület feketeségi foka.

Megjegyezzük, hogy a fenti összefüggéssel számított eredmények erősen közelítő jellegűek. A legnagyobb bizonytalanságot a láng közepes hőmérsékletének és feketeségi fokának felvétele jelenti, mivel ezek számos tényező függvényei (pl. a tüzelőanyag és a levegő keveredése, égési sebes-

ség, a levegő előmelegítése stb.). Ezért minden esetben célszerű a számítás eredményeit az ipari vizsgálatok eredményeivel összehasonlítani és ennek megfelelően korrigálni.

h) Sugárzási hőátadási tényező

A sugárzással átadott hőmennyiség meghatározására alkalmas kifejezéseket célszerű úgy átalakítani, hogy az hasonlítson a hőátadásnál használatos egyenletekre. Ezt úgy érhetjük el, hogy a sugárzással átadott hőmennyiséget a hőátadásnál már megismert alakban írjuk fel és ezt a sugárzásra kapott kifejezéssel egybevetjük.

$$\alpha_s A(T_1 - T_2) = c_{red} A \left[\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 \right], \quad (22.82)$$

amelyből az α_s sugárzási hőátadási tényező:

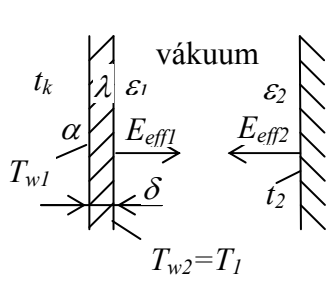
$$\alpha_s = c_{red} \frac{\left(\frac{T_1}{100} \right)^4 - \left(\frac{T_2}{100} \right)^4}{(T_1 - T_2)}, \quad (22.83)$$

illetve az energiamennyiség:

$$\dot{Q}_{1,2} = \alpha_s A(T_1 - T_2). \quad (22.84)$$

A (22.83) kifejezésben a c_{red} szorzója általános érvényű diagramba vihető fel, így esetenkénti meghatározása számítást nem igényel.

Példa:



Meghatározandó az ábra szerinti elrendezésben a δ vastagságú fal bal oldalán lévő közeg hőmérséklete (t_k) a faltól távol az alábbi adatok mellett

$t_k = ?$	$\lambda = 50 \text{ W/(m K)}$;
$\alpha = 10 \text{ W/(m}^2\text{K)}$;	$\epsilon_1 = 0,8$; $\epsilon_2 = 1$;
$\delta = 50 \text{ mm}$;	$c_0 = 5,67 \text{ W/(m}^2\text{K}^4)$;
$t_2 = 23^\circ\text{C}$;	$E_{eff1} = 1621,2 \text{ W/m}^2$.

Megoldás:

A két fal között sugárzással átszármaztatott hő $q_{1,2} = E_{eff1} - E_{eff2}$.

A 2. felület effektív sugárzása (lévén abszolút fekete)

$$E_{eff2} = E_{s2} = c_0 \left(\frac{T_2}{100} \right)^4 = 5,67 \left(\frac{296}{100} \right)^4 = 435,26 \text{ W / m}^2.$$

Ezzel

$$q_{1,2} = E_{eff1} - E_{eff2} = 1621,2 - 435,26 = 1185,94 \text{ W / m}^2.$$

Az 1. felület effektív sugárzása

$$E_{eff1} = E_{s1} + (1 - \varepsilon_1) E_{eff2}, \quad E_{s1} = E_{eff1} - (1 - \varepsilon_1) E_{eff2},$$

melyből a felület saját sugárzása

$$E_{s1} = E_{eff1} - (1 - \varepsilon_1) E_{eff2} = 1621,2 - (1 - 0,8) 435,26 = 1534,148 \text{ W / m}^2.$$

Ugyanakkor

$$E_{s1} = c_0 \varepsilon_1 \left(\frac{T_1}{100} \right)^4, \quad \text{melyből}$$

$$T_1 = 100 \sqrt[4]{\frac{E_{s1}}{c_0 \varepsilon_1}} = 100 \sqrt[4]{\frac{1534,148}{5,67 \cdot 0,8}} = 428,8 \text{ K}.$$

Vezetéssel a sík falon átáramló hő

$$q_{1,2} = \frac{\lambda}{\delta} (T_{w1} - T_{w2}), \quad \text{ahol } T_{w2} = T_1.$$

A sík fal bal oldali felületének hőmérséklete

$$T_{w1} = T_{w2} + \frac{q_{1,2} \delta}{\lambda} = 428,8 + \frac{1185,94 \cdot 0,05}{50} = 430 \text{ K}.$$

Hőátadással a sík falig átadott hőmennyiség

$$q_{1,2} = \alpha (T_k - T_{w1}), \quad \text{ebből a keresett hőmérséklet}$$

$$T_k = T_{w1} + \frac{q_{1,2}}{\alpha} = 430 + \frac{1185,94}{10} = 548,5 \text{ K},$$

illetve

$$t_k = T_k - 273,15 = 275,35 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Irodalomjegyzék

- [1] Cumpsty, N.A.: Jet Propulsion, *Cambridge University Press, 1997*
- [2] Eastop, T.D., and McConkey, A.: Applied Thermodynamics. *Longman, 1988*
- [3] Ekkert, E.R.. – Drejk, R.M.: Teorija teplo- i masszoobmena, *Goszenergoizdat, Moszkva, 1961.*
- [4] Faltin: Műszaki hőtan, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970
- [5] Feynman, R.P., – Leighton, R.,B., – Sands, M.: Mai fizika 4., *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1969*
- [6] Fényes I.: Entrópia, Gondolat Kiadó, Budapest, 1962
- [7] Grabovszkij, R.I.: Kursz fiziki, *Izd.Vüszsaja skola, Moszkva, 1970*
- [8] Gyarmati J.: Nemegyensúlyi termodinamika, *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967*
- [9] Harmatha A.: Termodinamika műszakiaknak, *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1982*
- [10] Isachenko V. – Osipova, V. – Sukomel, A.: Heat Transfer, *Mir Publishers, Moscow, 1974*
- [11] Jakovlev, V.F.: Kursz fiziki, *Izd. Proszvescsenie, Moszkva, 1976*
- [12] James, B., - Hawkins, G.,A.: Engineering Thermodynamics, *John Willey and Sons, 1960*
- [13] Jászai T.: Műszaki hőtan (Hőközlés-Termodinamika), *Tankönyvkiadó, Budapest, 1968*
- [14] Konecsny, F. – Pásztor, E.: (szerk.) Műszaki hő- és áramlástan I, (J7-724) *Tankönyvkiadó, Budapest, 1976*
- [15] Konecsny, F. – Pásztor, E.: (szerk.) Műszaki hő- és áramlástan I/2, (J7-724/a) *Tankönyvkiadó, Budapest, 1976*
- [16] Konecsny, F. – Pásztor, E.: (szerk.) Műszaki hő- és áramlástan II, (J7-725) *Tankönyvkiadó, Budapest, 1976*
- [17] Konecsny, F. – Pásztor, E.: (szerk.) Műszaki hő- és áramlástan példatár, (J7-1014) *Tankönyvkiadó, Budapest, 1981*
- [18] Kubo R.: Termodinamika, *Izd. Mir, Moszkva 1970*
- [19] Kutateladze, Sz.Sz.: Osznovü teorii teploobmena, *Izd. Nauka, Novoszibirszk, 1970*
- [20] Krutov, V.I.: Tehnicseszkaja termodinamika, Moszkva, 1971
- [21] Lakosi J.: Műszaki hőtan, *Tankönyvkiadó, Budapest, 1968*
- [22] Larikov, N.N.: Obscsaja teplotehnika, *Izd. Sztroitelsztva, Moszkva, 1966*
- [23] Mihejev, M.A.: A hőátadás gyakorlati számításának alapjai, *Tankönyvkiadó, Budapest, 1963*

- [24] Nascoskin, B.B.: Thnicseszkaia termodinamika, *Izd. Vűszsaja skola, Moszkva, 1975*
- [25] Oates, G.C.: Aerothermodynamycs of Gas Turbine and Rocket Propulsion, *AIAA Education Series 1988*
- [26] Pásztor, E. – Szoboszlai, K.: Kalorikus gépek űzeme, *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1967*
- [27] Rogers, G.F.C., Mayhew, Y.R.: Engineering Thermodynamics, *Longman, New York, 1980.*
- [28] Sánta, I.: Hőtan példatár kiegészítés BMGE Repülőgépek és Hajók Tanszék kiadványa, Budapest, 2009
- [29] Simonyi, K.: Kinetikus gázelmélet, Klasszikus statisztika, *Egyetemi Nyomda, Szakmérnöki jegyzet, 1948*
- [30] Shvets, I.T. at all.: Heat Engineering, *Mir Publishers, Moscow, 1975*
- [31] Szivuhin, D.V.: Obscsij kursz fiziki II., *Izd. Nauka, Moszkva, 1975*
- [32] The Jet Engine, *Rolls-Royce plc. 1986.*
- [33] Wong, H.Y.: Hőátadási zsebkönyv, *Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1983*

Ábrajegyzék

12.1. ábra	Carnot körfolyamat	1
12.2. ábra	Carnot körfolyamat p-v és T-s diagramban	3
12.3. ábra	Otto-körfolyamat p-v és T-s diagramja, valamint termikus hatásfokának változása	5
12.4. ábra	Diesel-körfolyamat p-v és T-s diagramja, valamint termikus hatásfokának változása	7
12.5. ábra	Otto- és dizelmotor indikátor diagramja	9
12.6. ábra	Sabatier-körfolyamat p-v és T-s diagramja, valamint termikus hatásfokának változása	10
12.7. ábra	Tengelyteljesítményt adó gázturbina kapcsolási rajza	13
12.8. ábra	Brayton-körfolyamat p-v és T-s diagramja, valamint termikus hatásfokának változása	14
12.9. ábra	Sugárhajtómű metszete, kapcsolási rajza és T-s diagramja	16
12.10. ábra	Hőcserélős gázturbina kapcsolási rajza és T-s diagramja	18
12.11. ábra	Hőcserélős és hőcserélő nélküli gázturbina hatásfokának összehasonlítása	19
12.12. ábra	Gázturbinás körfolyamatok munkájának változása adott T_3 , T_1 , és p_1 esetén	20
13.1. ábra	Körfolyamatok egyberajzolása azonos nyomáshatárok között	24
13.2. ábra	Körfolyamatok egyberajzolása azonos térfogathatárok között	27
13.3. ábra	Körfolyamatok egyberajzolása azonos hőmérséklet-határok között	29
14.1. ábra	Körfolyamat felbontása elemi Carnot-körfolyamatokra	33
15.1. ábra	Irreverzibilis és reverzibilis folyamat két állapot között	37
15.2. ábra	Véges hőmérsékletkülönbség melletti hőátvitel	39
15.3. ábra	Irreverzibilis Carnot-körfolyamat	40
15.4. ábra	Reverzibilis és irreverzibilis Carnot-gép	42
15.5. ábra	Molekula-eloszlások két térben	44
16.1. ábra	Ideális és valóságos adiabatikus kompresszió összehasonlítása	52
16.2. ábra	A súrlódási hő és Δw_t összehasonlítása	52

16.3. ábra	Ideális adiabatikus és politrópikus kompressziómunkák	53
16.4. ábra	Az izentrópus határfok függése a kompresszió nyomásviszonyától	56
16.5. ábra	Az expanzió izentrópus és politrópus határfokának összehasonlítása	57
16.6. ábra	Ideális és valóságos adiabatikus expanziómunkák összehasonlítása	57
16.7. ábra	A súrlódási hő és Δw_i összehasonlítása	58
16.8. ábra	Ideális politrópus és ideális adiabatikus expanziómunkák összehasonlítása	59
16.9. ábra	Az izentrópus határfok függése a kompresszió nyomásviszonyától	61
16.10. ábra	Az expanzió izentrópus és politrópus határfokának összehasonlítása	61
17.1. ábra	Háromdimenziós fázisdiagram	66
17.2. ábra	A vízgőz p-v diagramja	67
17.3. ábra	A vízgőz T-s diagramja	70
17.4. ábra	A vízgőz i-s diagramja	71
17.5. ábra	A gőztermelésre fordított hőmennyiség megoszlása	72
17.6. ábra	Elemi gőzkörfolyamat p-v és T-s diagramban	73
17.7. ábra	Érintő a tenziógörbéhez	73
17.8. ábra	Izobár folyamat p-v, T-s és i-s diagramban	74
17.9. ábra	Izochor folyamat p-v, T-s és i-s diagramban	75
17.10. ábra	Izotermikus folyamat p-v, T-s és i-s diagramban	76
17.11. ábra	Adiabatikus folyamat p-v, T-s és i-s diagramban	77
17.12. ábra	A Rankine – Clausius-gőzkörfolyamat elemei	78
17.13. ábra	Rankine-Clausius körfolyamat p-v, T-s, i-s diagramja	79
17.14. ábra	Kondenzátor vázlat	80
17.15. ábra	Súrlódásos adiabatikus expanzió gőz és gáz munkaközeggel	81
17.16. ábra	Súrlódásos adiabatikus expanzió i-s diagramban	81
17.17. ábra	A feladat megoldása i-s diagramban	85
18.1. ábra	A vízgőz p-v diagramja	87
18.2. ábra	Eredeti és módosított i-x diagram	89
18.3. ábra	. Az i-x diagram jellemző adatai	90
18.4. ábra	Nedves levegőben lejátszódó folyamatok	91
19.1. ábra	Különböző anyagok hővezetési tényezői	96
19.2. ábra	Elemi térfogatrészt a testben	97
19.3. ábra	Egy- és többretegű sík fal	101

19.4. ábra	Egy- és többretegű hengeres fal	103
20.1. ábra	A hidrodinamikai határréteg és szerkezete	108
20.2. ábra	Hidrodinamikai és termikus határréteg	109
20.3. ábra	Sebességeloszlás különböző falfűtések esetén	110
20.4. ábra	Két hasonló rendszer	112
21.1. ábra	Sík fal hőátbocsátása	116
21.2. ábra	Hengeres fal hőátbocsátása	117
21.3. ábra	A termikus ellenállások változása az a külső atmé- rővel	118
21.4. ábra	Bordázott fal	119
21.5. ábra	Hőmérséklet-eloszlás az egyenes rúdban	122
21.6. ábra	A Θ változása a rúd hossza mentén	124
21.7. ábra	Sík fal belső hőforrással	127
21.8. ábra	Körkeresztmetszetű rúd belső hőforrással	129
21.9. ábra	A hengeres fal belső hőforrással	131
22.1. ábra	Az elektromágneses hullám	133
22.2. ábra	Az elektromágneses hullámok teljes spektruma	134
22.3. ábra	A beeső sugárzás eloszlása	136
22.4. ábra	Az eredő sugárzás meghatározásához	138
22.5. ábra	Planck törvénye	139
22.6. ábra	Kirchhoff törvénye	144
22.7. ábra	Sugárzási szögek értelmezése	145
22.8. ábra	A dA felület által kisugárzott összenergia számítá- sához	146
22.9. ábra	Pontszerű energiaforrás besugárzókéességéhez	147
22.10. ábra	Párhuzamos sík felületek hőcseréje	148
22.11. ábra	Egymást körbefogó felületek sugárzása	150
22.12. ábra	Határoló felületek értelmezése	153
22.13. ábra	Tetszés szerint elhelyezkedő felületek	153
22.14. ábra	Sugárzás-csökkentő ernyő	154
22.15. ábra	A CO ₂ és vízgőz feketeségi foka	157