

# HŐ- ÉS ÁRAMLÁSTAN I. HŐTAN 2. RÉSZ BMEKORHA104

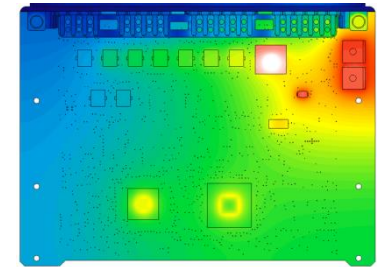
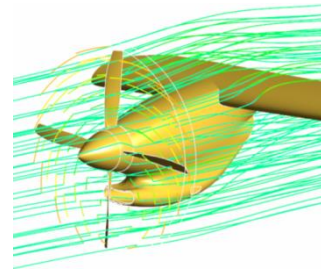


**Dr. Veress Árpád, egyetemi docens**  
**2019.02.04.**

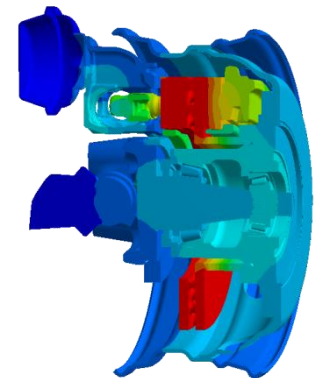
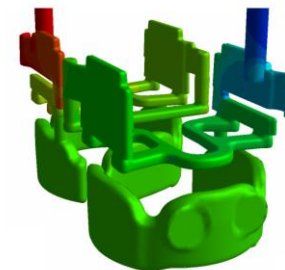
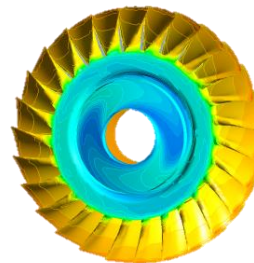
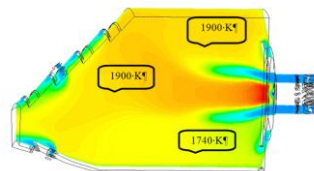


BME KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI ÉS JÁRMŰMÉRNÖKI KAR  
32708-2/2017/INTFIN SZÁMÚ EMMI ÁLTAL TÁMOGATOTT TANANYAG

# Tartalom



1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
3. Gőzök termodinamikája
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés



A bemutatóban található forrásmegjelölés nélküli és a térben koncentrált paraméterű anyagrész „Dr. Sánta Imre: Hő- és Áramlástan II. (Hőtan), Előadásvázlat (2010), Budapest” című munkájából származik.



# Tartalom

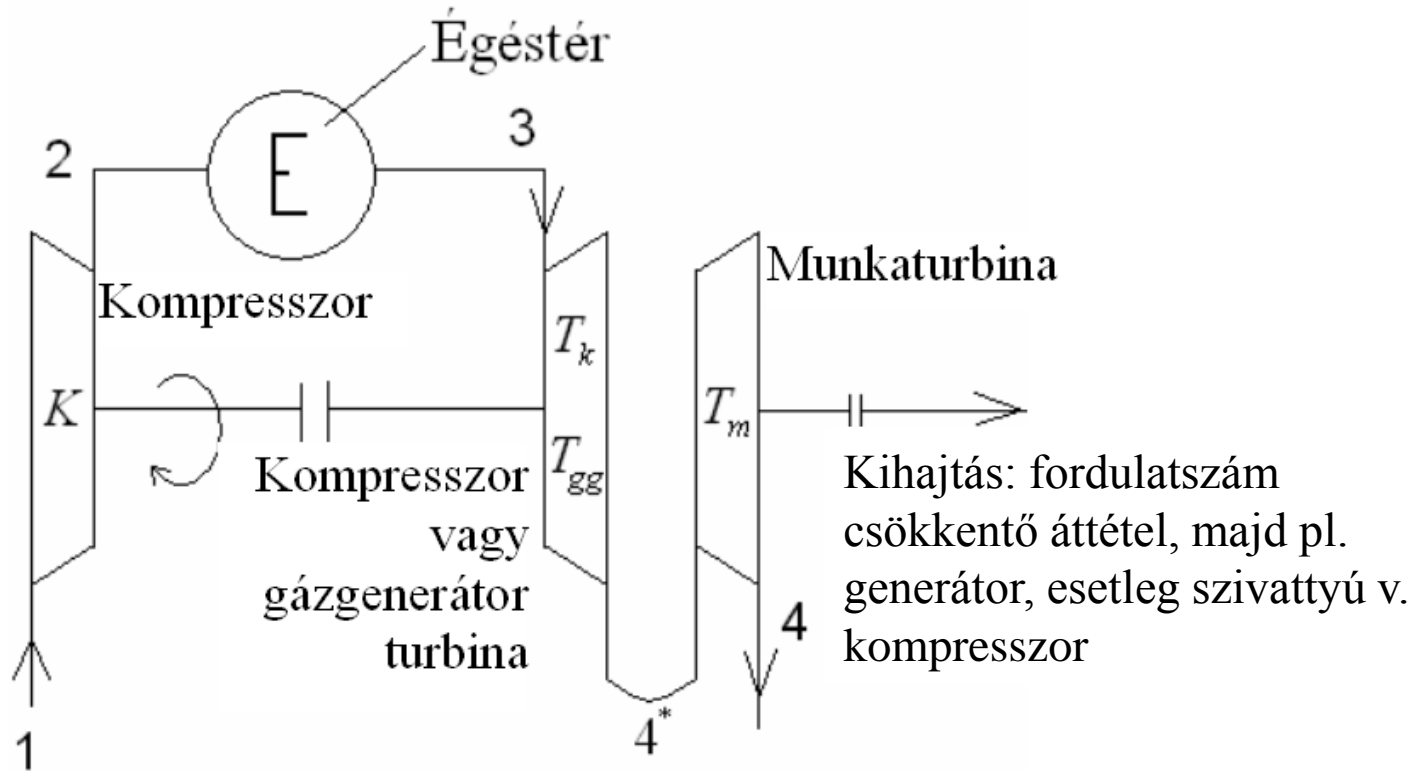
---

1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
3. Gőzök termodinamikája
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés



# 1. Brayton-körfolyamat

## Tengelyteljesítményt leadó gázturbina

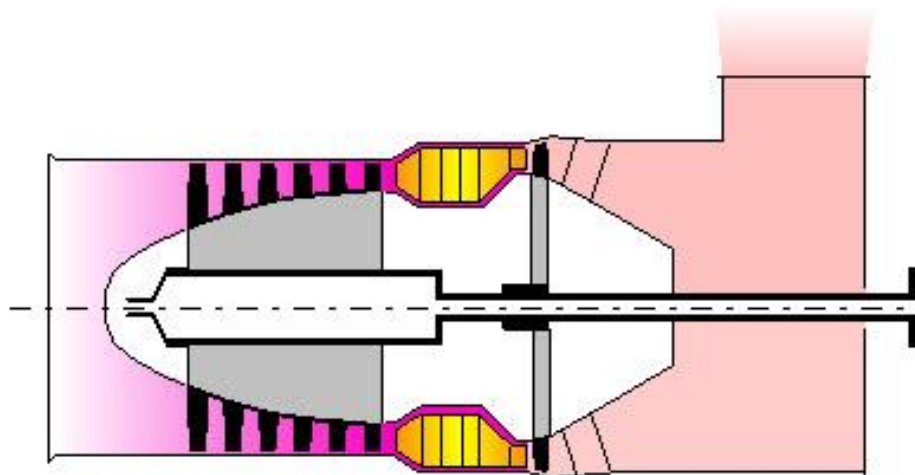


Brayton-körfolyamat kapcsolási rajza



# 1. Brayton-körfolyamat

## Tengelyteljesítményt leadó gázturbina



Egytengelyes tengelyteljesítményt leadó gázturbinás  
hajtómű

forrás: Kurzke, J.: <http://www.gasturb.de/> (2018. 04. 30.)



# 1. Brayton-körfolyamat

## Tengelyteljesítményt leadó gázturbina



Lycoming T 53 légcsavaros gázturbinás sugárhajtómű

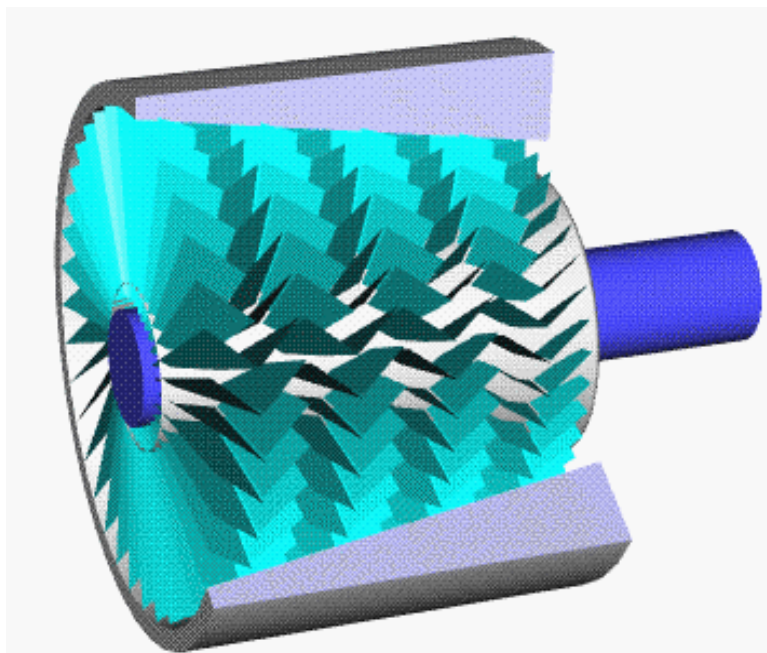
forrás: <http://de.academic.ru/dic.nsf/dewiki/496826>, 2018.04.30



# 1. Brayton-körfolyamat

---

## Tengelyteljesítményt leadó gázturbina



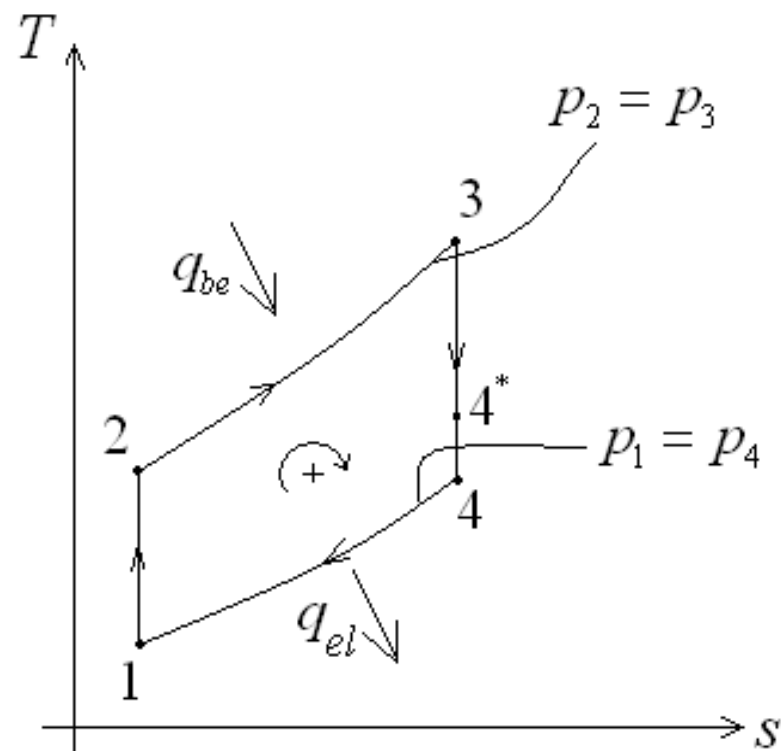
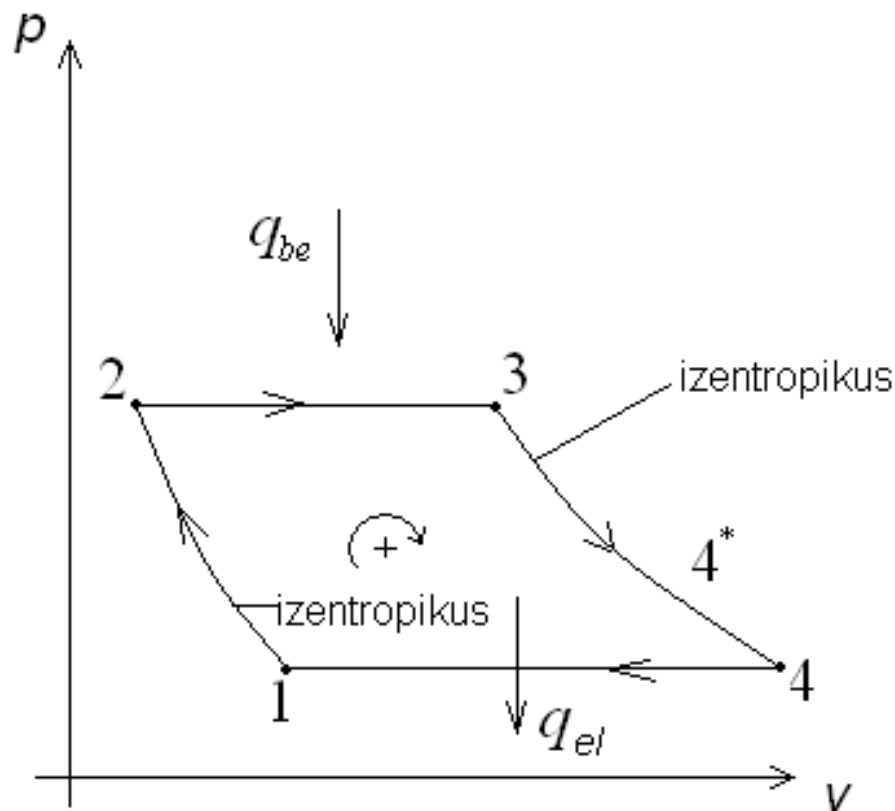
Axiális kompresszor működése

forrás: [https://en.wikipedia.org/wiki/Axial\\_compressor](https://en.wikipedia.org/wiki/Axial_compressor), 2018.04.30



# 1. Brayton-körfolyamat

## Gázturbinás hajtóművek



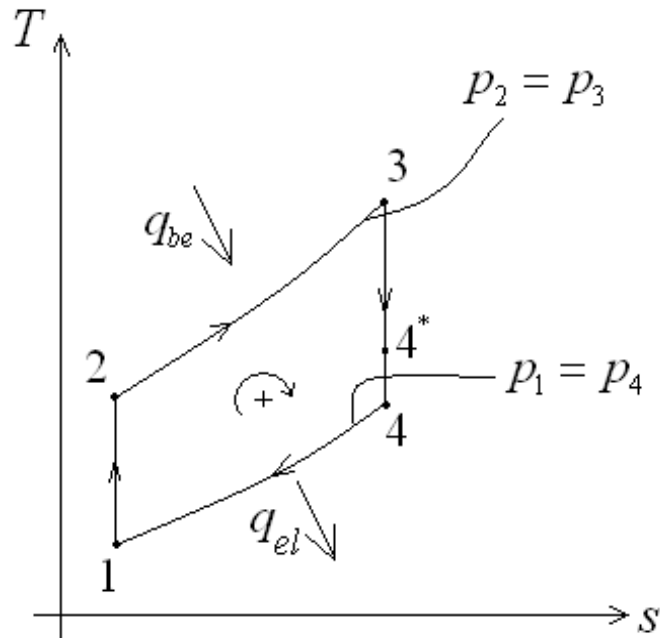
$p$ - $v$  és  $T$ - $s$  diagram





# 1. Brayton-körfolyamat

## Gázturbinás hajtóművek



Kiindulási adatok és egyszerűsítő feltételezések:

$$p_1, T_1 \quad \frac{p_2}{p_1} = \pi_k \quad T_3 = T_{3max}$$

$$p_4 = p_1 \quad p_2 = p_3$$

4\* pont helyett csak a 4-el számolunk, vagyis jelen esetben a gázgenerátor- és a munkaturbina feladatát is egyugyanazon forgórész szolgálja ki.

$$\eta_t = \frac{w_h}{q_{be}} = \frac{q_{be} - |q_{el}|}{q_{be}} = \frac{(i_3 - i_2) - (i_4 - i_1)}{(i_3 - i_2)} = \frac{(i_3 - i_4) - (i_2 - i_1)}{(i_3 - i_2)} =$$

$$= \frac{c_p (T_3 - T_2) - c_p (T_4 - T_1)}{c_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \left( \frac{T_1}{T_2} \right) \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1}$$



# 1. Brayton-körfolyamat

## Gázturbinás hajtóművek

ahol:  $i_4 - i_1 = q_{el}$ ,  $i_3 - i_2 = q_{be}$

Termodinamika I. főtétele nyitott rendszerre alapján

$i_3 - i_4 = |w_{t3,4}| = w_T$  turbinamunka,  $i_2 - i_1 = |w_{t1,2}| = w_K$  kompresszormunka,

mivel izentrópiikus esetben:  $q_{12} = q_{34} = 0$ , [J / kg]

és feltételezzük, hogy:  $c_2^2/2 = c_1^2/2$ ,  $c_3^2/2 = c_4^2/2$ .

$$w_h = q_{be} - |q_{el}| = c_p(T_3 - T_2) - c_p(T_4 - T_1) = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1)$$

$$w_h = w_T - w_K = c_p(T_3 - T_4) - c_p(T_2 - T_1) \quad \text{a hasznos munka [J / kg]}$$

Bevezetve:  $\frac{T_3}{T_4} = \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = (\pi_k)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$  és  $\frac{T_4}{T_1} = \frac{T_3}{T_2}$  adódik:

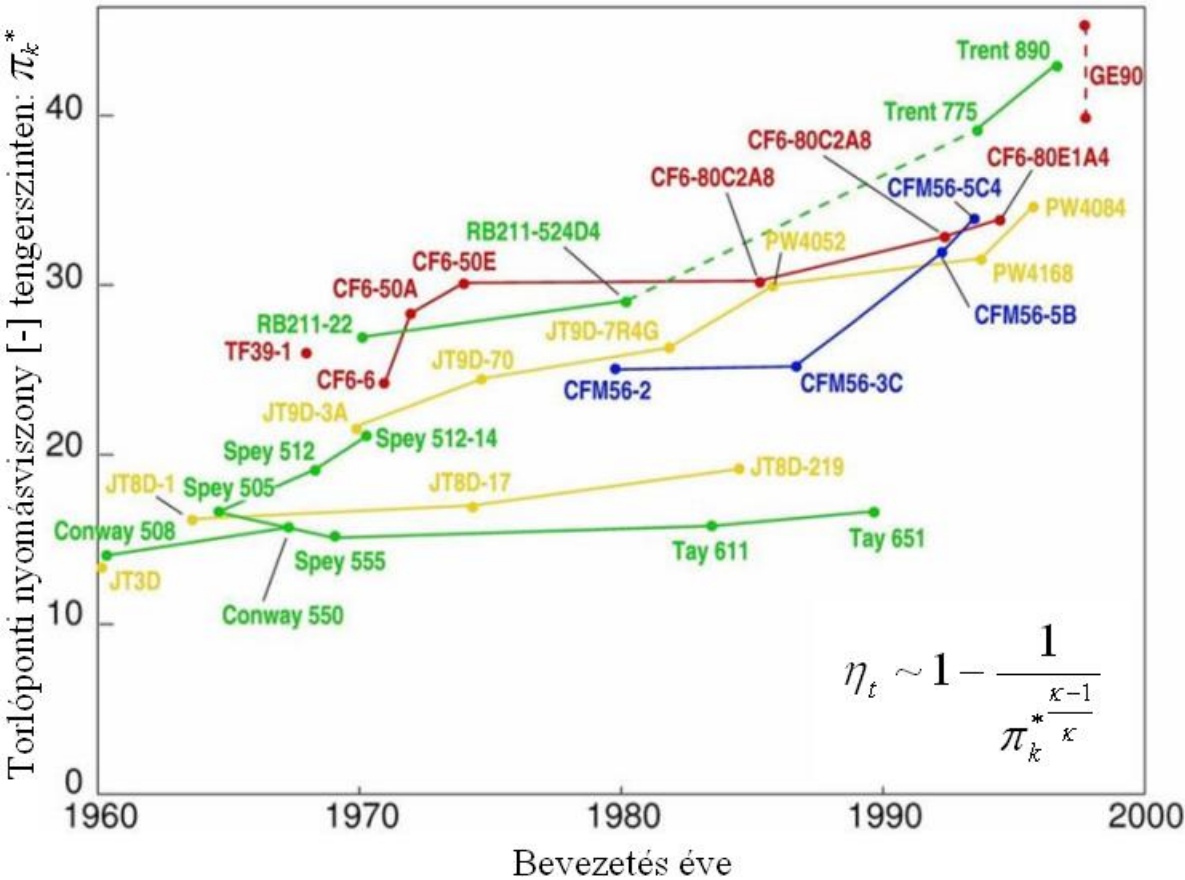
$$\eta_t = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \left(\frac{T_1}{T_2}\right) \frac{T_4/T_1 - 1}{T_3/T_2 - 1} = 1 - \frac{1}{T_2/T_1} = 1 - \frac{1}{(p_2/p_1)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{1}{(\pi_k)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

a termikus hatásfok ideálisnak (súrlódás- v. veszteségmentesnek) feltételezett folyamatok esetén.

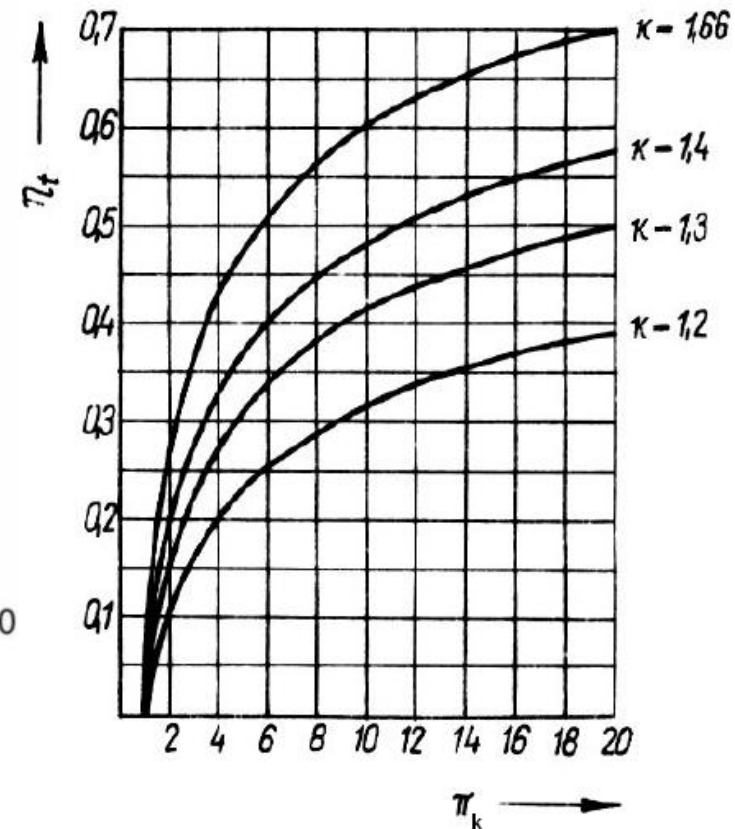


# 1. Brayton-körfolyamat

## Gázturbinás hajtóművek



$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\left(\pi_k\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

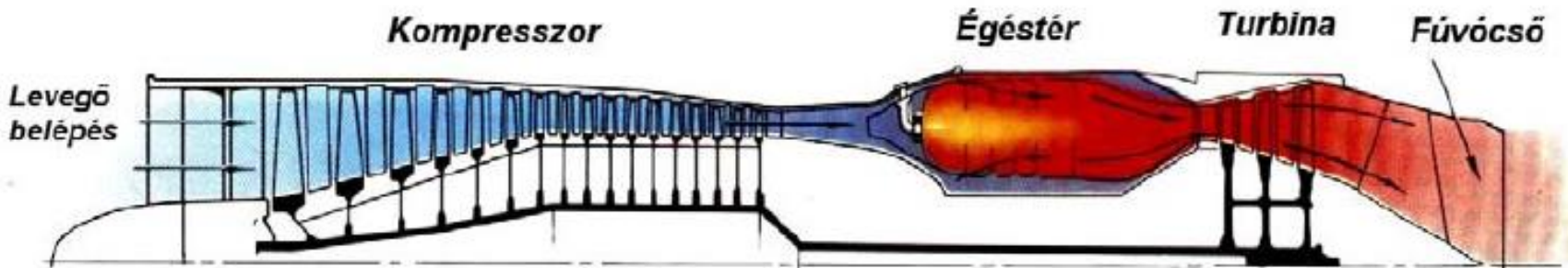
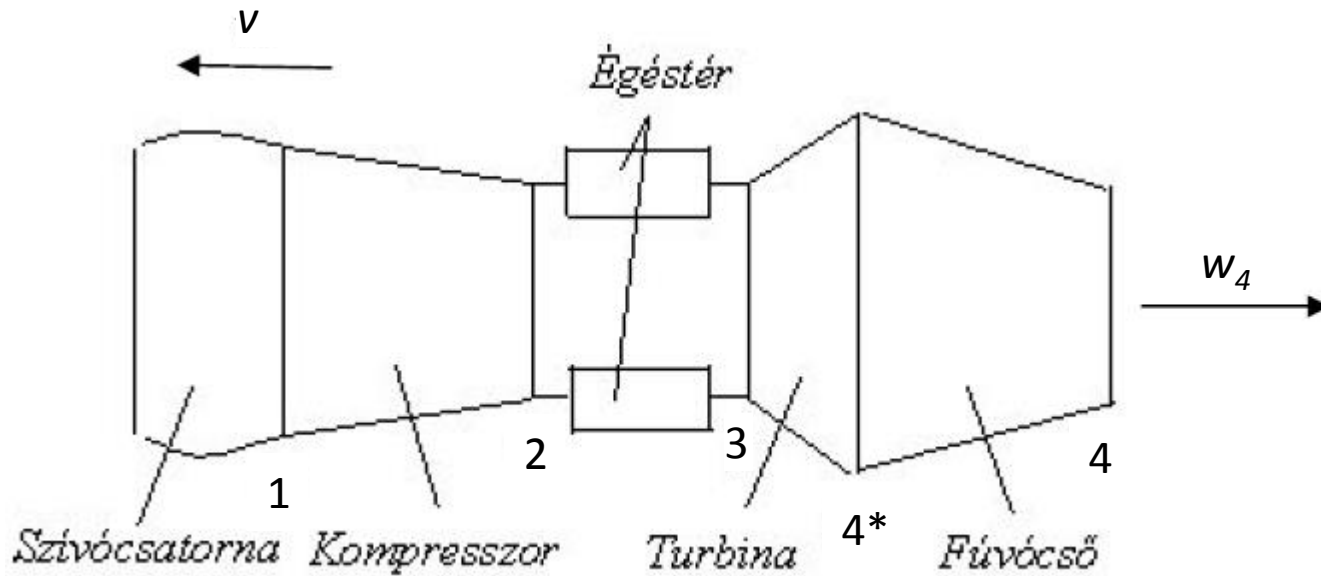


forrás: <https://i.stack.imgur.com/lunb9.jpg>, 2018.04.30



# 1. Brayton-körfolyamat

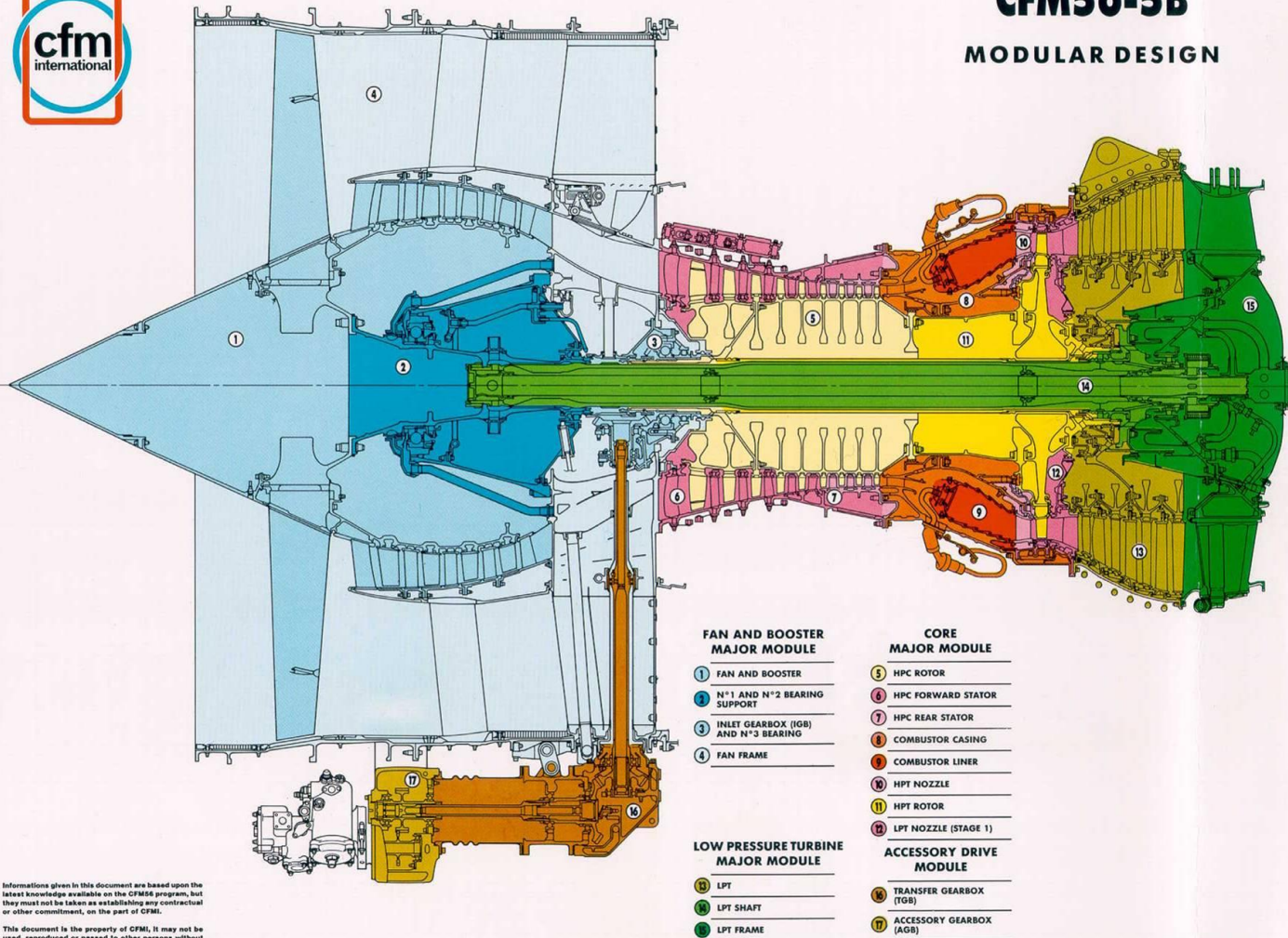
## Gázturbinás sugárhajtómű



# 1. Brayton-körfolyamat



## CFM56-5B MODULAR DESIGN



CFM56-5B gázturbina főbb szerkezeti elemei (A320, kb. 60 %-ban: A318/A319/A320/A321) (Photos courtesy of CFM International, a 50/50 joint company between Snecma (Safran group) and GE).

Informations given in this document are based upon the latest knowledge available on the CFM56 program, but they must not be taken as establishing any contractual or other commitment, on the part of CFMI.

This document is the property of CFMI, it may not be used, reproduced or passed to other persons without CFMI written authorisation.



# 1. Brayton-körfolyamat

---

## **Gázturbinás sugárhajtóművek – hogyan működik a CFM56-7B gázturbinás sugárhajtómű?**

forrás: <https://www.youtube.com/watch?v=KjYw0GdRpm0>, 2018.04.30

# 1. Brayton-körfolyamat

## Gázturbinás sugárhajtómű

A turbina által leadott fajlagos munka:

$$w_T = i_3 - i_{4^*} = c_p (T_3 - T_{4^*}) [J/kg]$$

A kompresszor hajtásához szükséges fajlagos munka:

$$w_K = i_2 - i_1 = c_p (T_2 - T_1) [J/kg]$$

A sugárhajtóműnél a turbina csak a kompresszort hajtja:

$$w_T = w_K \rightarrow c_p (T_3 - T_{4^*}) = c_p (T_2 - T_1),$$

amiből a turbina utáni hőmérséklet  $T_{4^*}$  meghatározható.

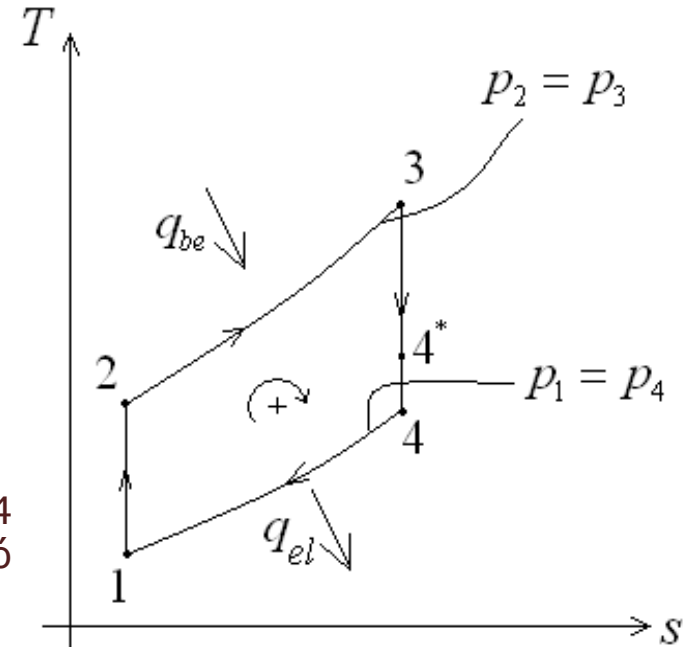
A nyomás és a hőmérséklet a Poisson egyenletből, a 4 pontban kialakuló sebesség az I. Főtételből határozható meg:

$$\frac{T_3}{T_{4^*}} = \left( \frac{p_3}{p_{4^*}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \rightarrow p_{4^*} = \dots \quad \frac{T_{4^*}}{T_4} = \left( \frac{p_{4^*}}{p_4} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \rightarrow T_4 = \dots$$

$$c_p T_{4^*} = c_p T_4 + \frac{w_4^2}{2} \rightarrow w_4 = \dots$$

Feltételek:  $w_4^* \approx 0$ , vagy legalábbis elhanyagolható  $w_4$ -hez képest és id. adiabatikus az áramlás.

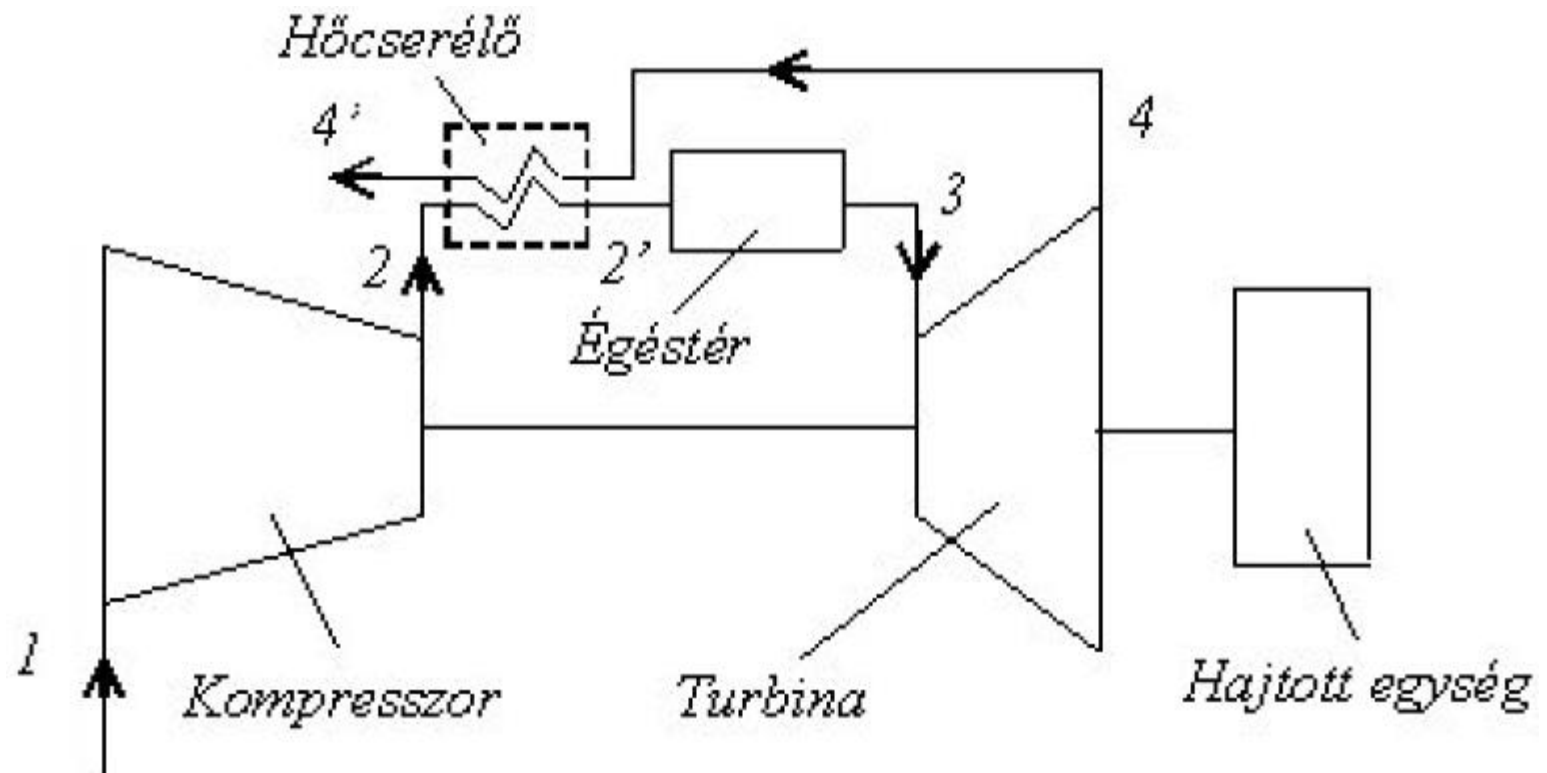
A hajtómű tolóereje az impulzustétel segítségével teljes expanzió esetén:  $F_t = \dot{m}(w_4 - v) [N]$



Ahol  $\dot{m}$  a  $w_4$  sebességgel a hajtóműből kiáramló gáz tömegárama és  $v$  a repülési sebesség.

# 1. Brayton-körfolyamat

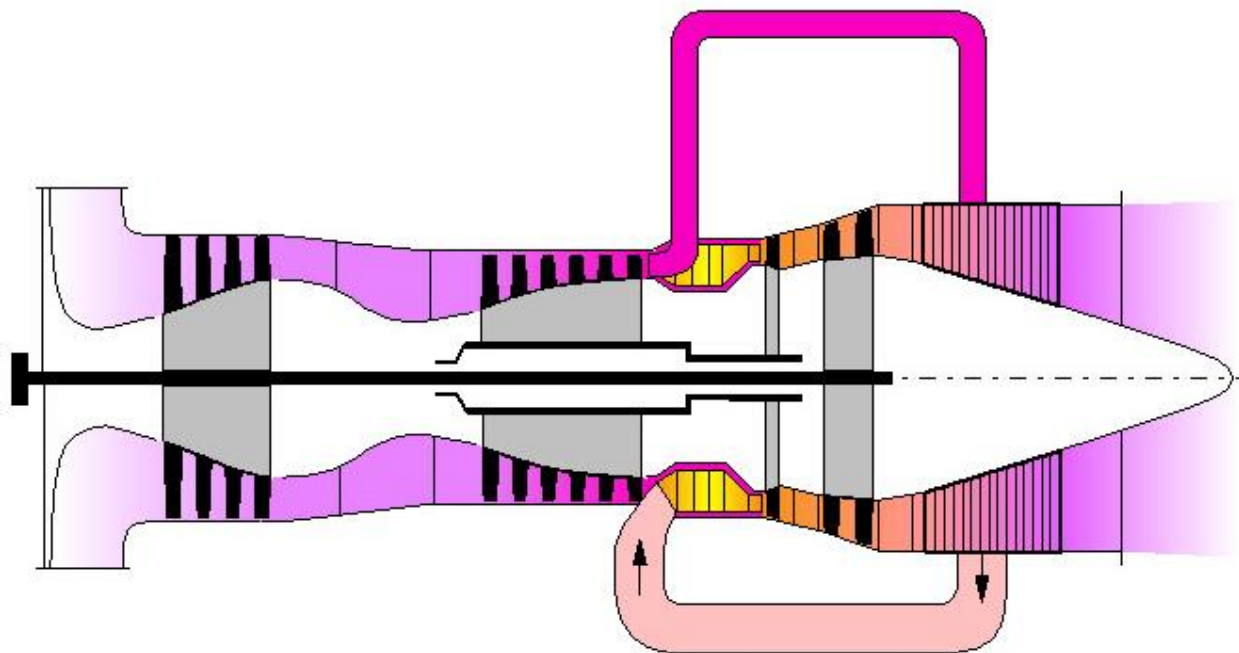
## Hőcserélős gázturbina





# 1. Brayton-körfolyamat

## Hőcserélős gázturbina



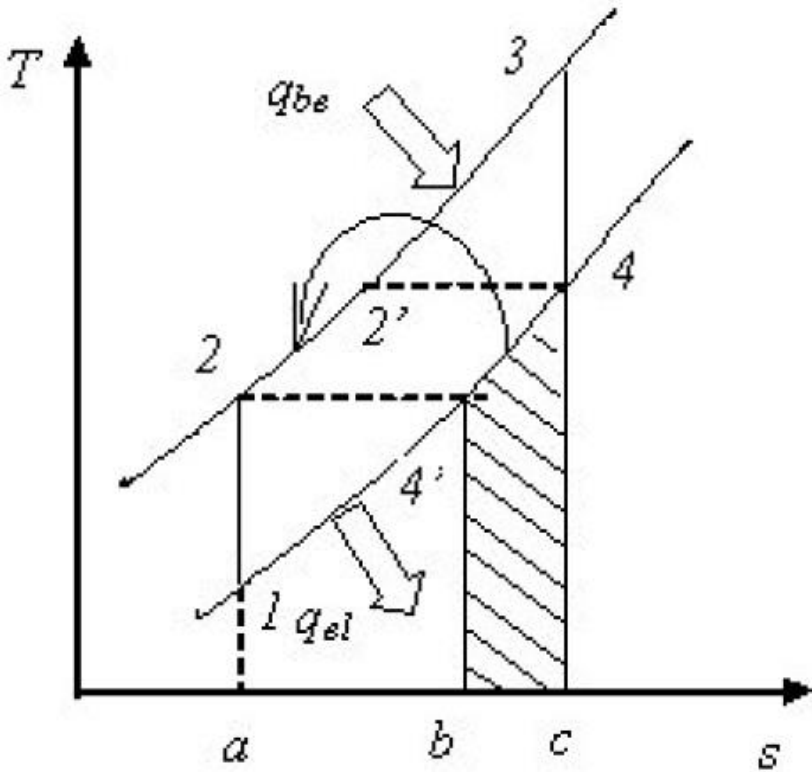
Két tengelyes tengelyteljesítményt leadó hőcserélős gázturbinás hajtómű

forrás: Kurzke, J.: <http://www.gasturb.de/> (2018. 04. 30.)



# 1. Brayton-körfolyamat

## Hőcserélős gázturbina



$$T_{2'} = T_4 \quad T_{4'} = T_2$$

Valóságos esetben:

$$T_{2'} < T_4 \quad T_{4'} > T_2$$

Ideális feltételezéssel élve:

$$|q_{el}| = c_p (T_{4'} - T_1) = c_p (T_2 - T_1) = w_K \text{ [J/kg]}$$

$$q_{be} = c_p (T_3 - T_{2'}) = c_p (T_3 - T_4) = w_T \text{ [J/kg]}$$

A körfolyamat hasznos munkája ideális (vesztésmentes) esetben nem változik:

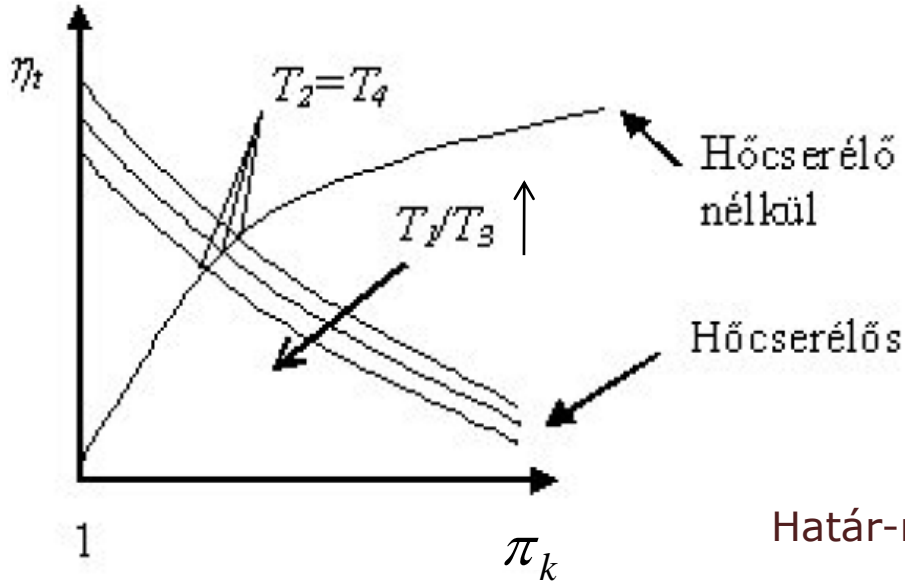
$$w_h = q_{be} - |q_{el}| = w_T - w_k \text{ [J/kg]}$$

$$\eta_t = \frac{w_h}{q_{be}} = \frac{q_{be} - |q_{el}|}{q_{be}} = 1 - \frac{T_2 - T_1}{T_3 - T_4} = 1 - \left( \frac{T_1}{T_3} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \frac{\pi_k^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{1 - 1/\pi_k^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \pi_k^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

termikus hatásfoka változik a nem hőcserélőshöz képest.

# 1. Brayton-körfolyamat

## Hőcserélős gázturbina



$$\eta_{t,h} = \eta_{t,hn}$$

$$1 - \frac{T_1}{T_3} \pi_k^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - \frac{1}{\pi_k^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

$$\pi_k^{\frac{2\kappa-1}{\kappa}} = \frac{T_3}{T_1}$$

$$\text{Határ-nyomásviszony: } \pi_k = \left( \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\kappa}{2(\kappa-1)}} = \pi_{k,hat}$$

$$\pi_{k,hat}^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left( \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{2}} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{T_3}{T_4}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_2^2}{T_4 T_1} \rightarrow \underline{T_2 = T_4}$$

$$T_3 = \frac{T_2^2}{T_1}$$



# Tartalom

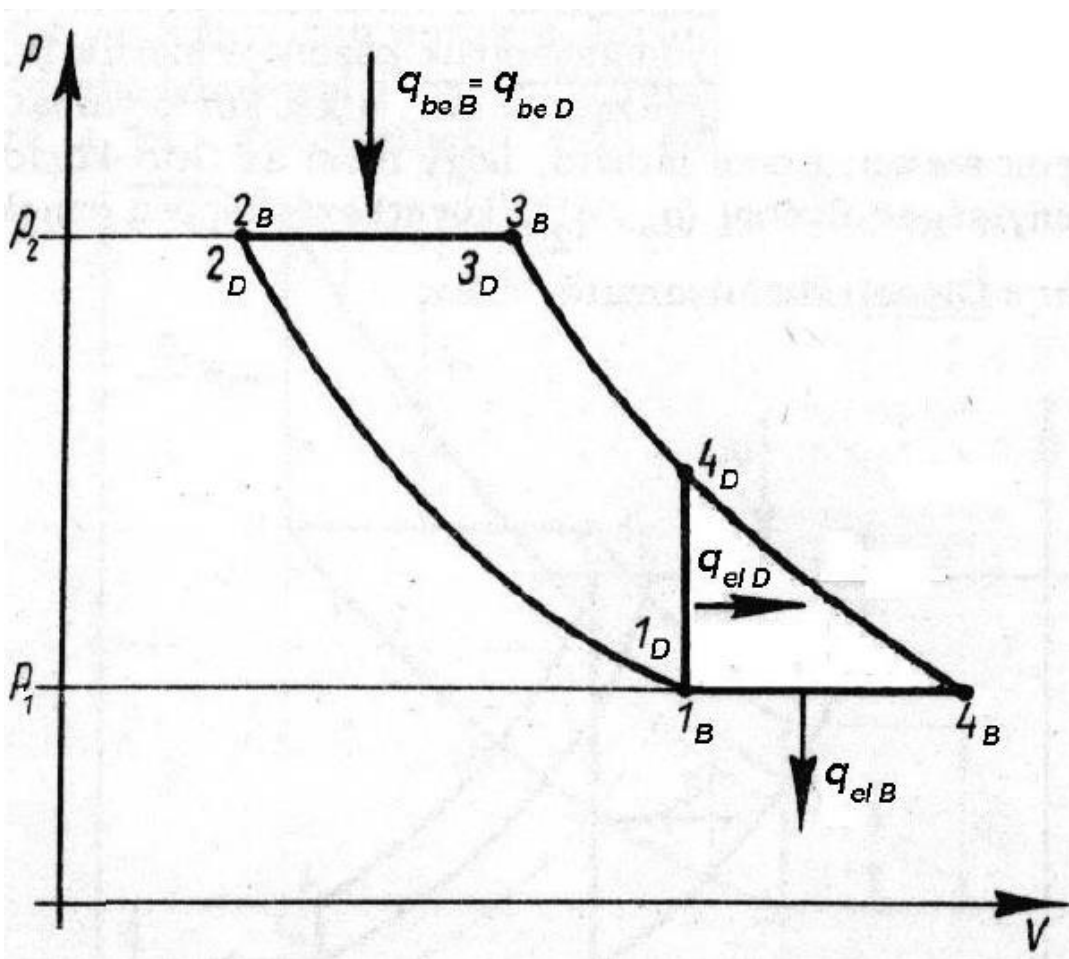
---

1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
3. Gőzök termodinamikája
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés



## 2. Nevezetes körfoly. összehasonlítása

Összehasonlítás azonos nyomáshatárok között  
Brayton- és Diesel-körfolyamatok összehasonlítása



$$q_{be,Brayton} = q_{be,Diesel}$$

$$W_{h,B} > W_{h,D}$$

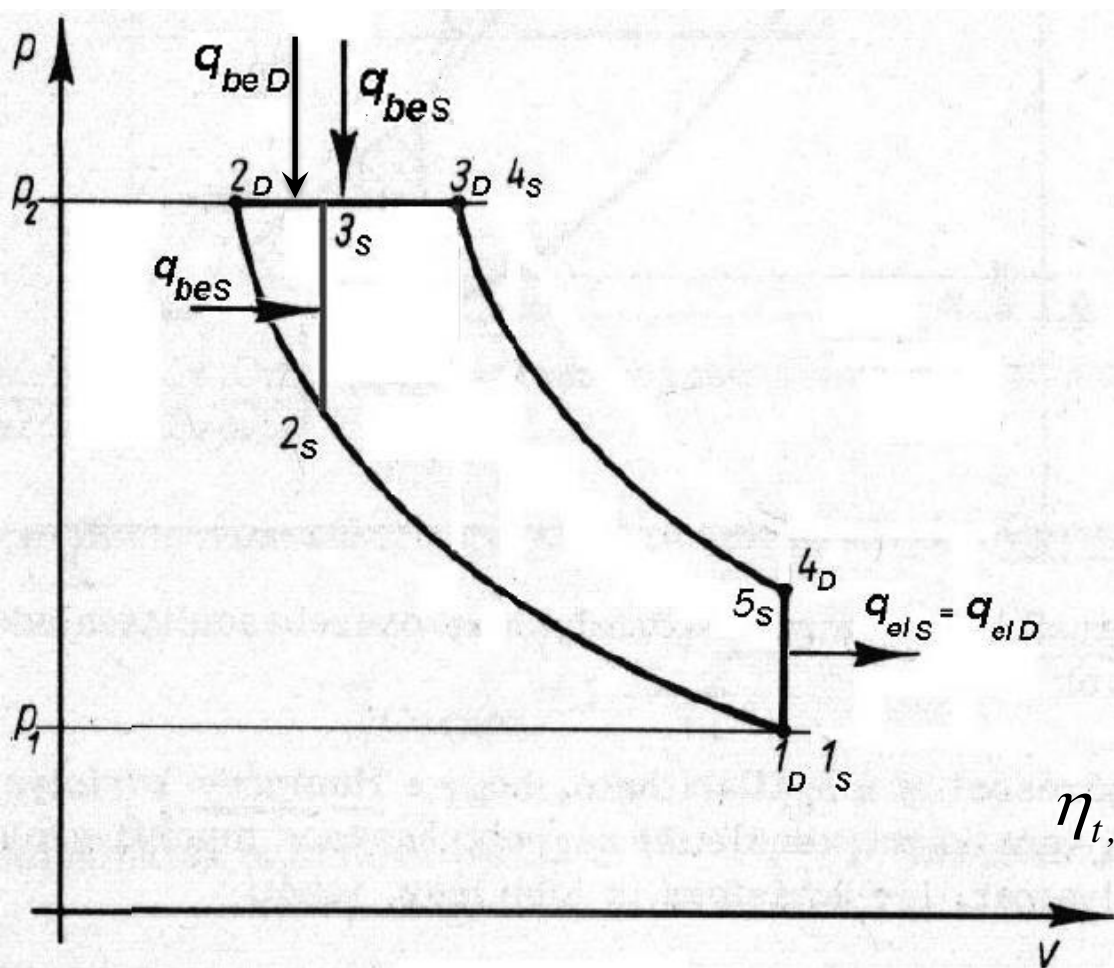
$$\eta_t = \frac{W_h}{q_{be}}$$

$$\eta_{t,B} = \frac{W_{h,B}}{q_{be,B}} > \eta_{t,D} = \frac{W_{h,D}}{q_{be,D}}$$

# 2. Nevezetes körfoly. összehasonlítása

Összehasonlítás azonos nyomóhatárok között

Diesel- és Sabatier-körfolyamatok összehasonlítása



$$q_{el,D} = q_{el,S}$$

$$w_{h,D} > w_{h,S}$$

$$q_{be} = w_h + q_{el}$$

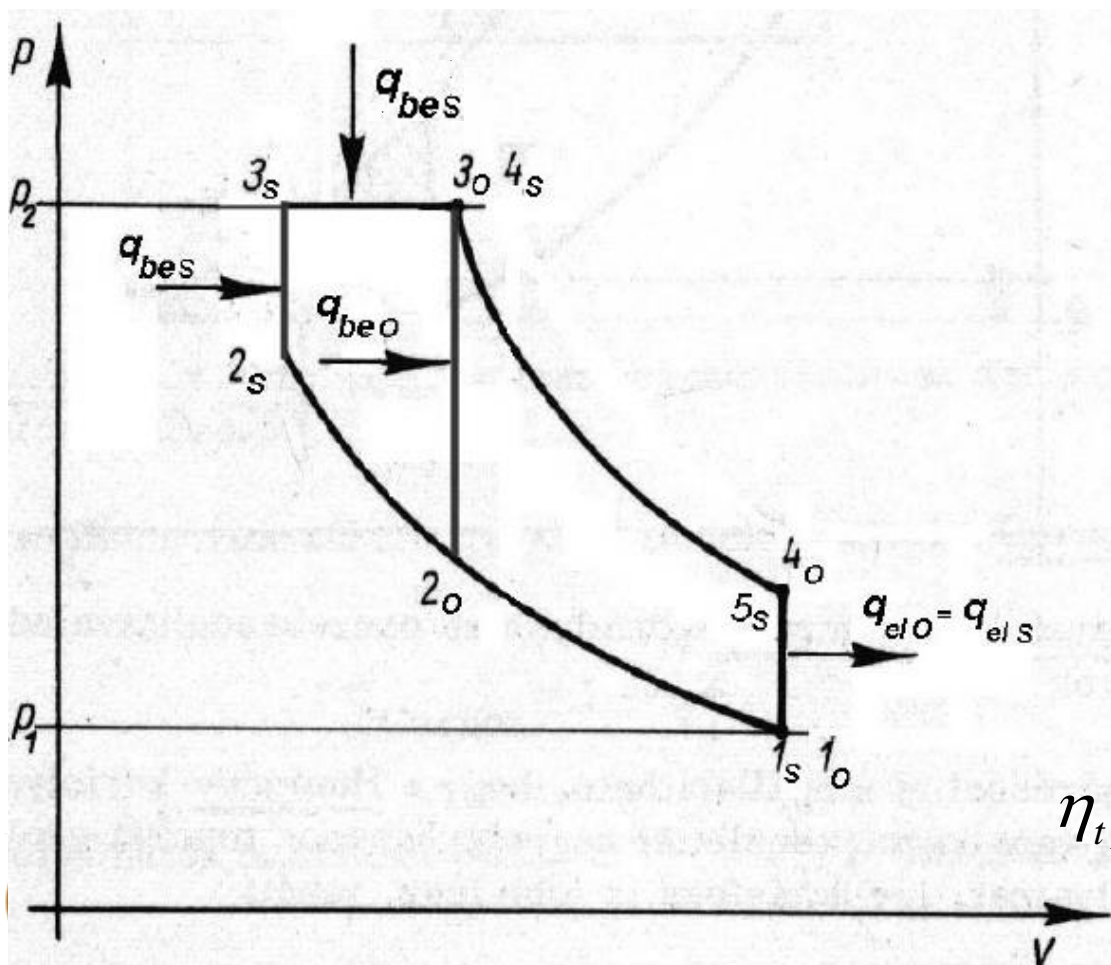
$$q_{be,D} > q_{be,S}$$

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_{el}|}{q_{be}}$$

$$\eta_{t,D} = 1 - \frac{|q_{el,D}|}{q_{be,D}} > \eta_{t,S} = 1 - \frac{|q_{el,S}|}{q_{be,S}}$$

## 2. Nevezetes körfoly. összehasonlítása

Összehasonlítás azonos nyomóhatárok között  
 Sabatier- és Otto-körfolyamatok összehasonlítása



$$q_{el,S} = q_{el,O}$$

$$w_{h,S} > w_{h,O}$$

$$q_{be} = w_h + q_{el}$$

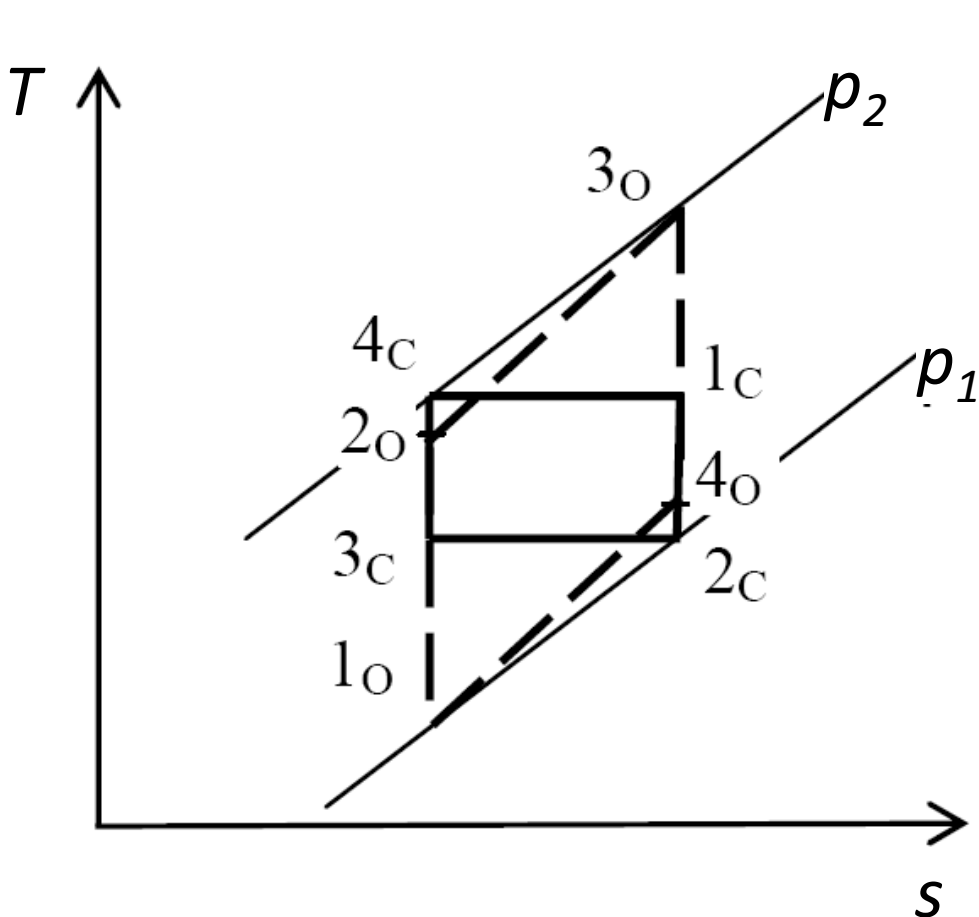
$$q_{be,S} > q_{be,O}$$

$$\eta_t = 1 - \frac{|q_{el}|}{q_{be}}$$

$$\eta_{t,S} = 1 - \frac{|q_{el,S}|}{q_{be,S}} > \eta_{t,O} = 1 - \frac{|q_{el,O}|}{q_{be,O}}$$

## 2. Nevezetes körfoly. összehasonlítása

Összehasonlítás azonos nyomáshatárok között  
Otto- és Carnot-körfolyamatok összehasonlítása



$$\eta_{t,o} = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{T_{1o}}{T_{2o}}$$

$$\eta_{t,c} = 1 - \frac{T_{2c}}{T_{1c}}$$

$$\frac{T_{2c}}{T_{1c}} > \frac{T_{1o}}{T_{2o}} \rightarrow \eta_{t,o} > \eta_{t,c}$$

Tehát, a körfolyamatok termikus hatásfok szerinti sorrendje azonos nyomáshatárok között a következő: Brayton-, Diesel-, Sabatier-, Otto- és Carnot-körfolyamat.



# Tartalom

---

1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
- 3. Gőzök termodinamikája**
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés



# 3. Gőzök termodinamikája

## Fontosabb szakkifejezések és definíciók

- 1. Gőz**
- 2. Párolgás**
- 3. Forrás**
- 4. Kondenzáció**
- 5. Szublimáció**
- 6. Deszublimáció**
- 7. Folyadék**
- 8. Telített folyadék**
- 9. Nedves gőz**
- 10. Száraz telített gőz**
- 11. Túlhevített gőz**
- 12. Gőz vagy gáz?**

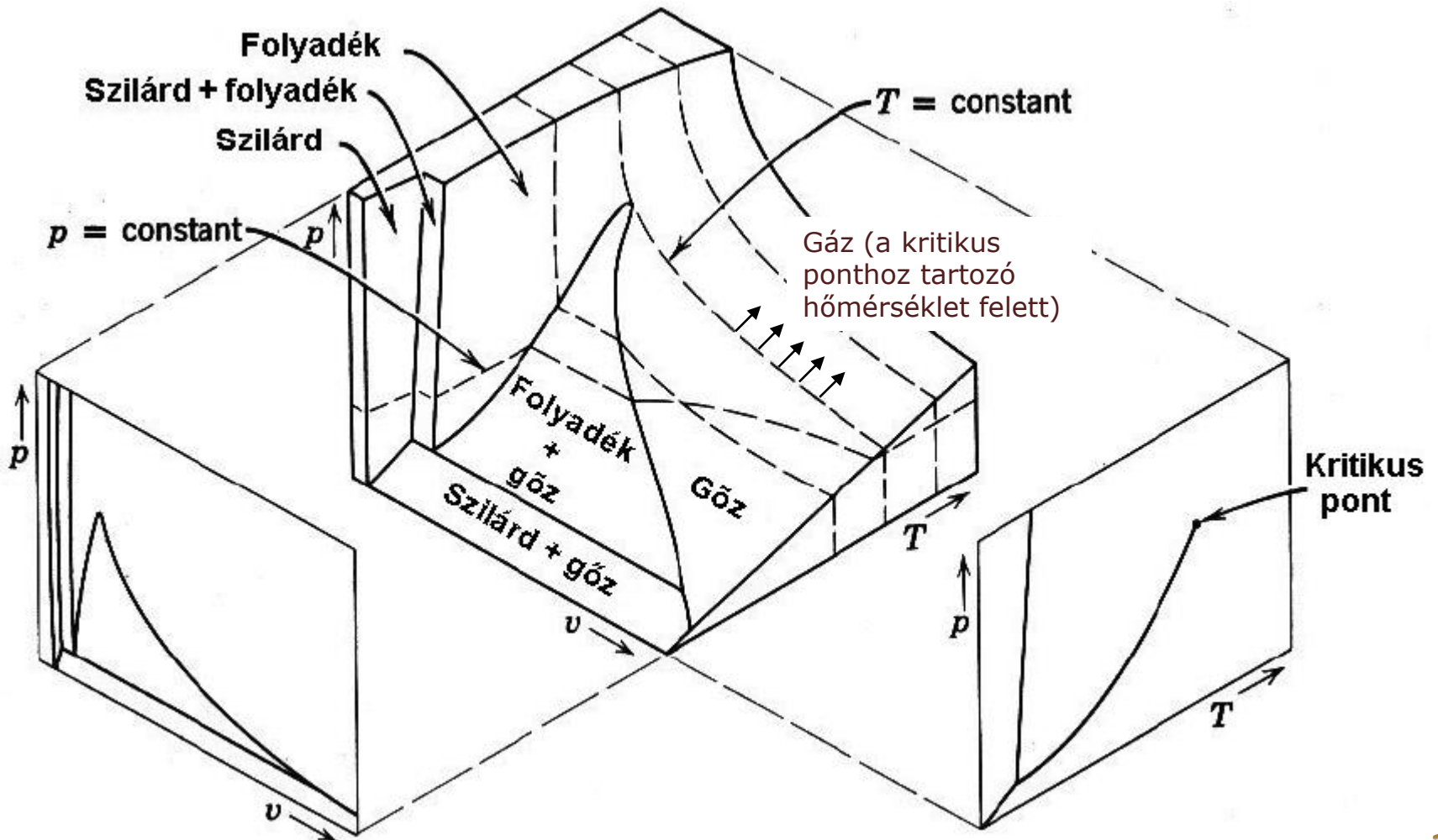
Termodinamikai definíciójában a gőz alatt azt a gázfázisú közeget értjük, amely még nem viselkedik ideális gázként, mert hőmérséklete relatív közel van a forráspontjához vagy kritikus állapotához. Ettől a hőmérséklettől távolodva ez a közeg egyre inkább az ideális gáz tulajdonságait veszi fel, és innentől kezdve már gáznak nevezik.

Ha a gáz hőmérséklete a kritikus hőmérséklet alatt van, azt gőznek nevezhetjük.



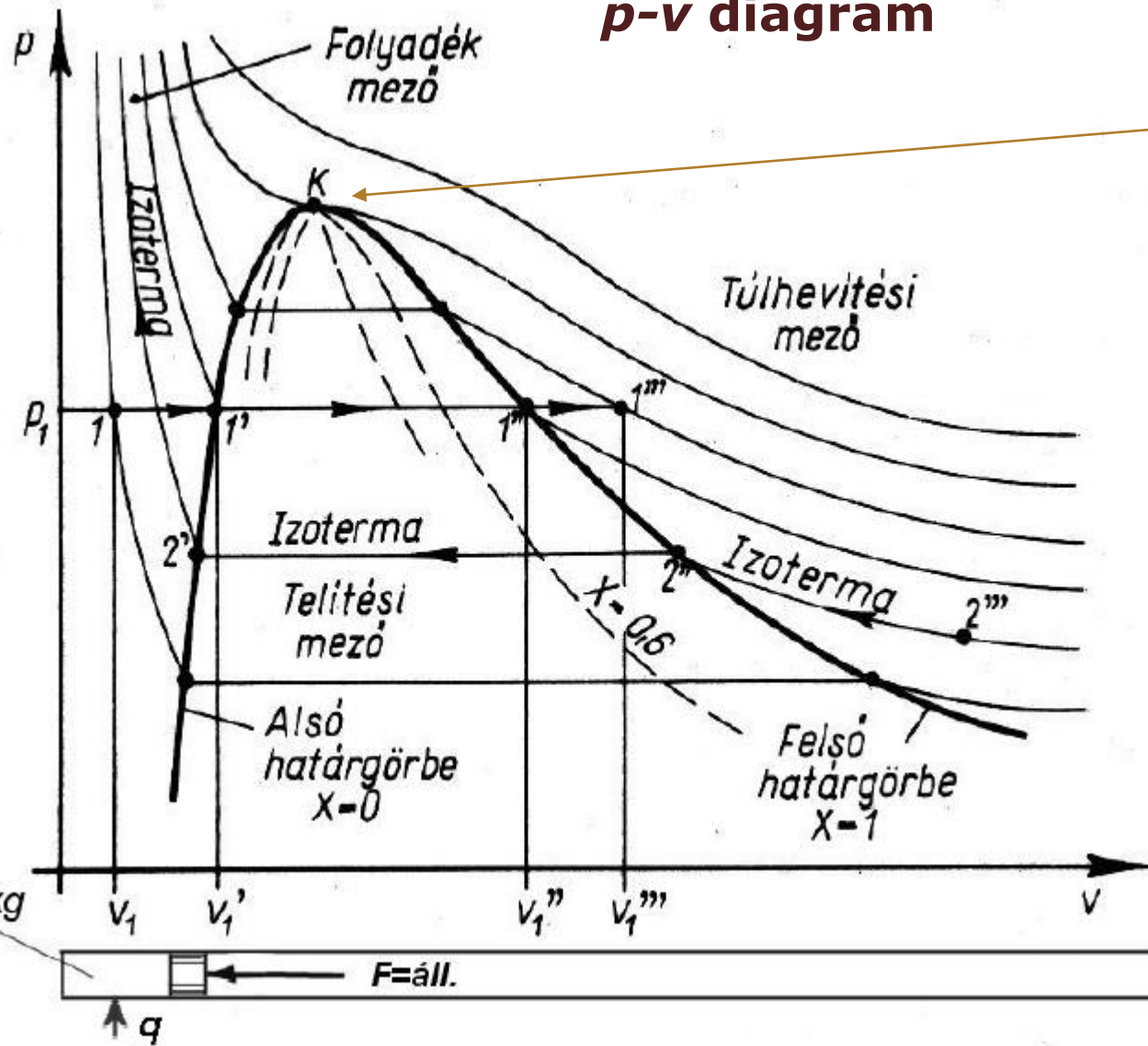
# 3. Gőzök termodinamikája

## $p$ - $v$ - $T$ állapottér



# 3. Gőzök termodinamikája

**p-v diagram**



Kritikus pont  
vízgőzre:

$$T_k = 374,15 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$p_k = 226,29 \text{ bar}$$

$$v_k = 0,00326 \text{ m}^3/\text{kg}$$

Gibbs féle  
fázisszabály:

$$S_z = A + 2 - F$$

# 3. Gőzök termodinamikája

Fajlagos gőztartalom:  $x = \frac{m_{\text{száraz\_telített\_göz}}}{m_{\text{telített\_folyadék}} + m_{\text{száraz\_telített\_göz}}} = \frac{m''}{m' + m''}$

Gőzök belső energiája:  $u = i - pv$

Gőzök tömege:  $m = \frac{V}{v}$

Nedves telített gőz térfogata:  $V = V' + V'' \rightarrow mv = m'v' + m''v''$

Nedves telített gőz fajtérfogata:  $v = (1-x)v' + xv'' \leftarrow v = \frac{m'}{m}v' + \frac{m''}{m}v''$   
 $v = v' + x(v'' - v')$

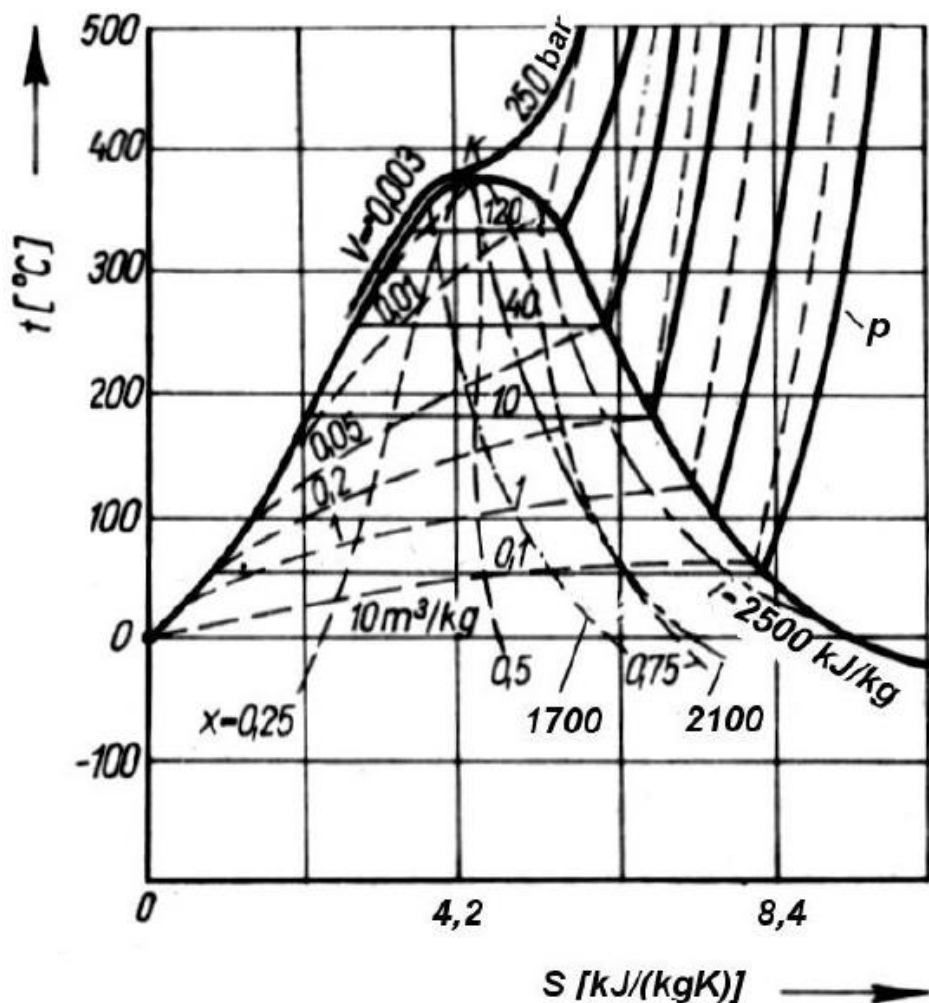
Nedves telített gőz entalpiája:  $i = i' + x(i'' - i')$

Nedves telített gőz entrópiája:  $s = s' + x(s'' - s')$



# 3. Gőzök termodinamikája

## Vízgőz T-s diagramja (állandó görbék menete)



Ideális gázoknál tanultak alapján:

$$p=\text{áll. (mérésekből)} \quad ds = \frac{\delta q}{T} \rightarrow$$

$$\frac{dT}{ds} = \frac{TdT}{\delta q} = \frac{TdT}{c_p dT} = \frac{T}{c_p}$$

Általában:  $c_p > 0$

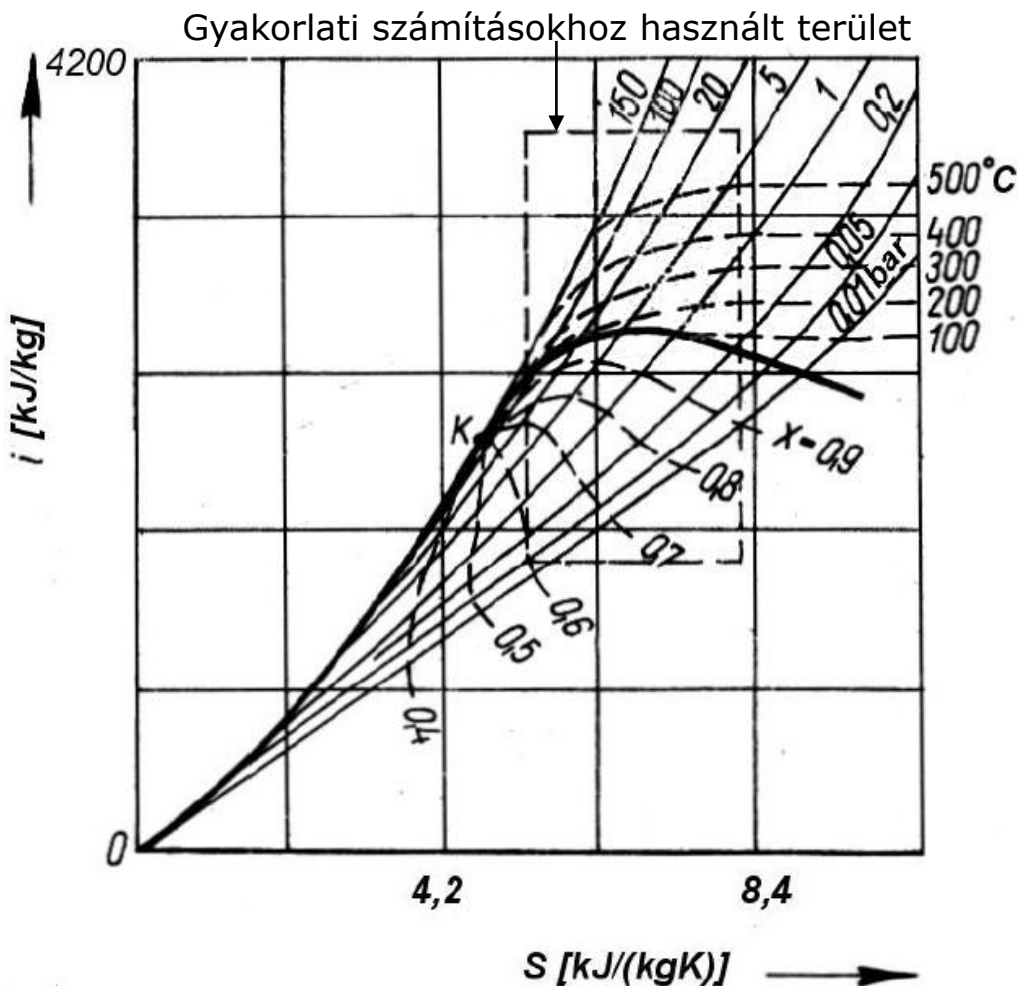
A két határgörbe között:  $c_p = \infty$

$$v=\text{áll. (hasonlóan):} \quad \frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_v}$$

A görbék törést szenvednek a határvonalakon, mert ugrás van a fajhőben. A diagram területei ugyanúgy értelmezettek, mint ideális gázok esetén.

# 3. Gőzök termodinamikája

## Vízgőz i-s diagramja (állandó görbék menete)



A két határgörbe között ( $p = \text{áll.}$ ):

$$di = c_p dT, \quad \delta q = c_p dT = di$$

$$ds = \frac{\delta q}{T} \rightarrow \delta q = T ds$$

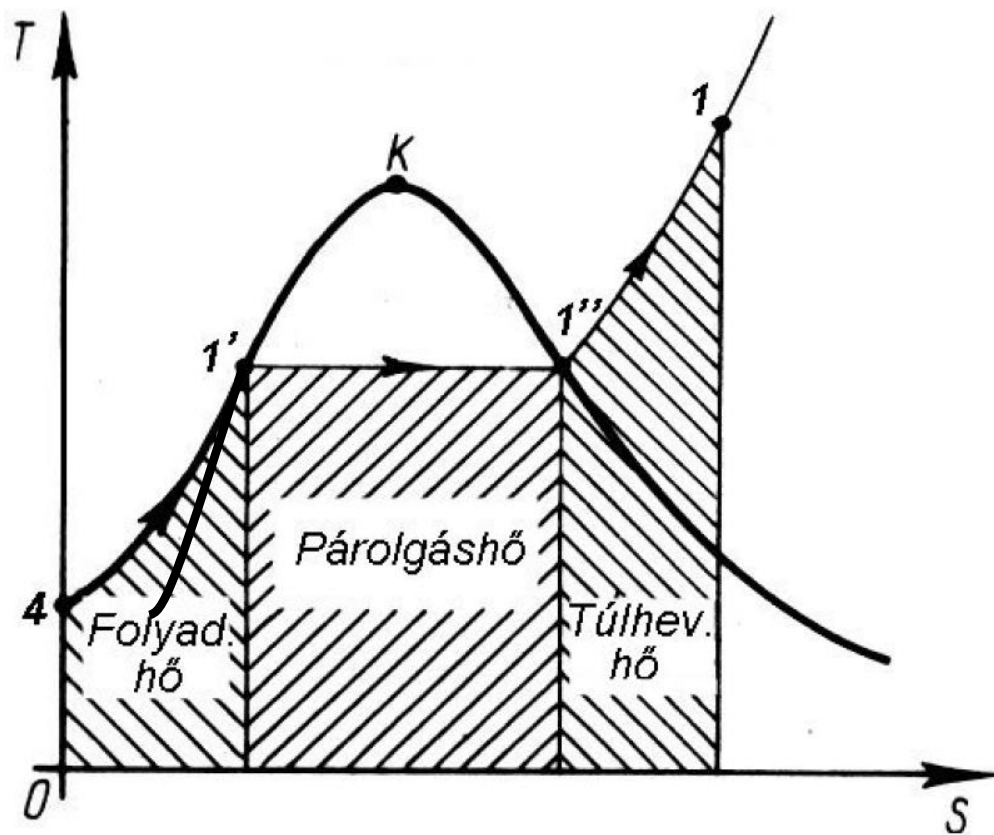
$$\left( \frac{di}{ds} \right)_{p=\text{áll.}} = T \leftarrow di = T ds$$

A határgörbék között az állandó nyomású és hőmérsékletű görbék egyenesek. A diagram területei nem értelmezettek.



# 3. Gőzök termodinamikája

## A gőztermeléshez felhasznált hőmennyiség és felosztása



$$q_{4,1} = i_1 - i_4$$

$$q_{4,1'} = i_{1'} - i_4$$

$$q_{1'',1'} = r = i_{1''} - i_{1'} \quad [J/kg]$$

$r$ : párolgáshő, az a hőmennyiség, amely egy kilogramm telített folyadék száraz telített gőzzé alakításához szükséges állandó nyomáson (és állandó hőmérsékleten)

$$q_{1'',1} = i_1 - i_{1''}$$





# 3. Gőzök termodinamikája

## A párolgáshő és összetevői

$$q_{1'',1'} = r = i_{1''} - i_{1'} = i'' - i' \quad [J/kg] \quad \text{másképpen} \quad q_{1'',1'} = r = T(s'' - s'),$$

mivel a hőmérséklet állandó.

$$r = i'' - i' = u'' + pv'' - (u' + pv') \rightarrow r = i'' - i' = \underbrace{u'' - u'}_{\rho} + \underbrace{pv'' - pv'}_{\psi}$$

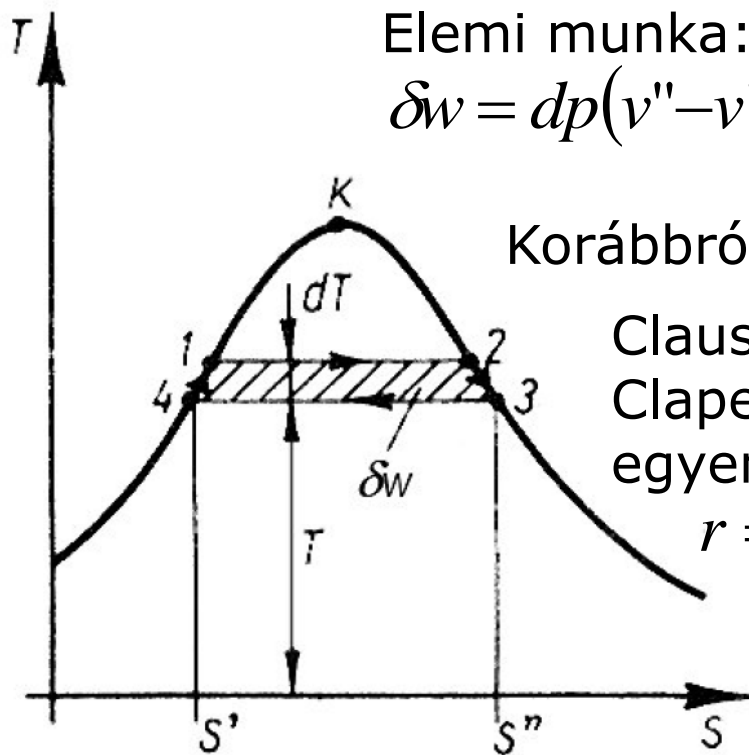
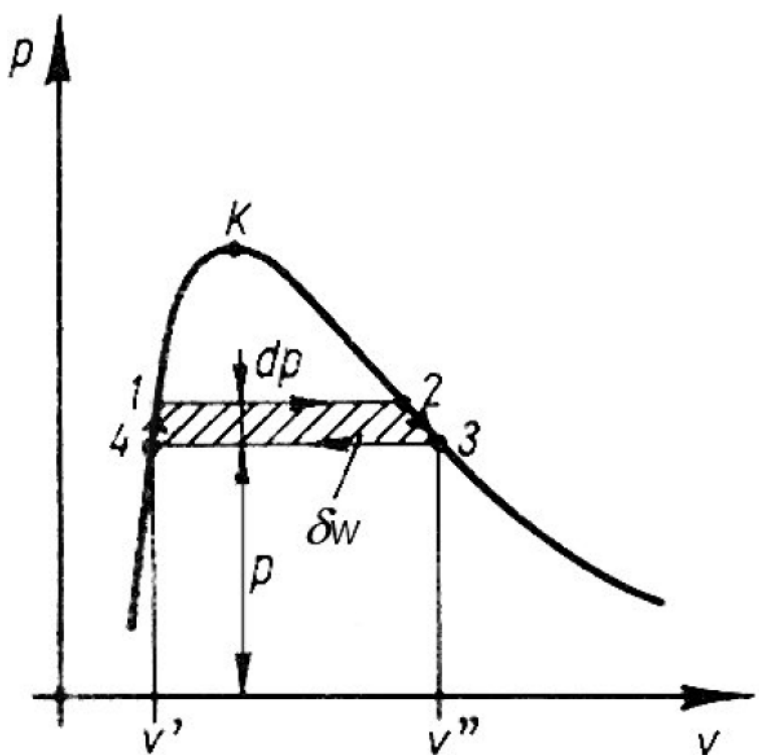
$\rho$ : Belső párolgás hő  $\gg$   $\psi$ : Külső párolgáshő  $\leftarrow \rho$   $\psi$

A belső párolgáshő ahhoz szükséges, hogy a molekulák ki tudjanak lépni a folyadékból. Ez a párolgáshő hányad a belső potenciális energia megváltozására, vagyis a szétkapcsolódási munkára fordítódik. A külső párolgáshő a kilépett gőz expanziómunkája.



# 3. Gőzök termodinamikája

A párolgáshő meghatározása a tenziógörbe és a termikus állapotjelzők ismeretében (Clausius-Clapeyron egyenlet)



Elemi munka:  

$$\delta w = dp(v'' - v') = dT(s'' - s')$$

Korábbról:  $s'' - s' = \frac{r}{T}$

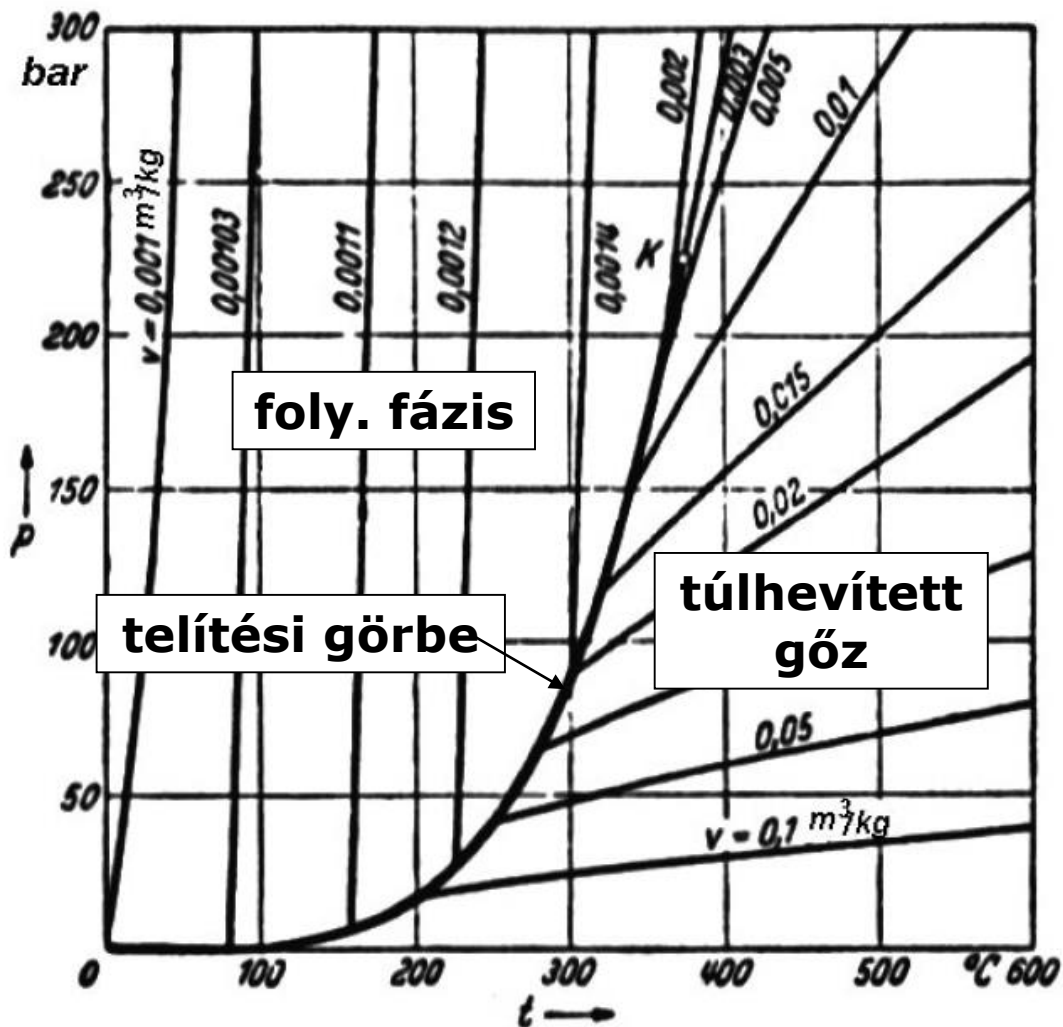
Clausius-Clapeyron egyenlet:  

$$r = T(v'' - v') \frac{dp}{dT}$$

  $\frac{dp}{dT}$  a tenziógörbe iránytangense

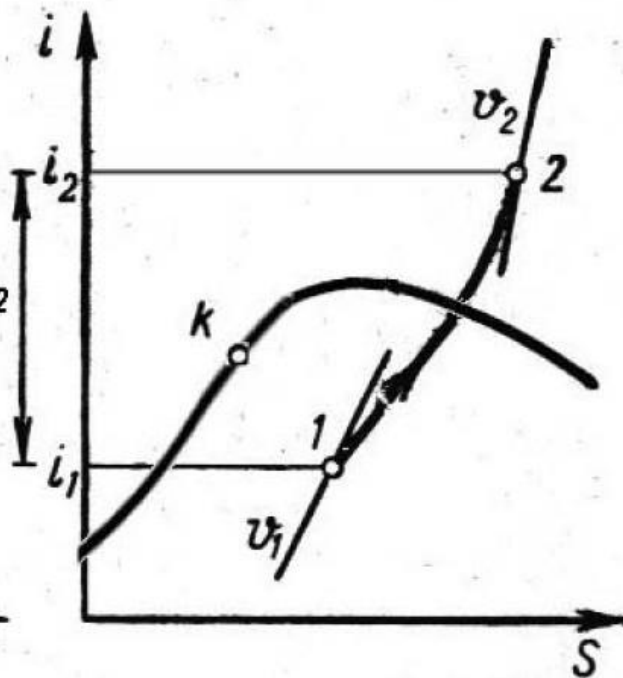
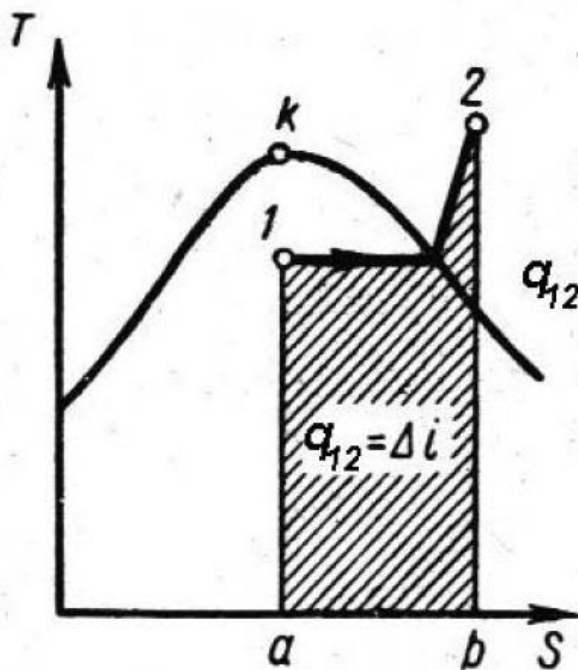
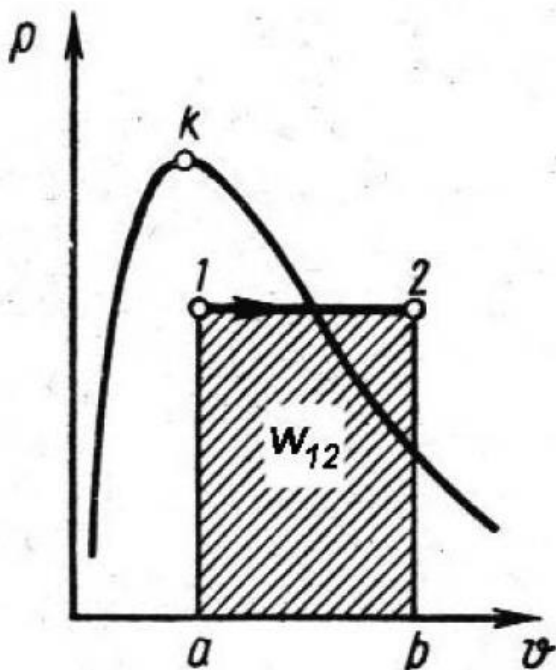
# 3. Gőzök termodinamikája

## A vízgőz tenziógörbéje



# 3. Gőzök termodinamikája

## Gőzök állapotváltozásai – izobár folyamat



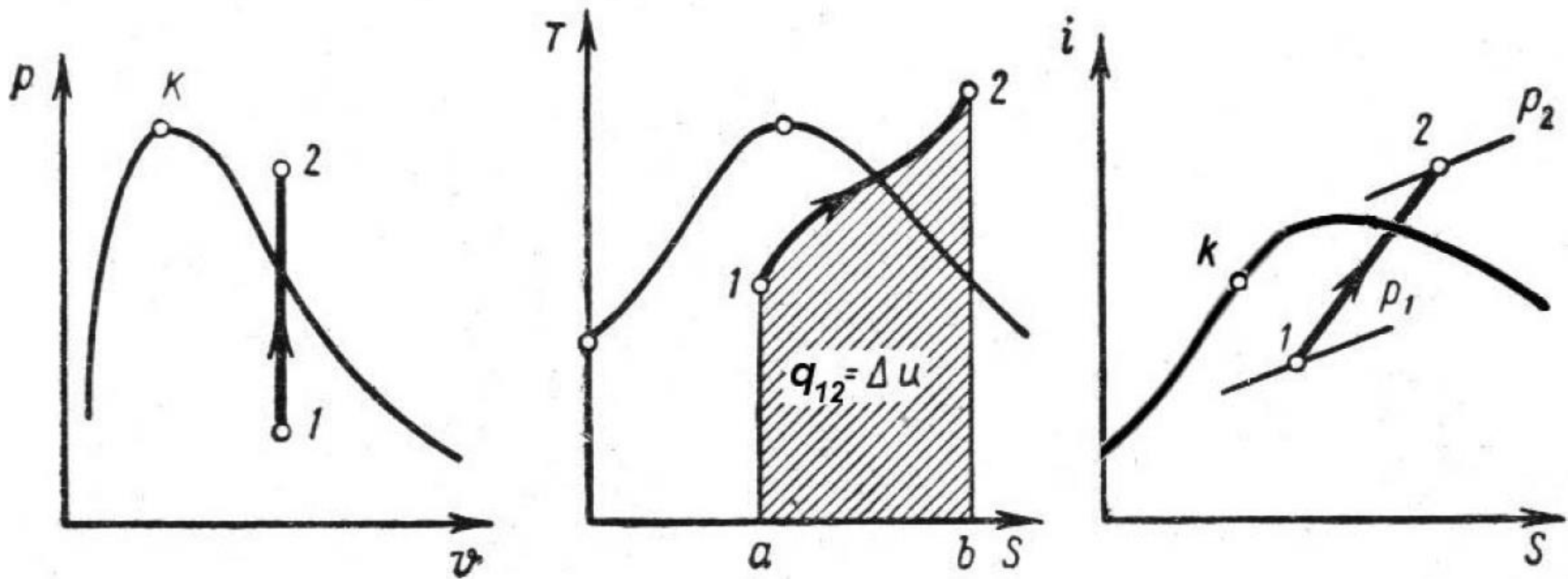
$$p_2 = p_1 \quad U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12} \quad i_2^* - i_1^* = q_{12} + w_{t,12} \quad Q_{12} = \dot{m}(i_2 - i_1)$$

$$u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - p(v_2 - v_1) \quad W_{12} = -p(V_2 - V_1) = -mp(v_2 - v_1)$$

$$\text{⊗} \dot{m} w_{t,12} = \dot{m}(i_2^* - i_1^*) - Q_{12} = \dot{m}(c_2^2 - c_1^2)/2 \quad (vdp = 0, \delta w = -pdv \neq 0)$$

# 3. Gőzök termodinamikája

## Gőzök állapotváltozásai – izochor folyamat



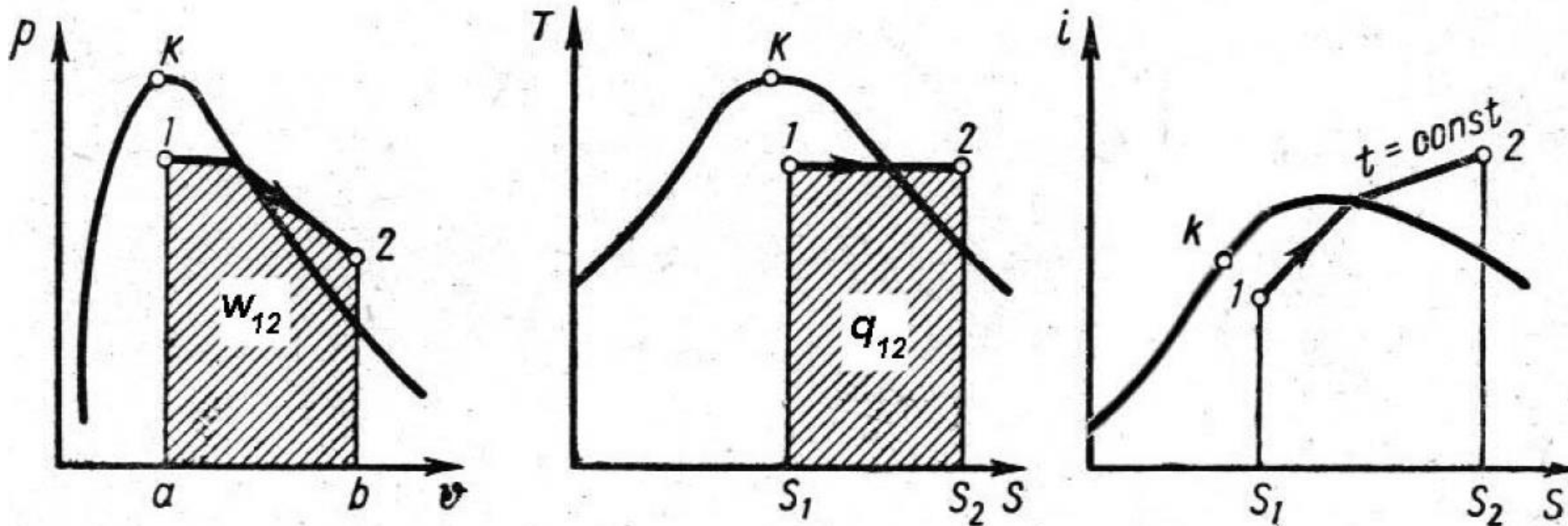
$$v_2 = v_1 \quad U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12} \quad i_2^* - i_1^* = q_{12} + w_{t,12} \quad Q_{12} = m(u_2 - u_1)$$

$$u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - v(p_2 - p_1) \quad \dot{m}w_{t,12} = \dot{m}(i_2^* - i_1^*) - Q_{12} = \dot{m}((c_2^2 - c_1^2)/2 +$$

$$\text{⊗} + (i_2 - i_1) - q_{12}) = \dot{m}[(p_2 v_2 - p_1 v_1) + (c_2^2 - c_1^2)/2] \quad \left( \begin{array}{l} vdp \neq 0, \\ \delta w = -pdv \stackrel{37}{=} 0 \end{array} \right)$$

# 3. Gőzök termodinamikája

## Gőzök állapotváltozásai – izoterm folyamat



$$T_2 = T_1 \quad U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12} \quad i_2^* - i_1^* = q_{12} + w_{t,12} \quad Q_{12} = T(S_2 - S_1)$$

$$u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - (p_2 v_2 - p_1 v_1) \quad W_{12} = m(u_1 - u_2) - Q_{12}$$

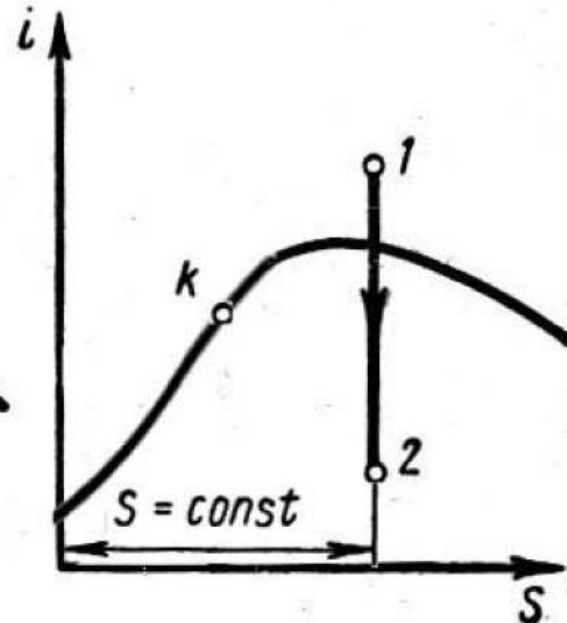
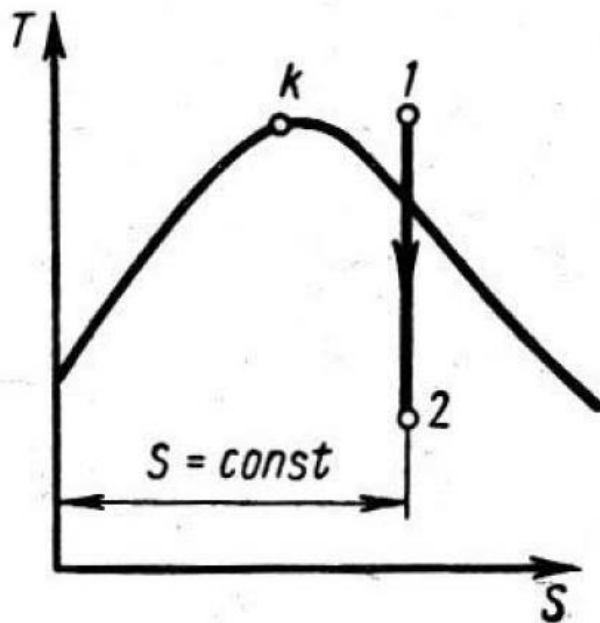
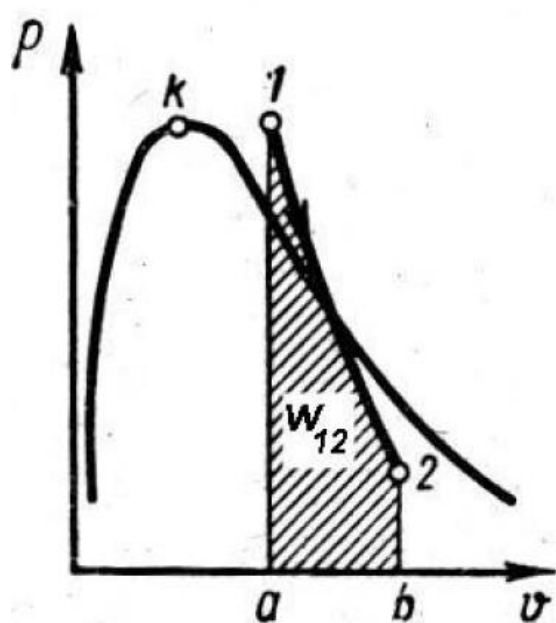
$$\dot{m} w_{t,12} = \dot{m} (i_2^* - i_1^*) - \dot{Q}_{12} = \dot{m} \left[ (i_2 - i_1) + (c_2^2 - c_1^2) / 2 - q_{12} \right]$$





# 3. Gőzök termodinamikája

## Gőzök állapotváltozásai – adiabatikus folyamat



$$Q_{12} = 0 \quad s_2 = s_1 \quad U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12} \quad i_2^* - i_1^* = q_{12} + w_{t,12}$$

$$u_2 - u_1 = i_2 - i_1 - (p_2 v_2 - p_1 v_1) \quad W_{12} = m(u_1 - u_2)$$

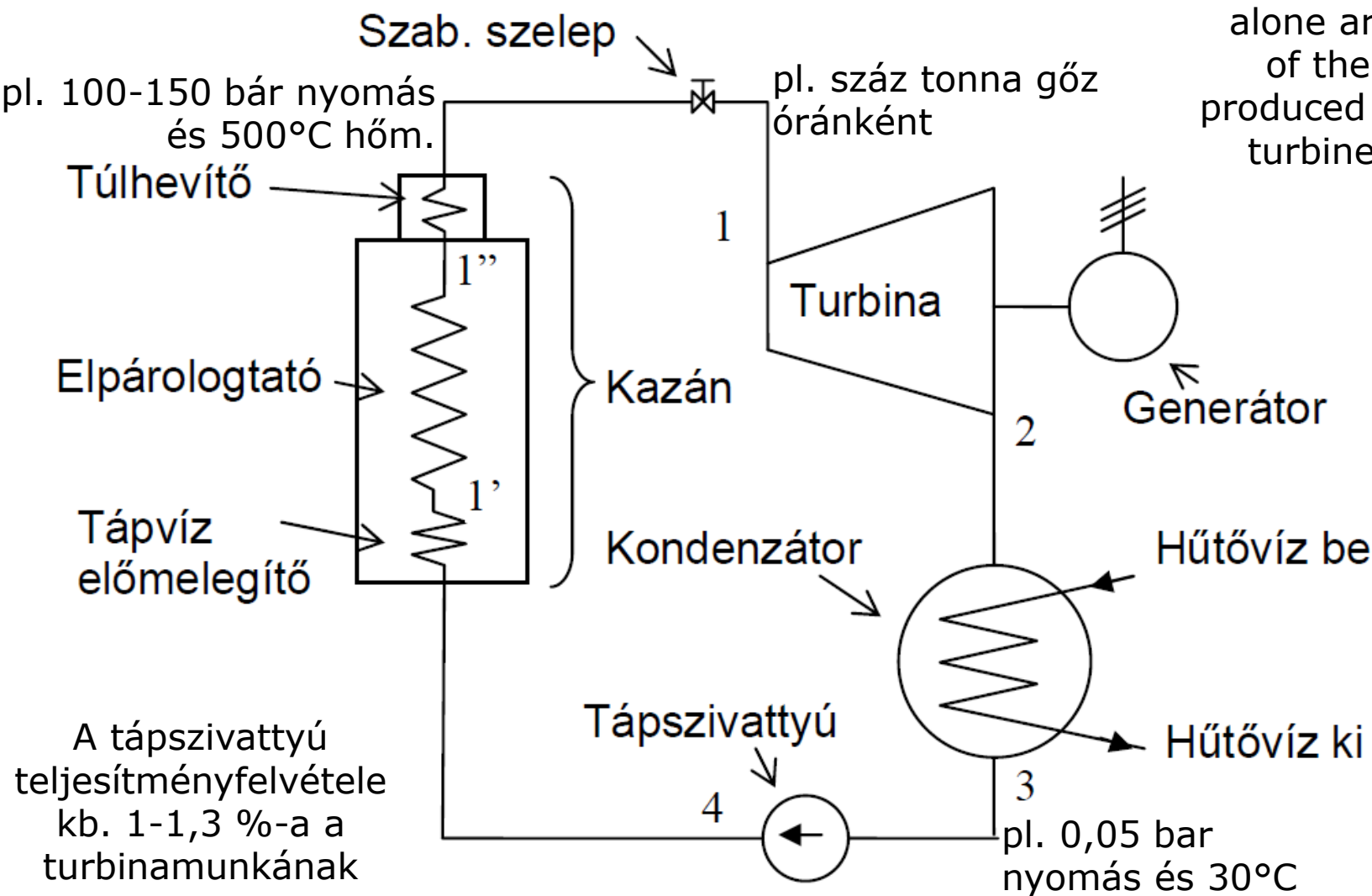
$$\dot{m} w_{t,12} = \dot{m} (i_2^* - i_1^*) = \dot{m} \left[ (i_2 - i_1) + (c_2^2 - c_1^2) / 2 \right]$$

# 3. Gőzök termodinamikája

## Rankine-Clausius gőzkörfolyamat

„In the United States alone around 85.0% of the electricity is produced using steam turbine generators”

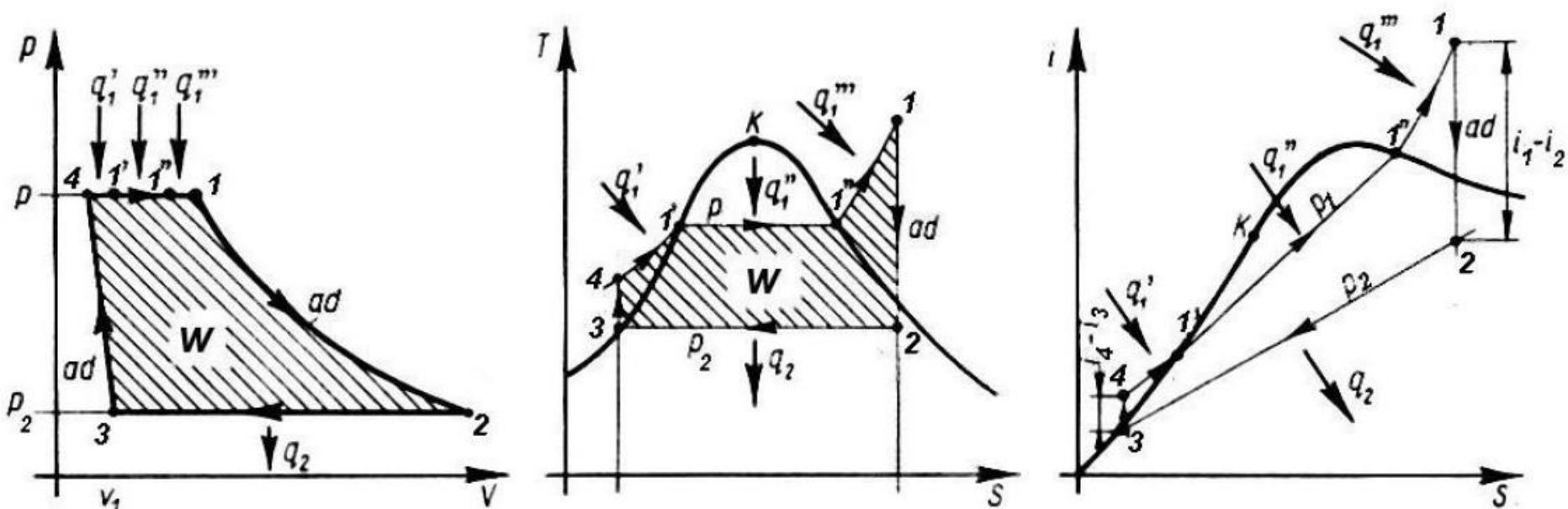
forrás:  
<https://www.powerzone.com/steam-driven-generators-steam-turbines-and-electric-generators>,  
2018.04.30





# 3. Gőzök termodinamikája

## Rankine-Clausius gőzkörfolyamat



$$q_{be} = q_{41} = i_1 - i_4 \quad q_{el} = q_{23} = i_3 - i_2 \rightarrow |q_{el}| = i_2 - i_3 \quad w_T = |w_{t,12}| = i_1 - i_2$$

$$w_{S_z} = i_4 - i_3 \approx v_3(p_4 - p_3) \quad w_h = q_{be} - |q_{el}| = i_1 - i_2 - (i_4 - i_3) \approx i_1 - i_2$$

$$\eta_t = \frac{w_h}{q_{be}} = \frac{i_1 - i_2 - (i_4 - i_3)}{i_1 - i_4} \approx \frac{i_1 - i_2}{i_1 - i_4} \quad (0,3 - 0,43(34) \text{ esetleg } 0,47 \text{ szuperkrit.})$$

$$P_{turbina} = \dot{m}_{göz} w_h = \dot{m}_{göz} (i_1 - i_2)$$

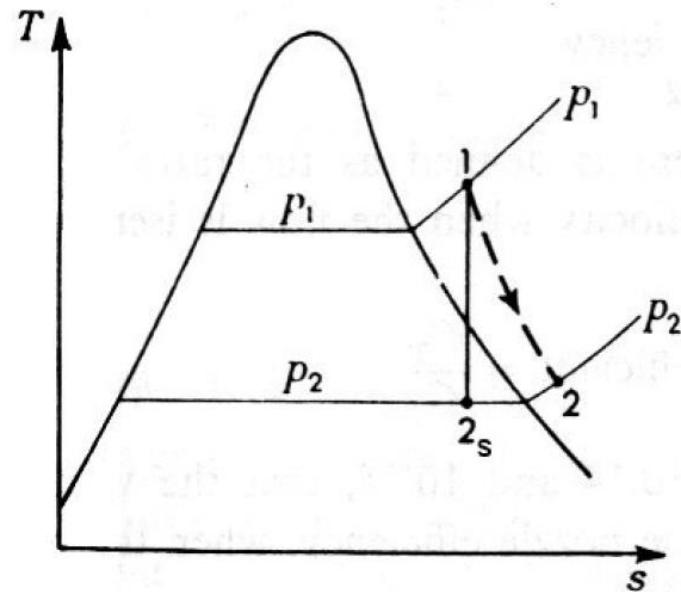
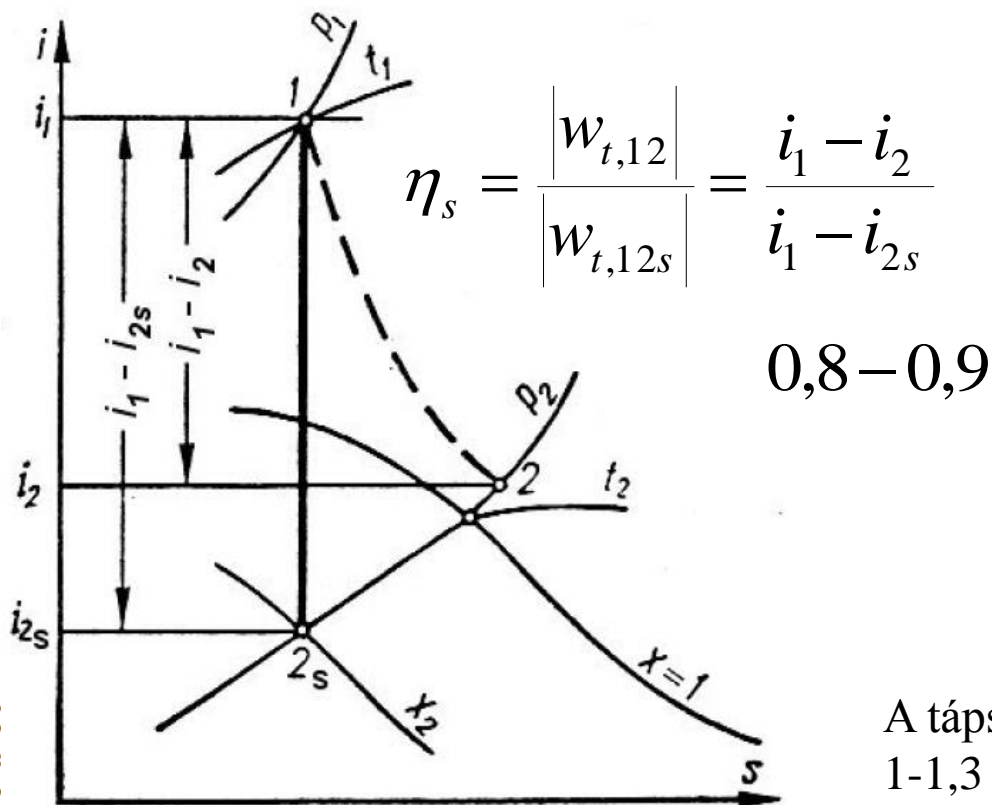
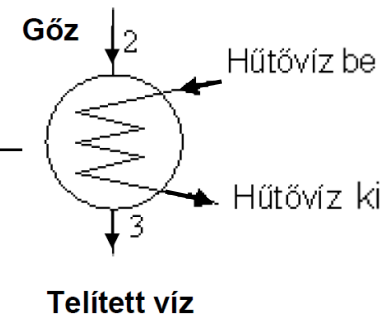


# 3. Gőzök termodinamikája

## Rankine-Clausius gőzkörfolyamat

A kondenzátor hőmérlege:

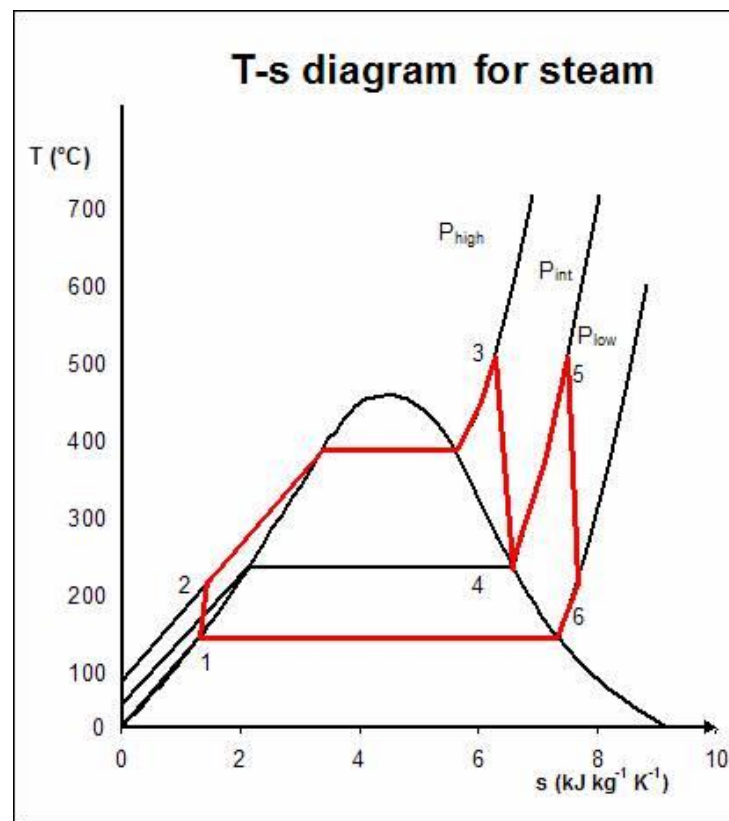
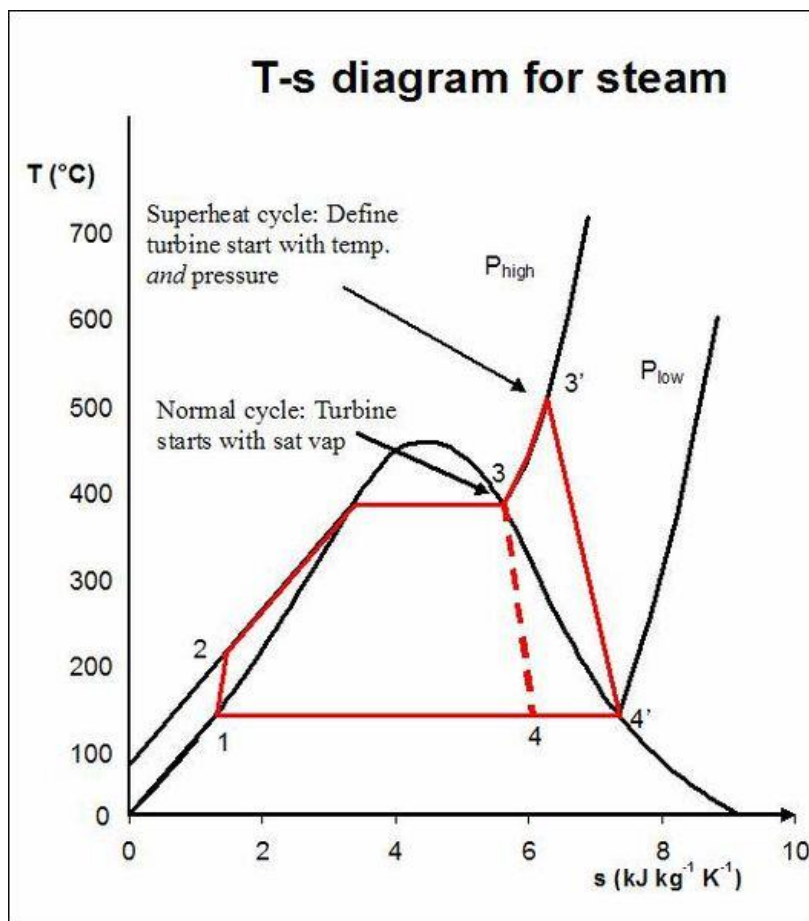
$$\dot{m}_{göz} (i_2 - i_{3'}) = \dot{m}_{víz} c_{víz} (t_{víz,ki} - t_{víz,be})$$



A tápszivattyú teljesítményfelvétele kb. 1-1,3 %-a a turbinamunkának

# 3. Gőzök termodinamikája

## Rankine-Clausius gőzkörfolyamat



Újrahevítéses  
gőzkörfolyamat



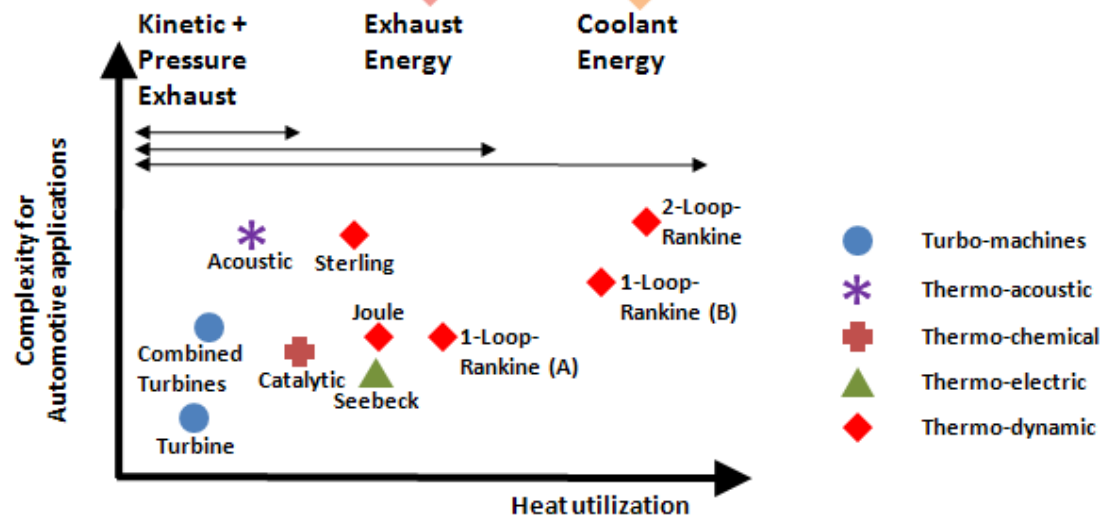
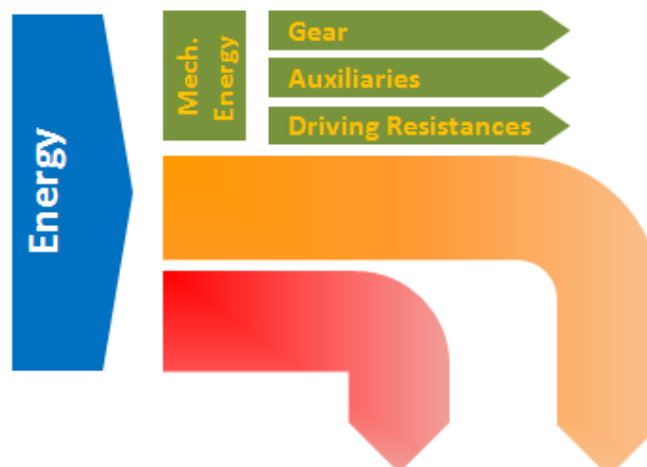
# 3. Gőzök termodinamikája

## Rankine-Clausius gőzkörfolyamat a járműiparban

„BMW Study on Rankine Cycle for Waste Heat Recovery Shows Potential Additional 10% Power Output at Highway Speeds”

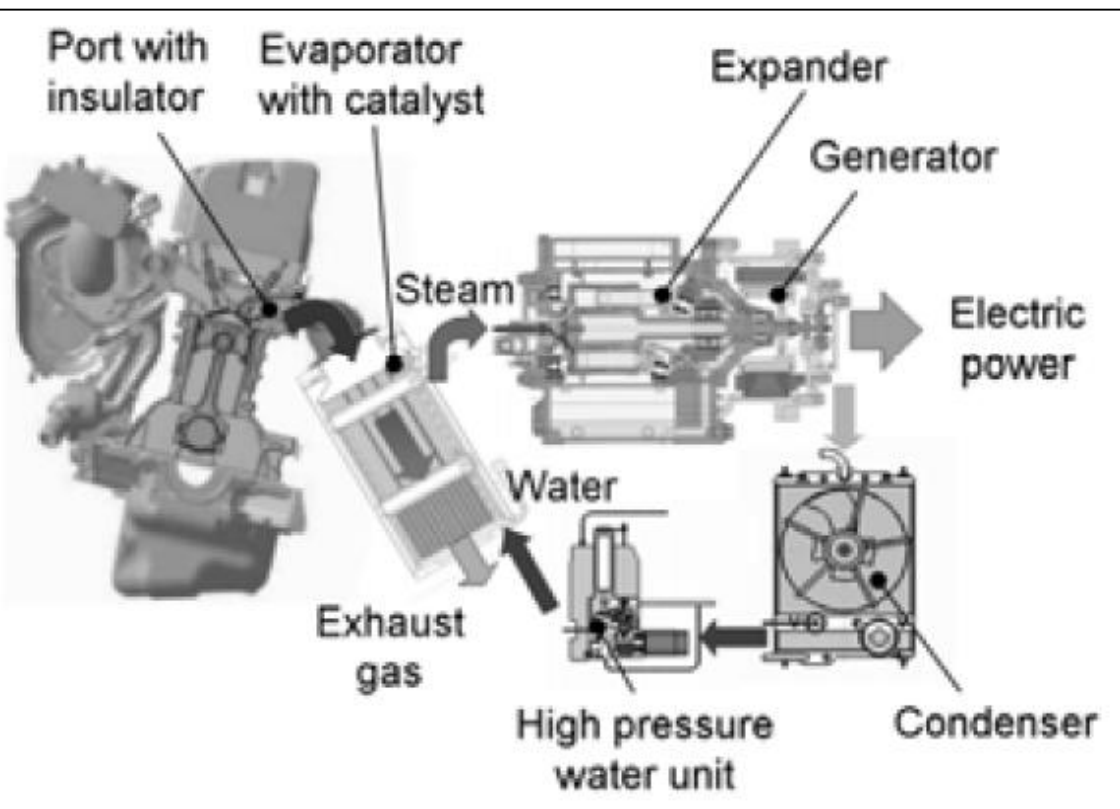
forrás:

<http://www.greencarcongress.com/2009/05/bmw-rankine-20090503.html>, 2018.04.30.



# 3. Gőzök termodinamikája

## Rankine-Clausius gőzkörfolyamat a járműiparban



„Honda's New Steam-Powered Hybrid Engine (2008)”

forrás: <http://www.greencarcongress.com/2008/02/honda-researchi.html>, 2018.04.30



# Tartalom

---

1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
3. Gőzök termodinamikája
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés



# 4. Nedves levegő termodinamikája

---

## A nedves levegő – definíció és tulajdonságok

- A nedves levegő egy gáz-gőz keverék.
- A levegőben lévő vízgőz kondenzálódhat, ráadásul fajhője széles határok között változik.
- Ugyancsak gáz-gőz keverék a belsőégésű motorokban alkalmazott üzemanyag-levegő keverék is.



# 4. Nedves levegő termodinamikája

---

## A nedves levegő tulajdonságai – általános feltételezések

- A levegő ideális gáz, nem kondenzálódik.
- A vízgőz ideális gáz, de képes kondenzálódni.
- A lekondenzálódott vízgőz (víz) nem oldja észrevehető mértékben a levegőt.





# 4. Nedves levegő termodinamikája

---

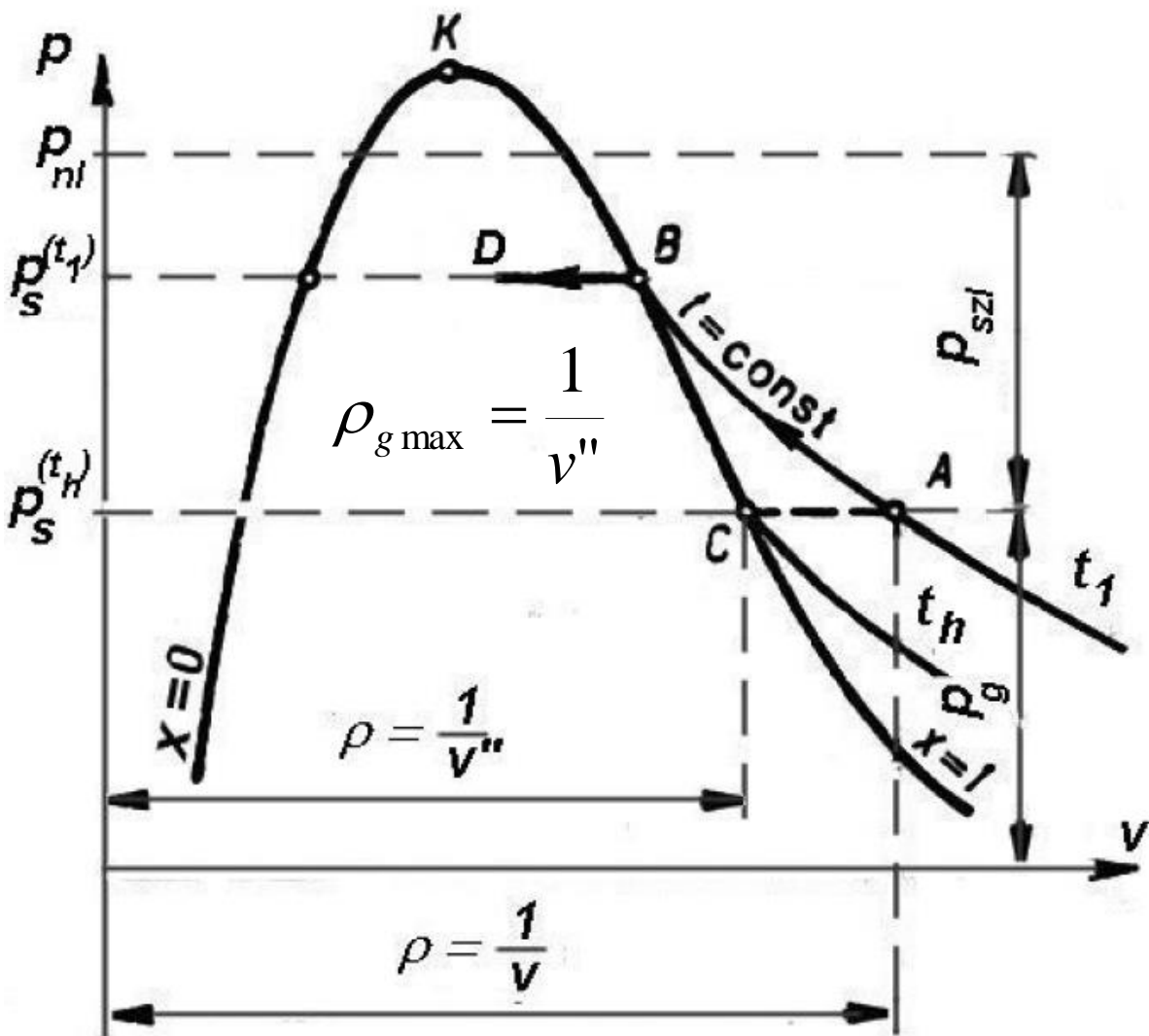
## A nedves levegő alapállapotai

- Szokványos esetben a levegőben lévő vízgőz parciális nyomása kisebb mint a vízgőz-levegő keverék hőmérsékletéhez tartozó telítési nyomás (telítetlen nedves levegő).
- A levegőben lévő vízgőz parciális nyomása egyenlő a vízgőz-levegő keverék hőmérsékletéhez tartozó telítési nyomással (telített nedves levegő).
- A levegőben lévő vízgőz parciális nyomása nagyobb a vízgőz-levegő keverék hőmérsékletéhez tartozó telítési nyomásnál (túltelített nedves levegő). Instabil állapot, ami a vízgőz egy részének kondenzálódásával gyorsan átmegy a stabil állapotba (telített nedves levegő).



# 4. Nedves levegő termodinamikája

## A nedves levegőben lévő vízgőz $p$ - $v$ diagramja



Dalton törvénye:

$$p_{nl} = p_{szl} + p_{göz}$$

Harmatponti hőmérséklet:

$t_h$

Telítési gőznyomás:

$$p_s^{(t_h)} = p_g$$

A túlhevített gőz tartományból a száraz telített gőz állapot  $T = \text{áll.}$ -n nedvességbevitellel és  $p = \text{áll.}$ -n hőm. csökkentéssel érhető el (ekkor válik a nl. telítetté).

# 4. Nedves levegő termodinamikája

## A nedves levegő állapotjelzői

Abszolút nedvességtartalom:  $\rho_g = p_g / (R_g T_{nl}) \text{ [kg/m}^3 \text{]}$

Relatív nedvességtartalom:  $\varphi = \frac{\rho_g^{(t)}}{\rho_{g \max}^{(t)}} \quad \rho_g^{(t)} = \frac{p_g^{(t)}}{R_g T}, \quad \rho_{g \max}^{(t)} = \frac{p_s^{(t)}}{R_g T},$

→  $\varphi = \frac{p_g^{(t)}}{p_s^{(t)}}$

Fajlagos nedvességtartalom:  $x = \frac{m_g}{m_{szl}} \left[ \frac{\text{kg}_{\text{göz}}}{\text{kg}_{\text{száraz\_levegő}}} \right] \quad m_g = \frac{p_g^{(t)} V}{R_g T},$

$$m_{szl} = \frac{p_{szl}^{(t)} V}{R_{szl} T},$$

$$p_{szl} = p_{nl} - p_g^{(t)}$$

$$x = \frac{m_g}{m_{szl}} = \frac{R_{szl}}{R_g} \frac{p_g^{(t)}}{p_{nl} - p_g^{(t)}} = 0,622 \frac{p_g^{(t)}}{p_{nl} - p_g^{(t)}}$$

a telítési állapotban:  $x_s = 0,622 \frac{p_s^{(t)}}{p_{nl} - p_s^{(t)}}$



# 4. Nedves levegő termodinamikája

## A nedves levegő állapotjelzői

ebből, a telítési parciális gőznyomás:  $p_s^{(t)} = p_{nl} \frac{x_s}{0,622 + x_s}$

A nedves levegő entalpiája 1 kg száraz levegőre vonatkoztatva:

$$i_{1+x} = i_{szl} + x i_g \quad \text{Az entalpia zéruspontja } 0^\circ\text{C-on értendő.}$$

Amennyiben  $x \leq x_s$  és  $t > 0$ :  $i_{1+x} = c_{pszl} t + x(r_0 + c_{pg} t)$ ,

ahol  $c_{pszl} = 1,005$  kJ/(kgK) a száraz levegő izobar fajhője,  $t$  a nedves levegő hőmérséklete [ $^\circ\text{C}$ ];  $r_0 = 2500$  kJ/kg a  $0^\circ\text{C}$ -hoz tartozó párolgáshő és  $c_{pg} = 1,96$  kJ/(kgK) a gőz izobar fajhője.

Amennyiben  $x > x_s$  és  $t > 0$ :  $i_{1+x} = c_{pszl} t + x_s(r_0 + c_{pg} t) + (x - x_s)c_{v\acute{z}} t$ ,

ahol  $c_{v\acute{z}} = 4,189$  kJ/(kgK) a víz fajhője.

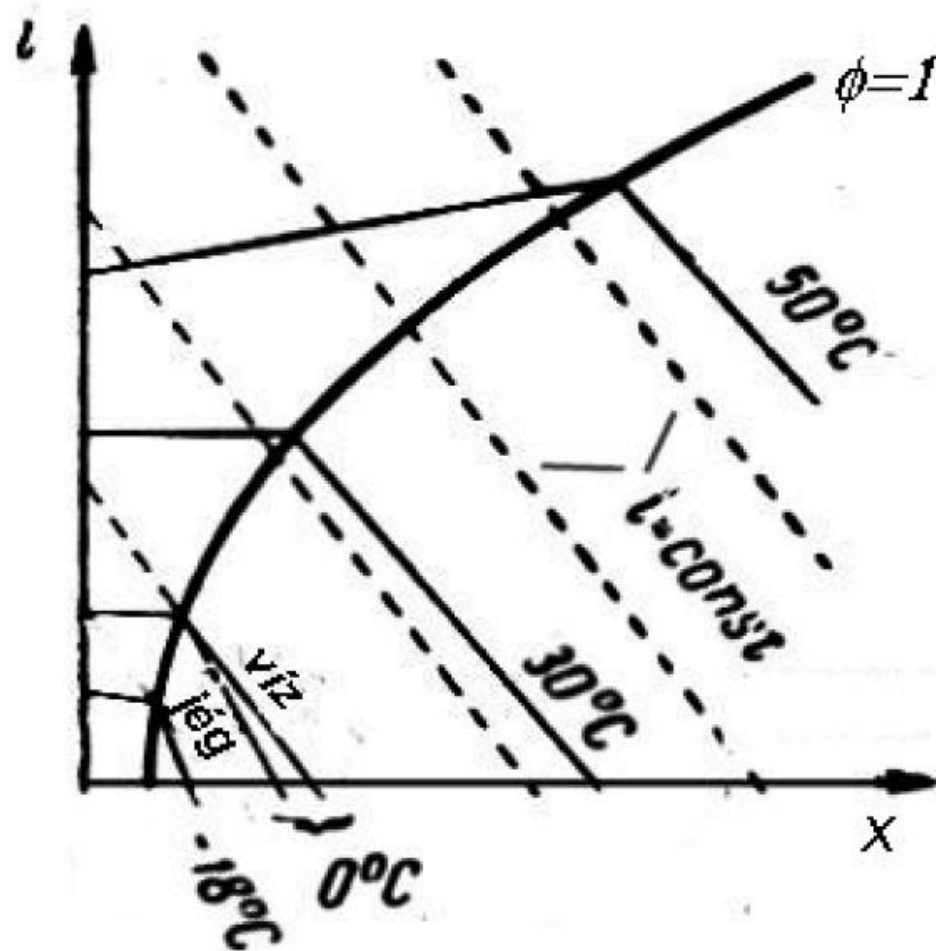
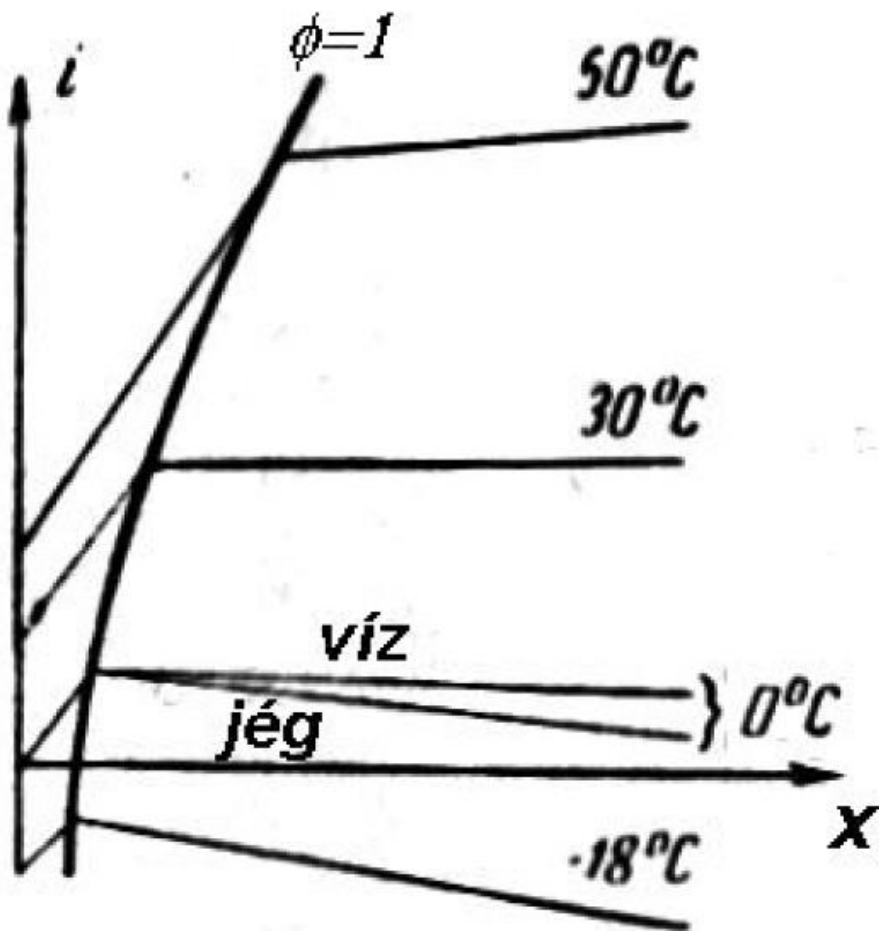
Amennyiben  $x > x_s$  és  $t < 0$ :  $i_{1+x} = c_{pszl} t + x_s(r_0 + c_{pg} t) + (x - x_s)(c_j t - L_0)$ ,

ahol  $L_0 = 19,1$  kJ/kg a jég olvadáshője  $0^\circ\text{C}$ -on és  $c_j = 0,119$  kJ/(kgK) a jég fajhője.



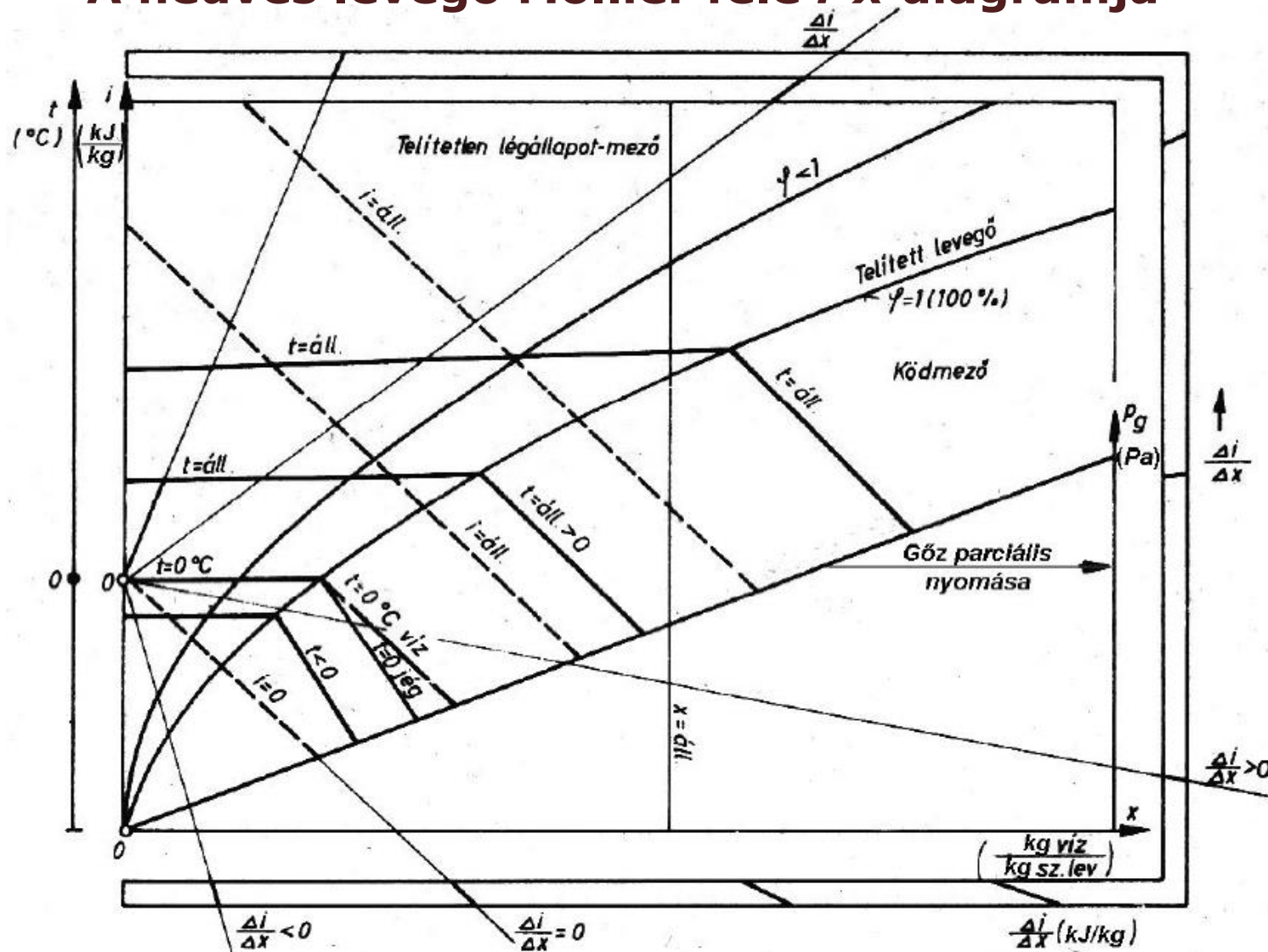
# 4. Nedves levegő termodinamikája

A nedves levegő Mollier féle  $i$ - $x$  diagramja



# 4. Nedves levegő termodinamikája

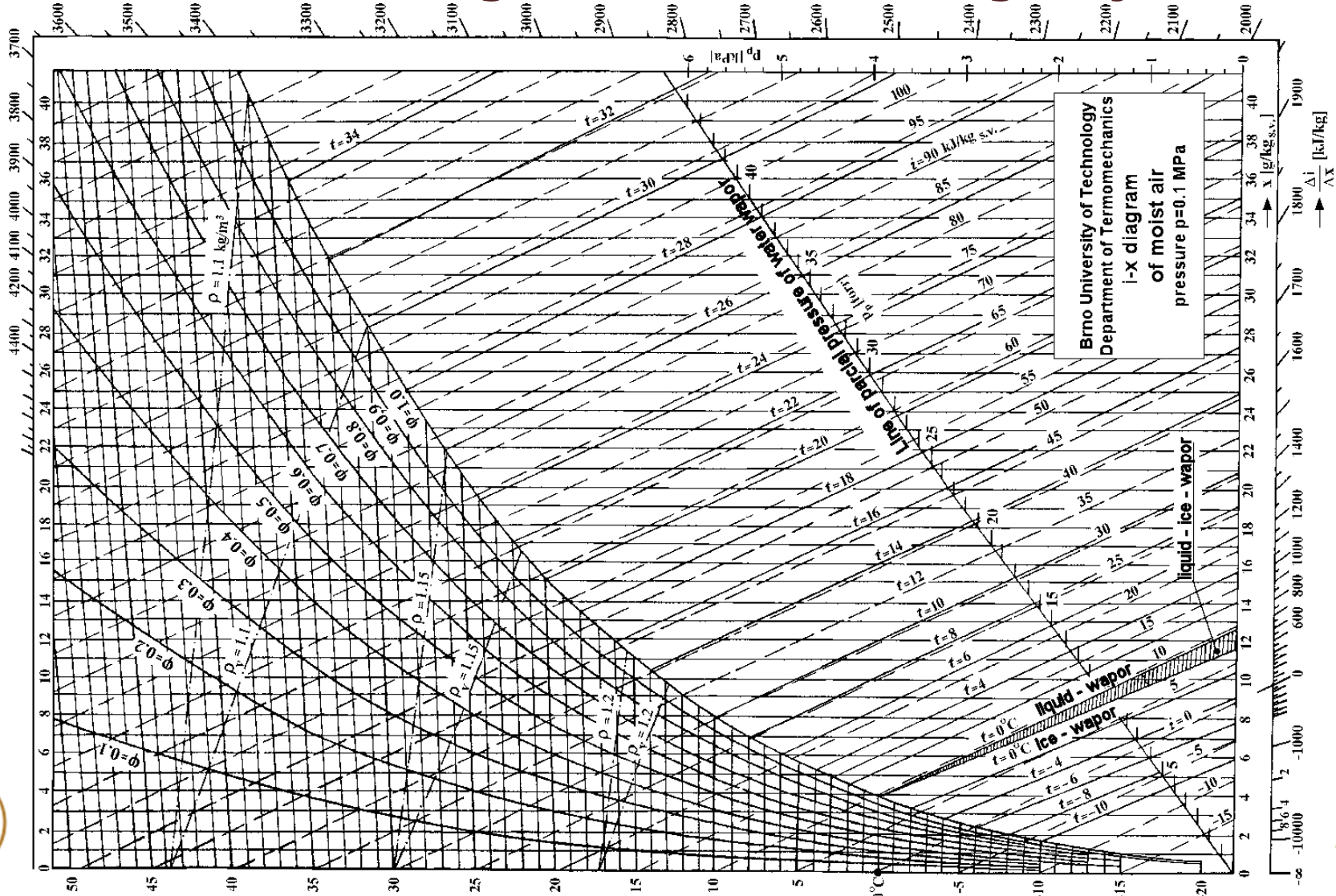
## A nedves levegő Mollier féle $i$ - $x$ diagramja





# 4. Nedves levegő termodinamikája

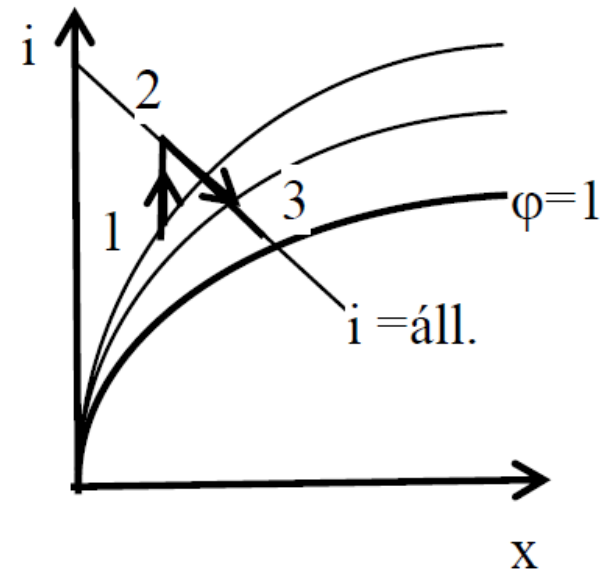
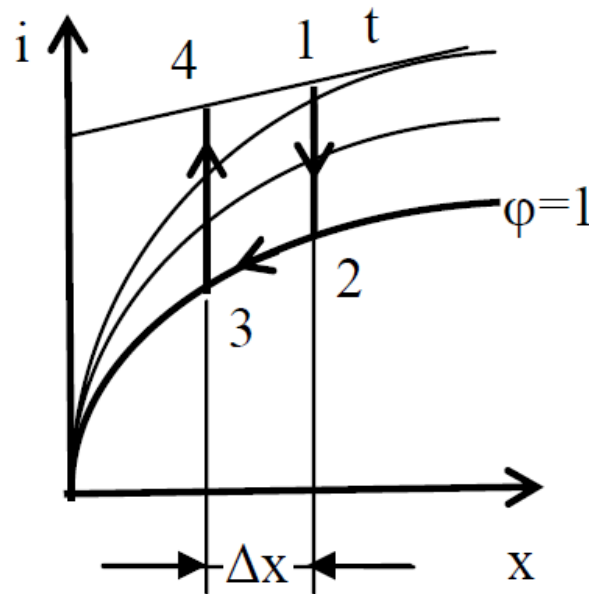
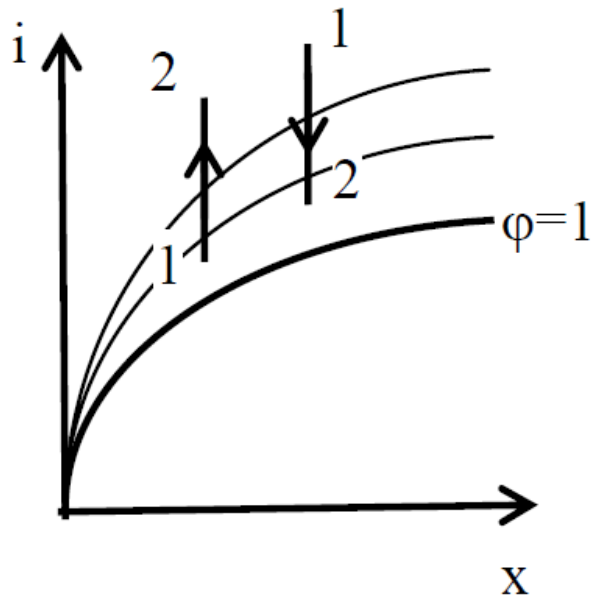
## A nedves levegő Mollier féle $i$ - $x$ diagramja





# 4. Nedves levegő termodinamikája

A nedves levegő állandó nyomású fűtése, hűtése, szárítása és szárítás nedves levegővel



# Tartalom

---

1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
3. Gőzök termodinamikája
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés: **Hővezetés**  
Hőátadás } Hőátbocsátás  
Hősugárzás



# 5. Hőközlés - Hővezetés

Szilárd testekben: hővezetés; folyadékokban és gázokban: hővezetés, hőátadás és hősugárzás

Fémekben és más vezetőkben: kristályrácsok rezgésével és szabad elektronok segítségével terjed a hő. Nemfémes anyagokban a kristályrácsok rezgésével.

Folyadékoknál és gázoknál a hővezetés csak lamináris áramlás során valósul meg. Gázoknál a hőenergia hordozói a kaotikus mozgást végző molekulák, folyadékok esetében a rendezetlen rezgőmozgása.

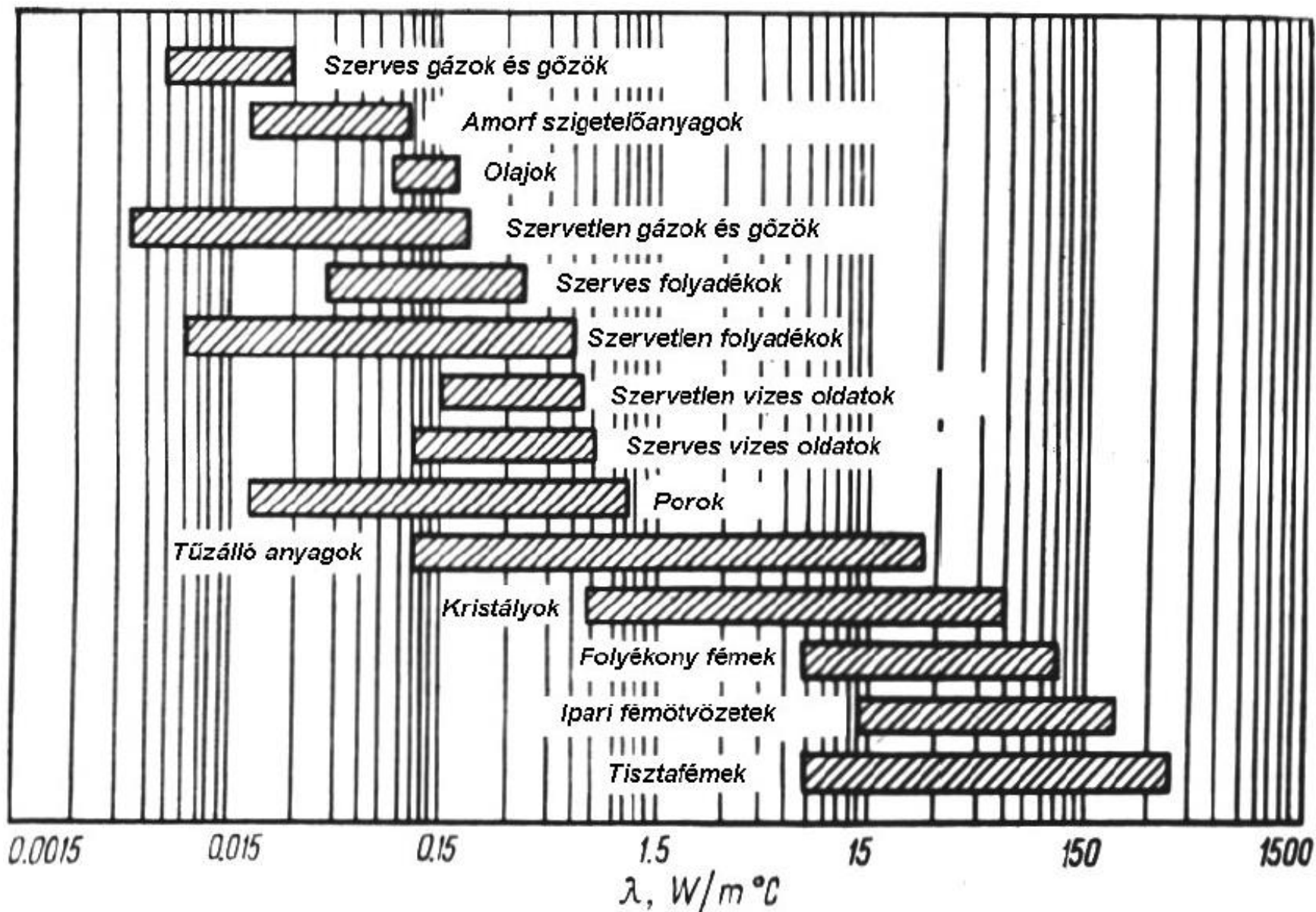
Fourier féle hipotézis:

$$\text{Elemi hőmennyiség: } dQ = -\lambda \operatorname{grad} t \, dA \, d\tau \quad \lambda [W / m / K]$$



Hőáram-sűrűség vektor:  $\vec{q} = -\lambda \operatorname{grad} t = -\vec{n}_0 \lambda \frac{dt}{dn}$

# 5. Hőközlés - Hővezetés



# 5. Hőközlés - Hővezetés

**Néhány anyag hővezetési tényezője ( $\lambda$ ) atmoszférikus (környezeti) nyomáson**

Anyag	Hőmérséklet (°C)	$\lambda$ [W/(mK)]
acél	25	16
alumínium	25	205
levegő	25	0.0262
hidrogén	25	0.168
jég	0	2.18
motorolaj	25	0.15
üveg (ablak)	25	0.96
papír	25	0.05
poliészter	25	0.05
szilikon olaj	25	0.1
vákuum	25	~ 0
víz	25	0.606

# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenlete

### Egyszerűsítő feltételek:

1. A test homogén és izotróp
2. Fizikai paramétereit állandók
3. Elhanyagolható a hőmérsékletváltozás okozta térfogatváltozás
4. A belső hőforrások eloszlása egyenletes

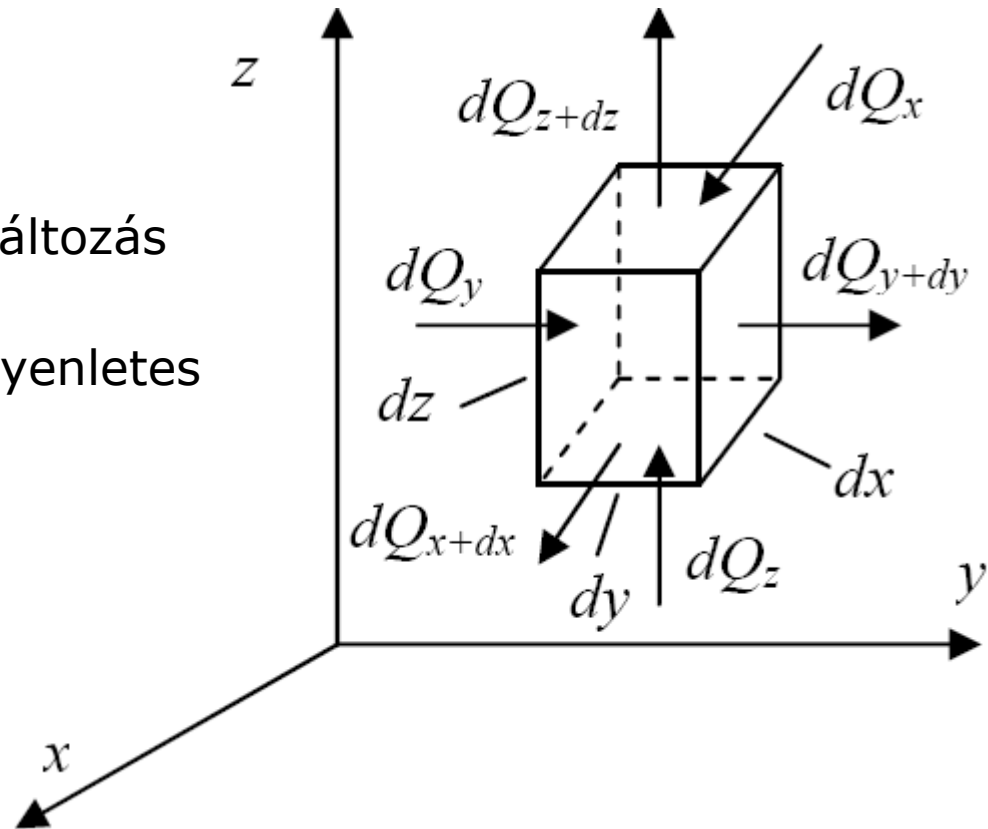
Energia egyenlet:

$$dQ_1 + dQ_2 = dU$$

↑  
vezetéssel  
érkező-elmelő

↑  
belső  
hőforrásból

↑  
eredő



# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenlete

$$dQ_1 + dQ_2 = dU \quad \text{x irányban:} \quad dQ_{1x} = dQ_x - dQ_{x+dx}$$


$$dQ_x = \dot{q}_x dy dz d\tau, \quad dQ_{x+dx} = \dot{q}_{x+dx} dy dz d\tau$$

$$dQ_{1x} = (\dot{q}_x - \dot{q}_{x+dx}) dy dz d\tau, \quad \text{amelyben}$$

$$\dot{q}_{x+dx} = \dot{q}_x + \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 \dot{q}_x}{\partial x^2} dx^2 + \dots$$

a másodrendűen kicsiny tagok elhanyagolásával:

$$dQ_{1x} = -\frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} dx dy dz d\tau, \quad \text{y és z irányokban hasonlóan eljárva:}$$


$$dQ_1 = -\left( \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) dx dy dz d\tau,$$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenlete

$$dQ_1 = - \left( \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) dx dy dz d\tau,$$

a belső hőforrásra felírható:  $dQ_2 = \dot{q}_v dV d\tau,$

a test belső energiájának megváltozása:  $dU = c_v \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau dm,$

majd  $dQ_1 + dQ_2 = dU$  alapján:  $c_v \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = - \left( \frac{\partial \dot{q}_x}{\partial x} + \frac{\partial \dot{q}_y}{\partial y} + \frac{\partial \dot{q}_z}{\partial z} \right) + \dot{q}_v$

$c_v \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = -\operatorname{div} \vec{\dot{q}} + \dot{q}_v$       Fourier törvénye alapján:  $\vec{\dot{q}} = -\lambda \operatorname{grad} t$

Ekkor:

$$c_v \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} t) + \dot{q}_v, \quad \frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c_v \rho} \operatorname{div}(\operatorname{grad} t) + \frac{\dot{q}_v}{c_v \rho}$$

# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenlete

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\lambda}{c_v \rho} \operatorname{div}(\operatorname{grad} t) + \frac{\dot{q}_v}{c_v \rho} \rightarrow \boxed{\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{\dot{q}_v}{c_v \rho}},$$

amely a hővezetés általános differenciálegyenlete és amelyben

$$a = \frac{\lambda}{c_v \rho} \left[ \frac{m^2}{s} \right] \text{ a hőmérsékletvezetési tényező.}$$

Descartes (Cartesian) féle koordináta rendszerben:

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Hengerkoordináta rendszer esetén:

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenletéből származtatott egyenletek

A hővezetés általános differenciálegyenlete: 
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{\dot{q}_v}{c_v \rho}$$

A hővezetés általános differenciálegyenletéből származtatott egyenletek:

Fourier egyenlet: 
$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$$

Poisson egyenlet: 
$$0 = a \nabla^2 t + \frac{\dot{q}_v}{c_v \rho} \rightarrow 0 = \nabla^2 t + \frac{\dot{q}_v}{\lambda}$$

Laplace egyenlet: 
$$0 = \nabla^2 t \rightarrow 0 = \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2}$$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

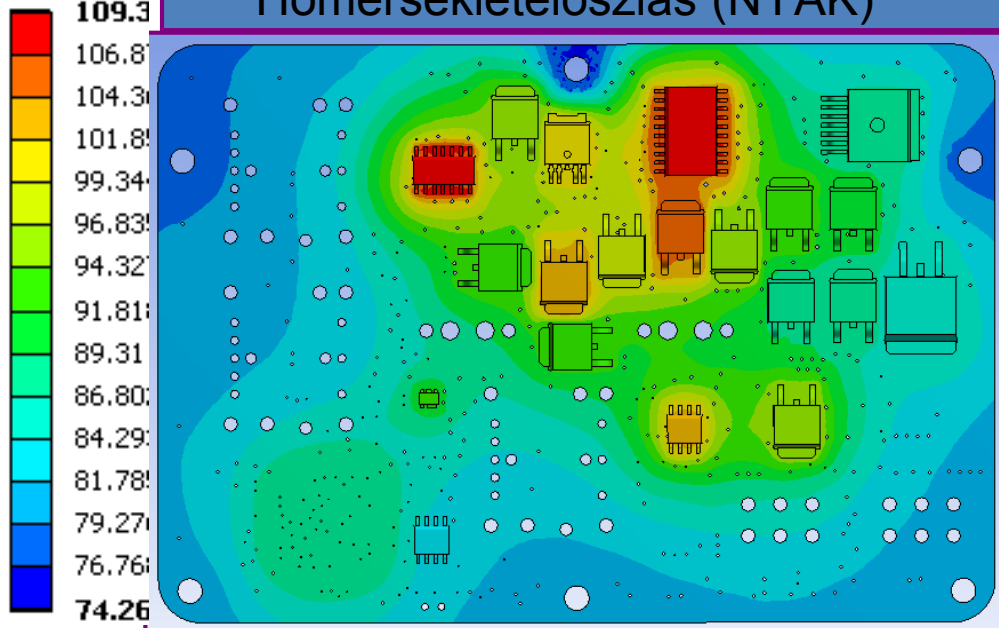
## A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása

A parciális differenciálegyenlet megoldásához (keressük:  $t=f(x,y,z,\tau)$ ) egyértelműségi feltételeket kell megadni:

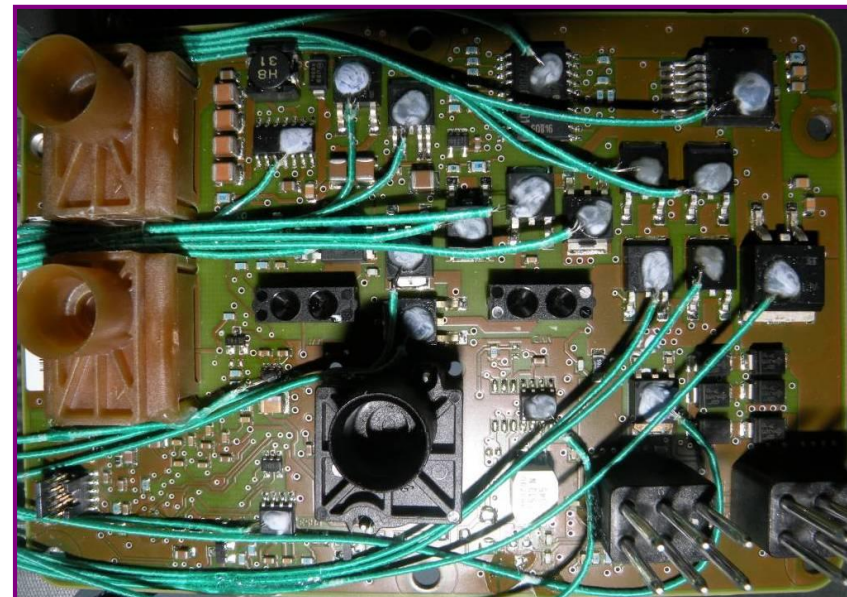
1. Geometria,
2. Anyagtulajdonságok (közeg, test),
3. Kezdeti feltételek,
4. Peremfeltételek.

### 1. Geometria

Hőmérsékleteloszlás (NYÁK)



NYÁK mérési konfiguráció



# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása

2. Anyag- és közegtulajdonságok

*pl.:*  $c_p$ ,  $c_v$ ,  $\kappa$ ,  $R$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$ ,  $\mu$ , *stb.*

3. Kezdeti feltételek:

$$\tau = 0, \quad t = f(x, y, z)$$

4. Peremfeltételek:

4.1 elsőfajú (Dirichlet):  $t = f(x, y, z, \tau)$  konkrét érték

4.2 másodfajú (Neumann):  $\vec{q} = f(x, y, z, \tau)$  hőáramsűrűség-eloszlás

4.3 harmadfajú



(Newtoni) feltétel :  $\dot{q} = \alpha(t_w - t_\infty)$  környezet hőmérséklete és a hőátadás törvényszerűsége

# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása

4.3 harmadfajú

környezet hőmérséklete és a hőátadás törvényszerűsége (leggyakoribb)

(Newtoni) feltétel:  $\dot{q} = \alpha(t_w - t_\infty)$

Az energia-megmaradás miatt:  $\dot{q}_{testre\_érkező} = \dot{q}_{testbe\_távozó} \rightarrow$


$$\alpha(t_w - t_\infty) = -\lambda \left( \frac{dt}{dn} \right)_w$$

↑  
hőátadás
↑  
hővezetés

$$t_w = f \left( \alpha, \lambda, t_\infty, \left. \frac{dt}{dn} \right|_w \right) \leftarrow$$

Lineáris kapcsolat a fali hőmérséklet és hőmérséklet-gradiens között

4.4 negyedfajú (ideális kontakt kapcsolat, az érintkező felületek hőmérséklete azonos, a valóságban a felület-érdesség miatt nem így van):  $\rightarrow \dot{q}_{1\_testbőe\_érkező} = \dot{q}_{2\_testbe\_távozó} \rightarrow$



$$\rightarrow -\lambda_1 \left( \frac{dt_1}{dn} \right)_w = -\lambda_2 \left( \frac{dt_2}{dn} \right)_w$$

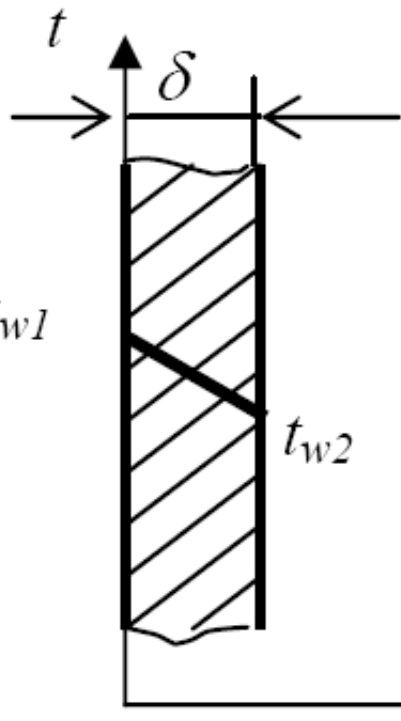
↑  
hővezetés
↑  
hővezetés

# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása – állandósult, belső hőforrás nélküli egydimenziós hővezetés

A hővezetés általános differenciálegyenlete:  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \frac{\dot{q}_v}{c_v \rho}$   $\nabla^2 t = 0$

### 1. Sík fal állandósult, egydimenziós hővezetése:



$$\nabla^2 t = 0 \rightarrow \frac{d^2 t}{dx^2} = 0 \rightarrow \int \rightarrow \frac{dt}{dx} = C_1 \rightarrow \int \rightarrow t = C_1 x + C_2$$

Peremfeltételek:

$$x = 0 \text{ esetén } t = t_{w1} \rightarrow C_2 = t_{w1}$$

$$x = \delta \text{ esetén } t = t_{w2} \rightarrow C_1 = -\frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta}$$

$x$  Ekkor a hőmérséklet eloszlás:  $t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} x$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása – állandósult, belső hőforrás nélküli egydimenziós hővezetés

A hőmérséklet eloszlás:  $t = t_{w1} - \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\delta} x$

A hőáram sűrűség és hőmennyiség a Fourier hipotézis alapján a következőképpen számolható:

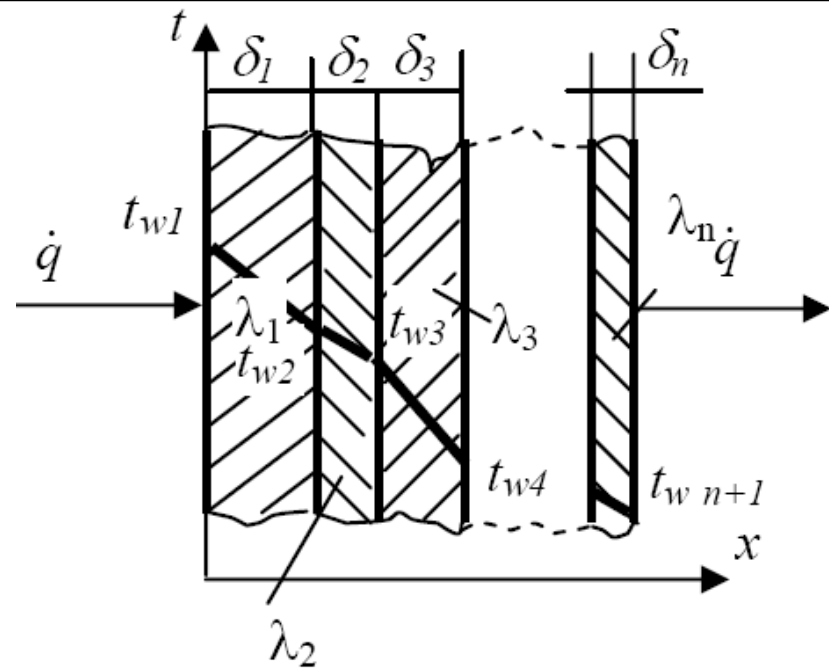
$$\dot{q} = -\lambda \operatorname{grad} t = -\lambda \frac{dt}{dx} = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}), \quad Q = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2}) A \tau \text{ [J]}$$

### 2. Többrétegű síkfal hővezetése:

$$\dot{q} = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{w1} - t_{w2}), \quad \dot{q} = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{w2} - t_{w3}),$$

$$\dots\dots\dots, \quad \dot{q} = \frac{\lambda_n}{\delta_n} (t_{wn} - t_{wn+1})$$

$$\dot{q} = \frac{t_{w1} - t_{wn+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i}}$$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása –  
állandósult, belső hőforrás nélküli egydimenziós hővezetés

## 3. Hengeres fal állandósult egydimenziós (sugár-menti), belső hőforrás nélküli hővezetése

Hengerkoordináták esetén (vont):

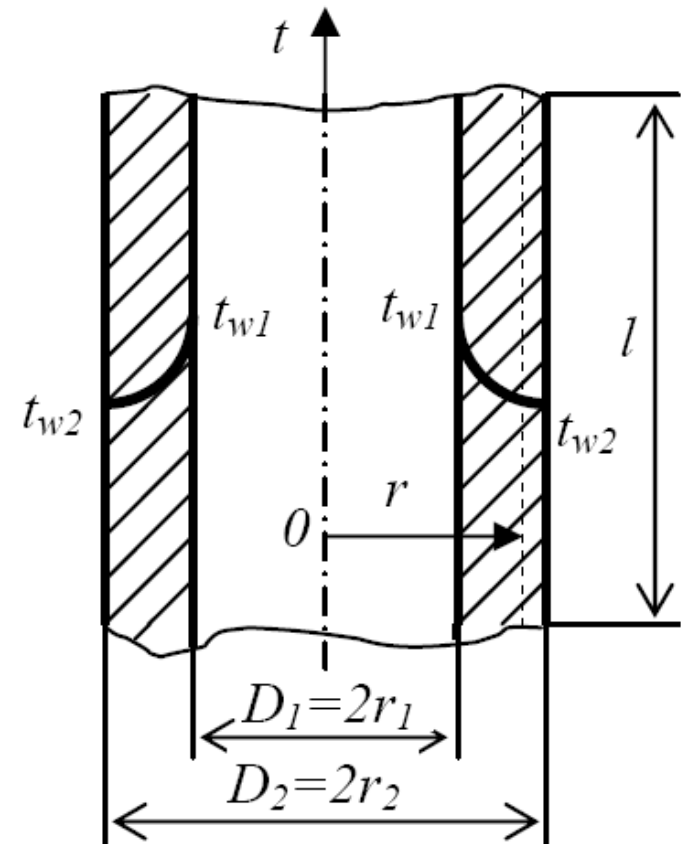
$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

$$\nabla^2 t = 0$$

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 t}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0$$

Kiinduló feltétel:  $\frac{\partial t}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial t}{\partial z} = 0,$

ezért:  $\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása –  
állandósult, belső hőforrás nélküli egydimenziós hővezetés

$$\frac{d^2 t}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = 0 \quad \text{Peremfeltételek:}$$

$$r = r_1 \text{ esetén } t = t_{w1}, \quad r = r_2 \text{ esetén } t = t_{w2}$$

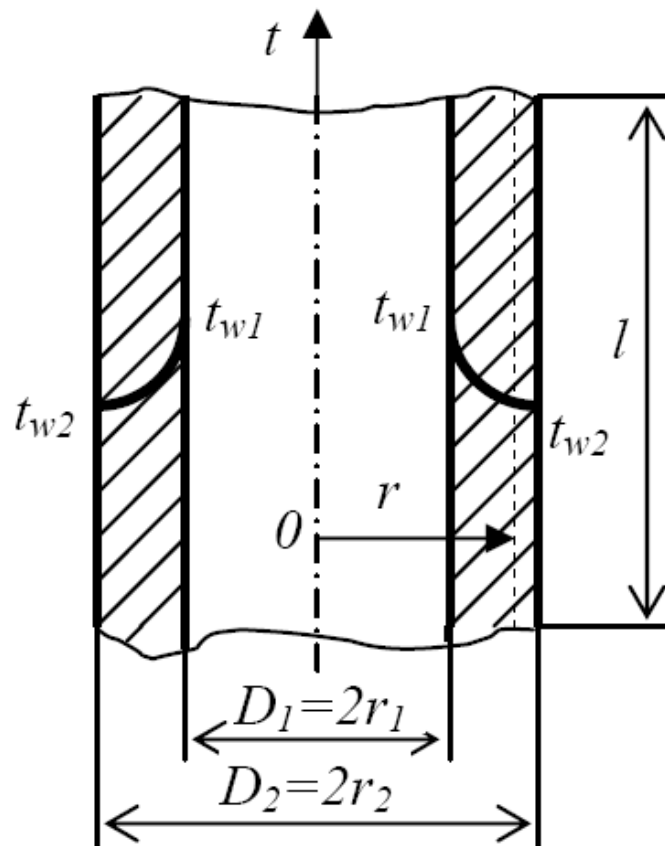
$$! u = \frac{dt}{dr}, \text{ ekkor } \frac{d^2 t}{dr^2} = \frac{du}{dr} \text{ és } \frac{1}{r} \frac{dt}{dr} = \frac{u}{r}$$

$$\frac{du}{dr} + \frac{u}{r} = 0 \rightarrow \frac{du}{u} = -\frac{dr}{r} \rightarrow \int \rightarrow$$

$$\ln u + \ln r = \ln C_1 \rightarrow ur = C_1 \rightarrow u = \frac{C_1}{r}$$

$$\text{vagyis: } \frac{dt}{dr} = \frac{C_1}{r} \rightarrow dt = \frac{C_1}{r} dr \text{ integrálva}$$

$$t = C_1 \ln r + C_2$$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása – állandósult, belső hőforrás nélküli egydimenziós hővezetés

Volt peremfeltételek:  $r = r_1$  esetén  $t = t_{w1}$ ,  $r = r_2$  esetén  $t = t_{w2}$

$$t = C_1 \ln r + C_2 \longrightarrow t_{w1} = C_1 \ln r_1 + C_2 \text{ és } t_{w2} = C_1 \ln r_2 + C_2$$

A két egyenletből kifejezhető a két ismeretlen:

$$C_1 = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}}, \quad C_2 = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln r_1}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \quad \left. \vphantom{C_1} \right\} \longrightarrow t = C_1 \ln r + C_2$$

$$\text{Adódik: } t = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln \frac{r}{r_2}}{\ln \frac{r_1}{r_2}} \quad \text{vagy: } t = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln \frac{D}{D_1}}{\ln \frac{D_1}{D_2}}$$

a hőmérséklet eloszlásra a sugár mentén.



# 5. Hőközlés - Hővezetés

## A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása – állandósult, belső hőforrás nélküli egydimenziós hővezetés

Az időegység alatt átáramlott hőmennyiség a következő (a hőáram-sűrűség a sugár mentén változó felület miatt nem értelmezhető):

$$\dot{Q} = -\lambda \frac{dt}{dr} A, \left\{ A = 2\pi r l, t = t_{w1} - (t_{w1} - t_{w2}) \frac{\ln \frac{r}{r_1}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \frac{dt}{dr} = \frac{C_1}{r} = \frac{t_{w1} - t_{w2}}{r \ln \frac{r_1}{r_2}} \right.$$

$$\dot{Q} = -2r\pi l \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{r \ln \frac{r_1}{r_2}} = 2\pi l \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = 2\pi l \lambda \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{D_2}{D_1}}$$

Alakítsuk át ezt az egyenletet:

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l (r_2 - r_1) \lambda}{(r_2 - r_1) \ln \frac{r_2}{r_1}} \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\lambda}{\delta} \frac{2\pi l (r_2 - r_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_{w1} - t_{w2})$$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása –  
állandósult, belső hőforrás nélküli egydimenziós hővezetés

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} \frac{2\pi l (r_2 - r_1)}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_{w1} - t_{w2}) = \frac{\lambda}{\delta} \frac{2\pi l (r_2 - r_1)}{\ln \frac{2\pi r_2 l}{2\pi r_1 l}} (t_{w1} - t_{w2}) =$$

$$= \frac{\lambda}{\delta} \frac{A_2 - A_1}{\ln \frac{A_2}{A_1}} (t_{w1} - t_{w2}) \quad ! \quad A_{ekv} = \frac{A_2 - A_1}{\ln \frac{A_2}{A_1}},$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} A_{ekv} (t_{w1} - t_{w2})$$



# 5. Hőközlés - Hővezetés

A hővezetés általános differenciál egyenletének megoldása – állandósult, belső hőforrás nélküli egydimenziós hővezetés

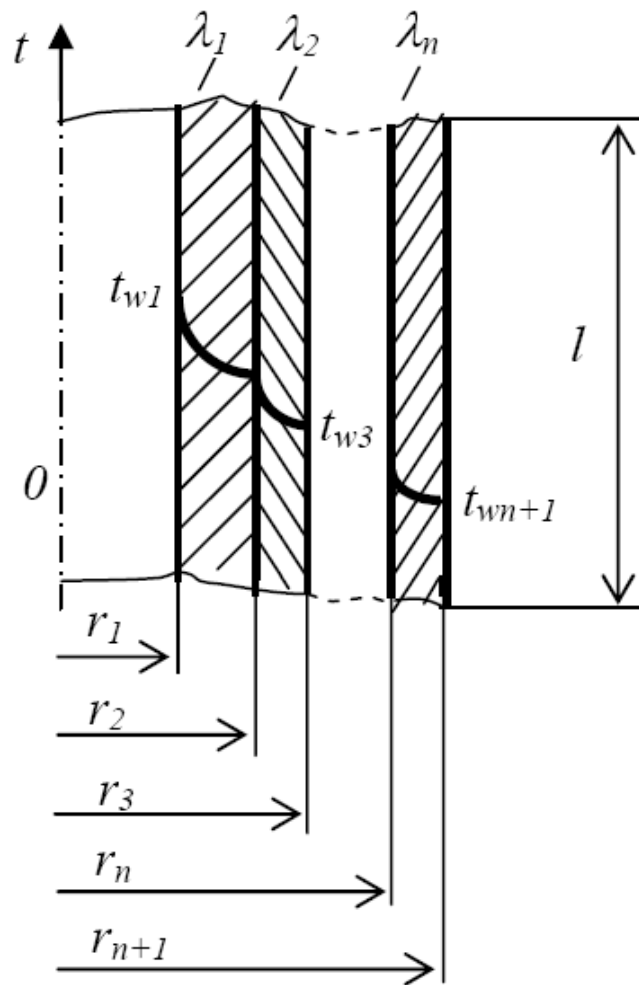
## 4. Többrétegű hengeres fal állandósult egydimenziós (sugár-menti), belső hőforrás nélküli hővezetése:

$$\dot{Q} = 2\pi l \lambda_1 \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\ln \frac{r_2}{r_1}}, \quad \dot{Q} = 2\pi l \lambda_2 \frac{t_{w2} - t_{w3}}{\ln \frac{r_3}{r_2}}$$

.....,

$$\dot{Q} = 2\pi l \lambda_n \frac{t_{wn} - t_{wn+1}}{\ln \frac{r_{n+1}}{r_n}}$$

$$\dot{Q} = 2\pi l \frac{t_{w1} - t_{wn+1}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i}}$$





# Tartalom

---

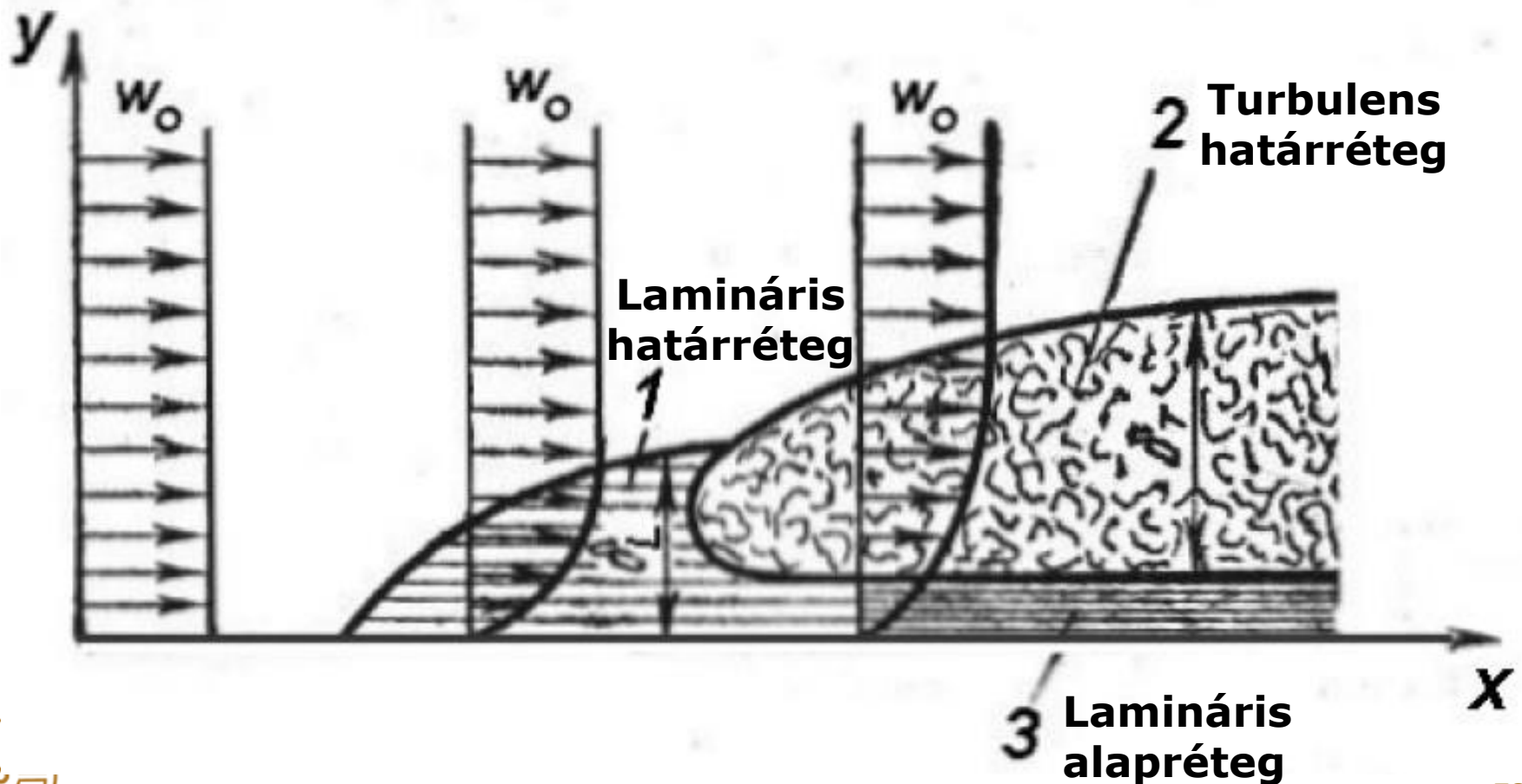
1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
3. Gőzök termodinamikája
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés: 

Hővezetés	}	Hőátbocsátás
Hőátadás		
Hősugárzás		



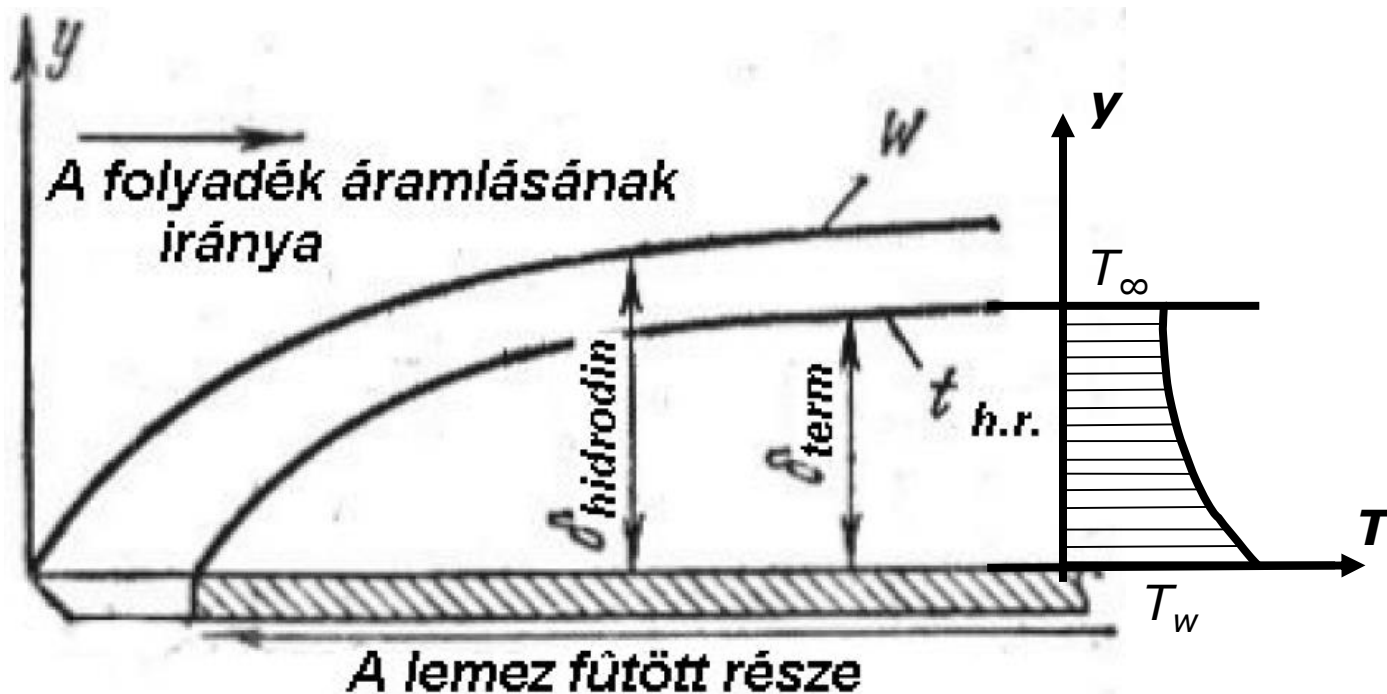
# 5. Hőközlés - Hőátadás

Lamináris és turbulens határréteg kialakulása és fontosabb jellemzői



# 5. Hőközlés - Hőátadás

## Termikus határréteg kialakulása és fontosabb jellemzői



A hidraulikus és termikus határréteg vastagsága általában nem egyenlő, közöttük a Prandtl szám teremti meg a kapcsolatot;  $Pr = \nu/a$ , amely a viszkozus és a termikus diffúzió arányát fejezi ki.  $a = \lambda/c_v\rho$  a hőmérsékletvezetési tényező,  $\nu$  a kinematikai viszkozitás. Jelen esetben:  $Pr > 1$  ( $\delta_h > \delta_t$ )

# 5. Hőközlés - Hőátadás

## A hőátadás kialakulásának folyamatai

A hőátadás során a hőt az áramlás (gáz vagy folyadék) szállítja és vezeti (illetve adja át a szilárd halmazállapotú anyagnak). A hő „szállításában” tehát maga az áramló közeg (konvekció) is részt vesz. A hőközlést mindig hővezetés kíséri.

A hőátadás szempontjából szabad (a melegedés v. leülés miatti sűrűség különbség indukálta) és kényszer (mesterséges, pl. szivattyú) konvekció (áramlás) különböztethető meg.

Turbulens áramlásban ( $f(Re)$ ) jobb a hőátadás az intenzív, gomolygó (keveredő) jelleg miatt a lamináriséhoz képest.

Lamináris áramlásban és a turbulens határréteg lamináris alaprétegében a hő-átszármaztatás főként vezetéssel valósul meg.

A hidraulikus és termikus határrétek vastagsága általában nem egyenlő, közöttük a Prandtl szám teremti meg a kapcsolatot;  $Pr = \nu/a$ , amely a viszkozus és a termikus diffúzió arányát fejezi ki.  $a = \lambda/c_v\rho$  a hőmérsékletvezetési tényező,  $\nu$  a kinematikai viszkozitás.

# 5. Hőközlés - Hőátadás

## A hőátadás kiszámításának módja

A hőátadással átszarmaztatott hőmennyiséget állandósult esetben a Newton-Riemann egyenlettel számíthatjuk:

$$\dot{q} = \alpha(t_w - t_f), \quad \dot{Q} = \alpha A(t_w - t_f), \quad \alpha [W / m^2 / K]$$

ahol  $\alpha$  - hőátadási tényező;  $A$  – hőátadási felület;  $t_w$  – a fal felületének hőmérséklete;  $t_f$  – a folyadék hőmérséklete. A hőátadási tényező sok jellemző függvénye

$$\alpha = f(w, \lambda, \mu, \rho, c_p, t_f, t_w, \Phi, l_1, l_2 \dots)$$

itt  $w$ -sebesség,  $\lambda$  -hővezetési tényező,  $\mu$  - dinamikai viszkozitás  $\rho$  - sűrűség,  $c_p$  - fajhő,  $t_f$ - a folyadék-,  $t_w$  - a falfelület hőmérséklete,  $\Phi$  - alak,  $l$  - méretek

A hőátadási tényező meghatározása számítással nem vagy csak igen egyszerű esetekben, idealizálva lehetséges.

A gyakorlatban meghatározása mérés útján történik úgy, hogy az egyedi mérési eredményeket általánosított formában a hasonlóság elméletet felhasználva feldolgozzák. Az így feldolgozott eredmények az eredetihez hasonló formában lejátszódó jelenségekre érvényesek.



# 5. Hőközlés - Hőátadás

## A hasonlóságelmélet alapjai

- Célja:
- Egyedi mérések vagy számítások alapján általánosított összefüggések kialakítása. (Kisminta modellek.)
  - A műszaki berendezésekben lejátszódó folyamatok tanulmányozása modellek segítségével. Itt + a hőátadási tényező meghatározása.

Modell → labor mérések → vizsgált jelenséget befolyásoló méretek, anyagjellemzők és mennyiségek kiválasztása → ezekből mértékegység nélküli „számok” ún. „hasonlóság számok” képzése

Hasonló folyamatok, jelenségek:

Geometriailag hasonló rendszerben lejátszódó jelenségek, amennyiben

- az egymásnak megfelelő pontokban,
- az egymásnak megfelelő időpillanatokban az egynevű mennyiségek viszonya állandó.

Csak azonos természetű, azonos alakú és fizikai tartalmú analitikai összefüggéssel leírható folyamatok hasonlóak.



# 5. Hőközlés - Hőátadás

## A Nusselt szám levezetése a hasonlóságelmélet alapján

A hőátadási folyamatot leíró differenciálegyenlet a két esetre

I. rendszer

II. rendszer

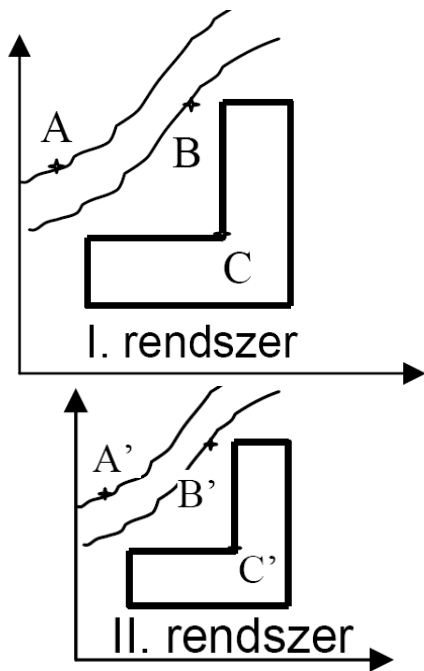
$$\alpha \Delta t = -\lambda \left( \frac{dt}{dn} \right)_w \quad \alpha' \Delta t' = -\lambda' \left( \frac{dt'}{dn'} \right)_{w'}$$

$$\alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \left( \frac{dt}{dn} \right)_w \quad \alpha' = -\frac{\lambda'}{\Delta t'} \left( \frac{dt'}{dn'} \right)_{w'}$$

Az egynemű mennyiségek aránya (a szimplexek):

$$C_\alpha = \frac{\alpha'}{\alpha}, \quad C_\lambda = \frac{\lambda'}{\lambda}, \quad C_t = \frac{t'}{t} = \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{dt'}{dt},$$

$$C_l = \frac{l'}{l} = \frac{\Delta n'}{\Delta n} = \frac{dn'}{dn}$$



Hasonló rendszerek az egymásnak megfelelő pontokkal





# 5. Hőközlés - Hőátadás

## A Nusselt szám levezetése a hasonlóságelmélet alapján

Fejezzük ki a II. rendszer paramétereit az I-vel:

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= C_\alpha \alpha, & \lambda' &= C_\lambda \lambda, & dn' &= C_l dn \\ \Delta t' &= C_t \Delta t, & dt' &= C_t dt, \end{aligned} \right\} \alpha' = -\frac{\lambda'}{\Delta t'} \left( \frac{dt'}{dn'} \right)_{w'} \rightarrow$$

$$\alpha = -\frac{C_\lambda}{C_\alpha C_l} \frac{\lambda}{\Delta t} \left( \frac{dt}{dn} \right)_w. \quad \text{Ekkor} \quad \frac{C_\lambda}{C_\alpha C_l} = 1 \quad \text{mivel} \quad \alpha = -\frac{\lambda}{\Delta t} \left( \frac{dt}{dn} \right)_w.$$

Helyettesítsük vissza a hasonlósági állandók kifejezéseit:

$$\frac{C_\lambda}{C_\alpha C_l} = \frac{\lambda' \alpha l}{\lambda \alpha' l'} = 1 \rightarrow \frac{\alpha l}{\lambda} = \frac{\alpha' l'}{\lambda'} = \text{áll.} = Nu \quad \text{a Nusselt szám,}$$

amely a szilárd test felülete és a folyadék közötti hőátadási folyamatok hasonlóságának a feltétele.



# 5. Hőközlés - Hőátadás

## További hasonlósági számok

**Reynolds-szám** a tehetetlenségi és viszkózus erők viszonyát jellemző szám:

$$Re = \frac{cd}{\nu} \quad (c\text{-sebesség, } d\text{- jellemző lineáris méret, } \nu\text{- kinematikai viszkozitás)}$$

**Prandtl-szám** a hidrodinamikai és termikus határrétegek vastagságának viszonyát fejezi ki (olajok (rossz hővezető):  $Pr > 1$ , gázok  $Pr \approx 1$ , folyékony fémek:  $Pr < 1$ ):

$$Pr = \nu/a \quad (a \text{ hőmérsékletvezetési tényező: } a = \lambda/c_v\rho, \nu \text{ a kinematikai viszkozitás})$$

**Grashoff-féle szám** a folyadékban sűrűségkülönbség miatt ébredő felhajtó erő és a molekuláris súrlódás viszonyát jellemzi:

$$Gr = \frac{\beta g l^3 \Delta t}{\nu^2} \quad (\beta\text{- térfogati hőtágulási arány (} 1/t \text{ [1/K]), } g\text{- nehézségi gyorsulás, } l\text{- jellemző lineáris méret, } \Delta t\text{- a szabad konvekciót előidéző hőmérsékletkülönbség)}$$



# 5. Hőközlés - Hőátadás

## A hasonlósági számok közötti kapcsolat (cél a hőátadási tényező meghatározása):

A *Nusselt*-számot leggyakrabban az előbbi hasonlósági kritériumok függvényeként szokás megadni:  $Nu = f(Re, Gr, Pr)$

Általános alakja:  $Nu = a Re^b Gr^c Pr^d (Pr_f / Pr_w)^e$ ,

ahol az  $a, b, c, d$ , és  $e$  állandók értéke a hőátadás sajátosságától függ (mérésekből, kézikönyvben adott). Az  $f$  és  $w$  index a  $Pr$  szám meghatározási hőmérsékletét ( $f$  - áramló közeg,  $w$  - szilárd fal) jelöli.

Kifejezett kényszeráramlás (kényszer konvekció) esetén:  $Nu = f(Re, Pr)$

Kifejezett szabadáramlás (szabad konvekció) esetén:  $Nu = f(Gr, Pr)$

A hőátadási tényező számításának menete: hasonló mérésekből (kézikönyv alapján)  $a, b, c, d$ , és  $e$  paraméterek meghatározása,  $Re$ ,  $Gr$ ,  $Pr$  és az előbbiekből a  $Nu$  kiszámítása a fenti (2.) képlet alapján. Végül a  $Nu$  számból:

$$\alpha = \lambda Nu / l \quad \text{és végül} \quad \dot{q} = \alpha (t_w - t_f), \quad \text{vagy} \quad \dot{Q} = \alpha A (t_w - t_f).$$



# Tartalom

---

1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
3. Gőzök termodinamikája
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés: 

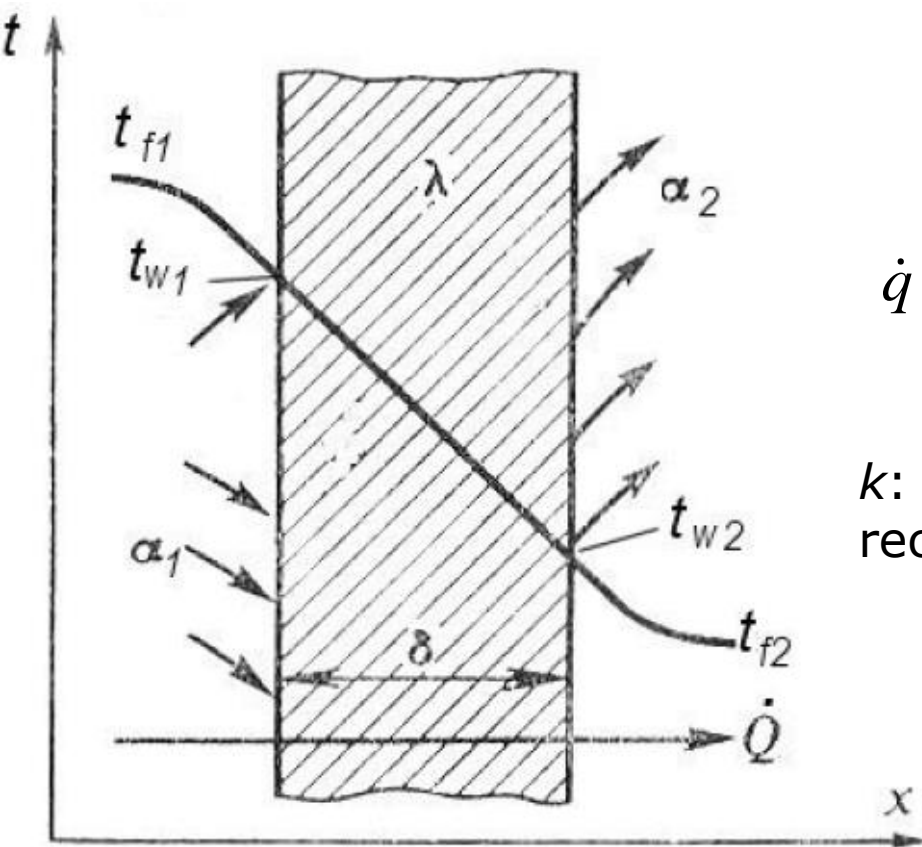
Hővezetés	}	Hőátbocsátás
Hőátadás		
Hősugárzás		



# 5. Hőközlés - Hőátbocsátás

## Hőátadás és hővezetés (hőátbocsátás) – síkfal állandósult hőátbocsátása

$$\alpha [W / m^2 / K]$$



$$\dot{q} = \alpha_1 (t_{f1} - t_{w1})$$

$$\dot{q} = \frac{\lambda}{\delta} (t_{w1} - t_{w2})$$

$$+ \dot{q} = \alpha_2 (t_{w2} - t_{f2})$$

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_{f1} - t_{f2}) = k (t_{f1} - t_{f2})$$

$k$ : a hőátbocsátási tényező, a hőellenállás reciproka. Többrétegű síkfalra:

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_{f1} - t_{f2})$$

# 5. Hőközlés - Hőátbocsátás

## Hőátadás és hővezetés (hőátbocsátás) – hengeres fal állandósult hőátbocsátása

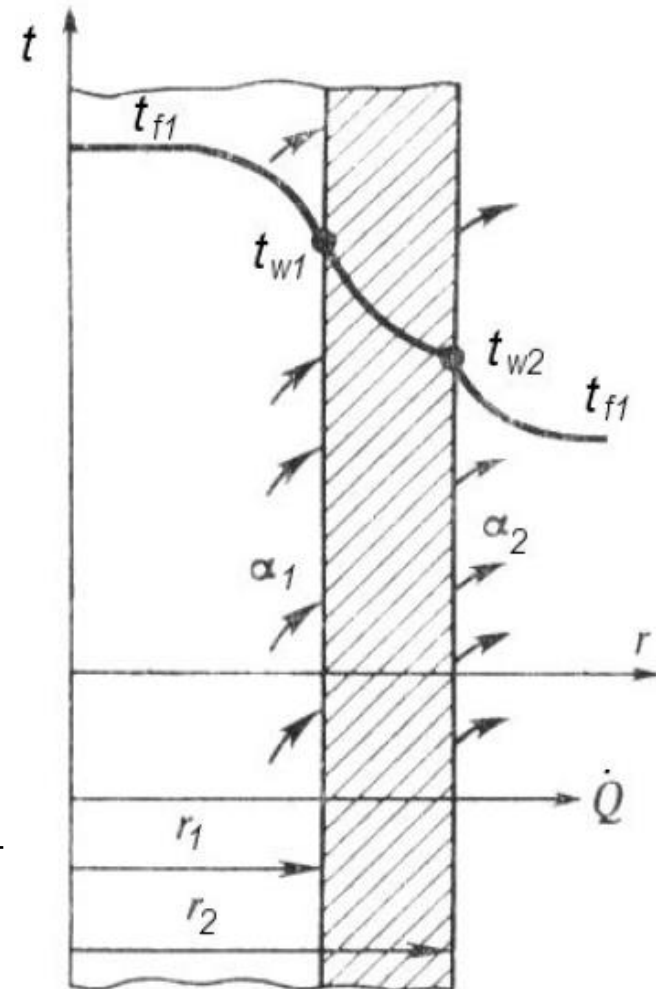
$$\dot{Q} = \alpha_1 A_1 (t_{f1} - t_{w1}) = \alpha_1 2\pi r_1 l (t_{f1} - t_{w1})$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda 2\pi l}{\ln(r_2/r_1)} (t_{w1} - t_{w2})$$

$$\dot{Q} = \alpha_2 A_2 (t_{w2} - t_{f2}) = \alpha_2 2\pi r_2 l (t_{w2} - t_{f2})$$

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l (t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 r_2}} \rightarrow$$

$$\dot{Q} = \frac{\pi l (t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \frac{1}{2\lambda} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\alpha_2 d_2}}$$



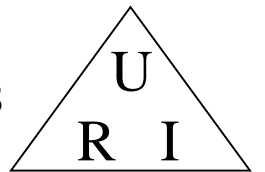
# 5. Hőközlés - Hőátbocsátás

Hőátadás és hővezetés (hőátbocsátás) – többretegű hengeres fal állandósult hőátbocsátása

$$\dot{Q} = \frac{2\pi l(t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 r_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{\lambda_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\alpha_2 r_{n+1}}} =$$

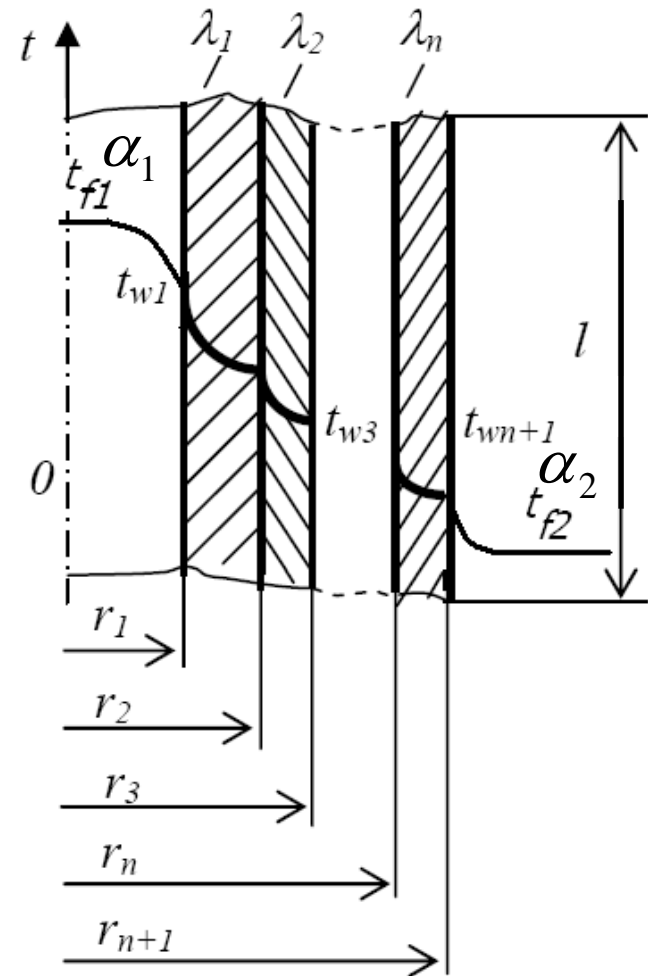
$$= \frac{\pi l(t_{f1} - t_{f2})}{\frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}},$$

amelyben a termikus ellenállás



$$R = R_1 + R_2 + R_3 =$$

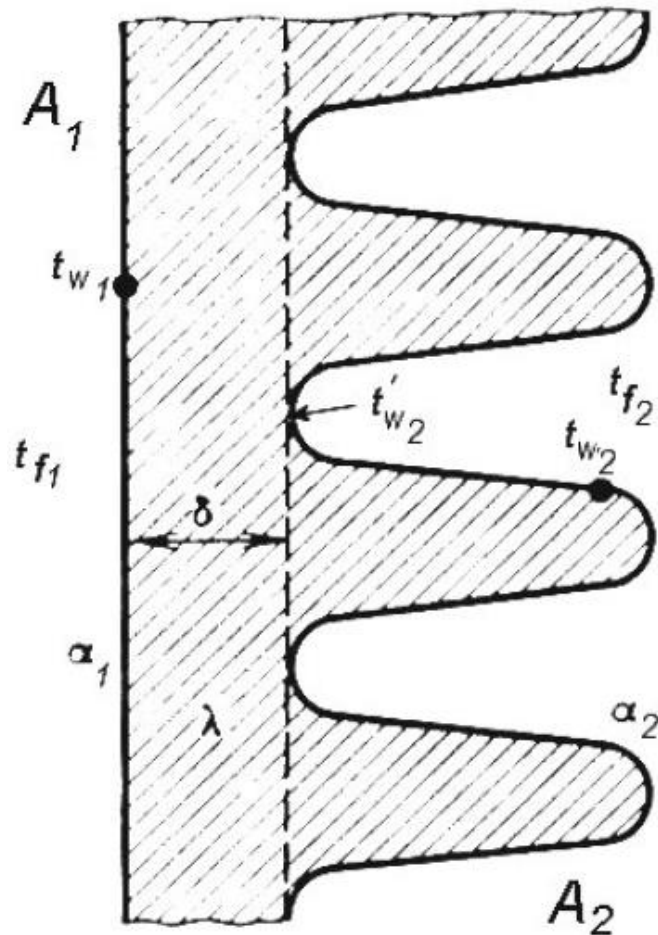
$$= \frac{1}{\alpha_1 d_1} + \sum_{i=1}^n \frac{1}{2\lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 d_{n+1}}$$





# 5. Hőközlés - Hőátbocsátás

## Hőátadás és hővezetés (hőátbocsátás) – bordázott fal állandósult hőátbocsátása



$$\text{Bordahatásfok: } \eta_B = \frac{\dot{Q}_{t_B = \text{vat}}}{\dot{Q}_{t_B = t_{w2}}} = \frac{A_2 \alpha_2 (t_B - t_{f2})}{A_2 \alpha_2 (t'_{w2} - t_{f2})}$$

ahol  $t_B$  - a bordák felületének közepes hőmérséklete.

$$\dot{Q} = \alpha_1 A_1 (t_{f1} - t_{w1})$$

$$t_{f1} > t_{f2}$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} A_1 (t_{w1} - t'_{w2})$$

$$\dot{Q} = \alpha_2 A_2 (t_B - t_{f2}) \rightarrow \dot{Q} = \alpha_2 \eta_B A_2 (t'_{w2} - t_{f2})$$

$$\dot{Q} = \frac{t_{f2} - t_{f1}}{\frac{1}{\alpha_1 A_1} + \frac{\delta}{\lambda A_1} + \frac{1}{\alpha_2 \eta_B A_2}}$$

# Tartalom

---

1. Brayton-körfolyamat
2. Nevezetes körfolyamatok összehasonlítása
3. Gőzök termodinamikája
4. Nedves levegő termodinamikája
5. Hőközlés: 

Hővezetés	}	Hőátbocsátás
Hőátadás		
Hősugárzás		



# 5. Hőközlés - Hősugárzás

Mindegyik test bocsát ki elektromágneses sugárzást.

Alacsony hőmérsékleteken (kb. a szobahőmérsékletig) az így kibocsátott energia gyakorlatilag elhanyagolható, míg a magas hőmérsékletek tartományában jelentőssé válik.

Hősugárzás (v. emisszió):

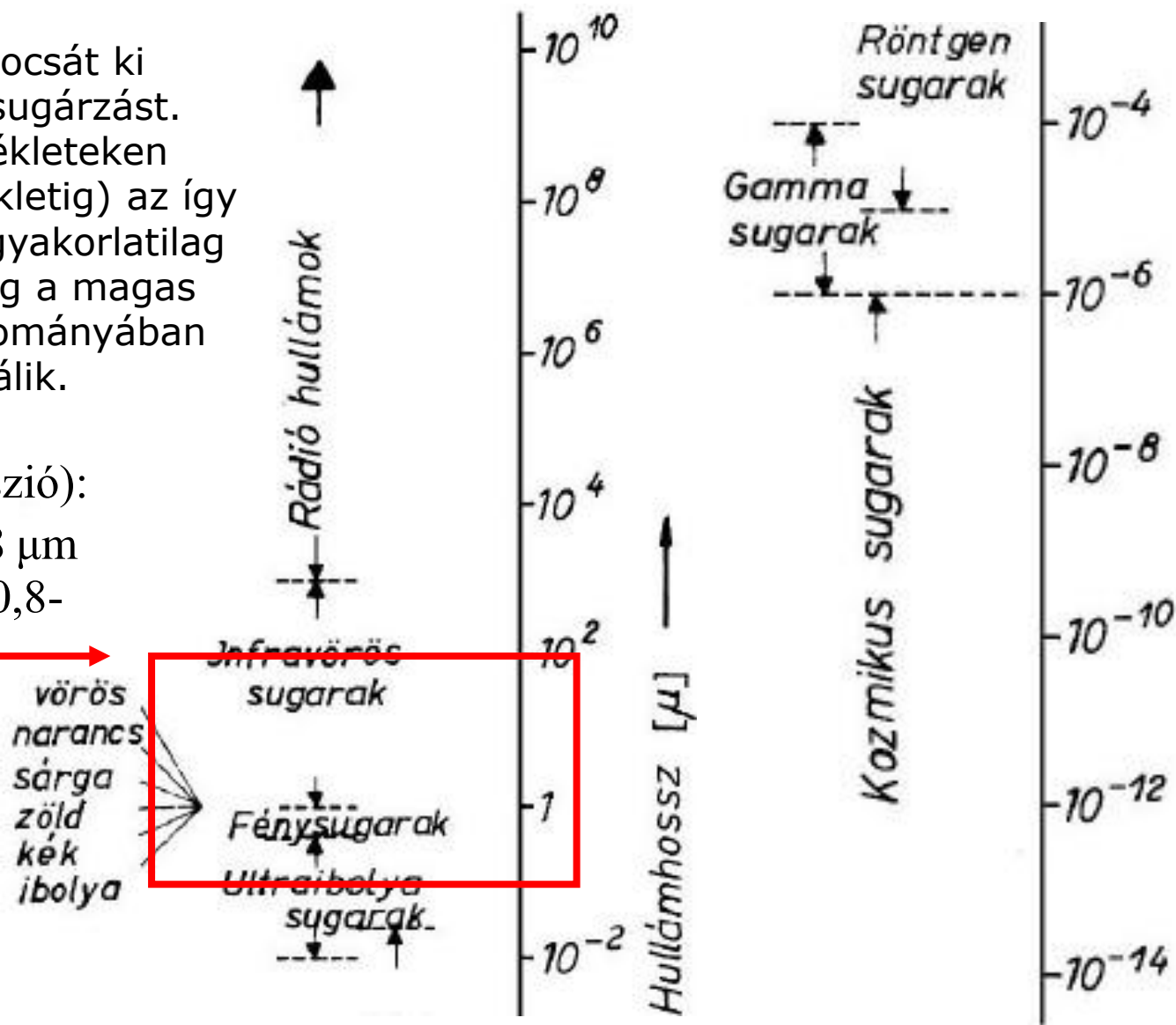
Látható fény: 0,4-0,8  $\mu\text{m}$

Infravörös sugarak: 0,8-

400  $\mu\text{m}$

A leggyakrabban:

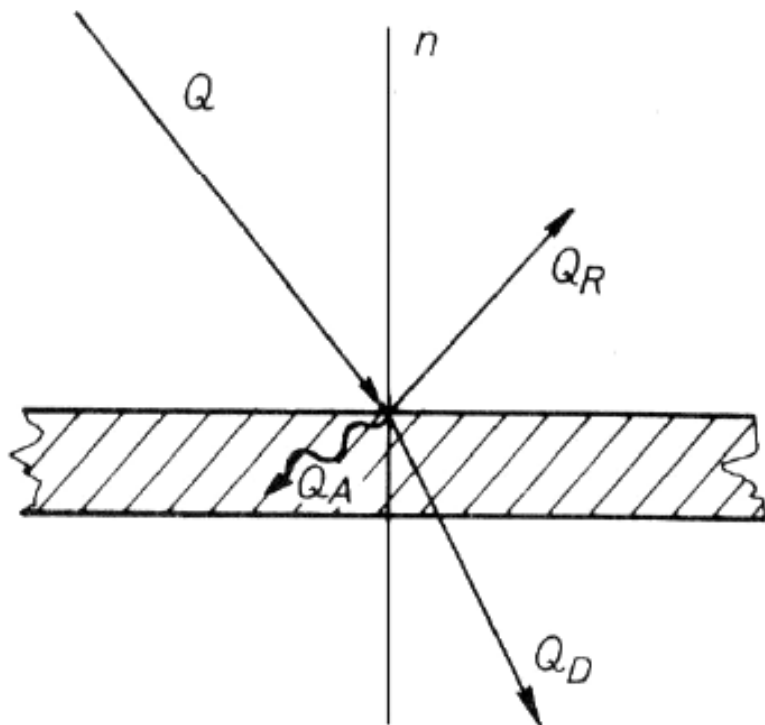
$\sim 10^{-1}-10^2$



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

Ha 0-tól-  $\infty$ -ig terjedő valamennyi hullámhosszú, minden irányban időegység alatt kisugárzó energiamennyiséget a sugárzó test felületére vonatkoztatjuk, akkor a test sugárzókéességét, vagy emisszió-képességét kapjuk meg:

$$E = \frac{\dot{Q}}{A} [W / m^2]$$



A beeső sugárzás eloszlása

A beeső sugárzás összes energiája:  $\dot{Q}$

A beeső sugárzás elnyelt energiája:  $\dot{Q}_A$

A beeső sug. visszavert energiája:  $\dot{Q}_R$

A beeső sug. átengedett energiája:  $\dot{Q}_D$

A: abszorbeált, R: reflektál, D: diffundált

Energiaegyensúly:  $\dot{Q} = \dot{Q}_A + \dot{Q}_R + \dot{Q}_D$

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

$$\dot{Q} = \dot{Q}_A + \dot{Q}_R + \dot{Q}_D \rightarrow 1 = \frac{\dot{Q}_A}{\dot{Q}} + \frac{\dot{Q}_R}{\dot{Q}} + \frac{\dot{Q}_D}{\dot{Q}} \rightarrow 1 = a + R + D$$

$a$ : elnyelési tényező,  $R$ : visszaverési tényező és  $D$  átengedési tényező

Tökéletesen átteresztő testek esetén:  $D=1, R=a=0$

Tökéletesen visszaverő (tükröző) testek esetén:  $R=1, D=a=0$  (ha a teljes visszaverődés szétszórt, akkor a testet tökéletesen (abszolút) fehér testnek nevezzük)

Abszolút elnyelő v. abszolút fekete testeknél:  $a=1, D=R=0$

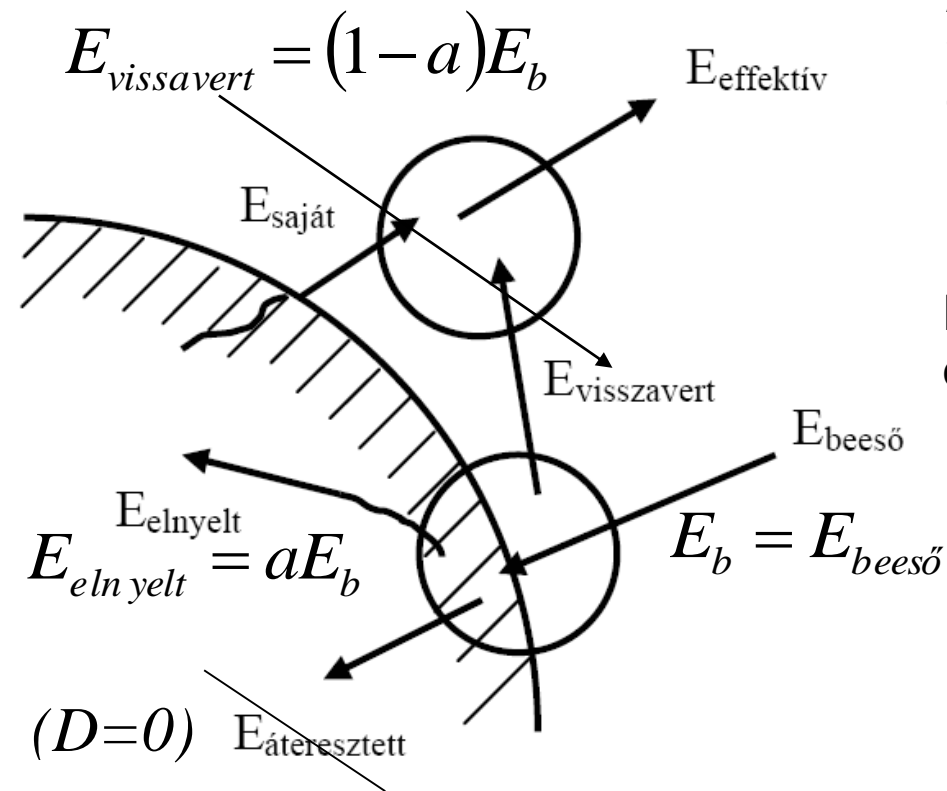
A testek nagy többségénél (és így a jelen esetben és a továbbiakban):  
 $D=0$ , ezért:  $a + R = 1$

A különböző testek által kibocsátott és elnyelt energia hányadosa általános esetben három alaptényező függvénye: függ a test hőmérsékletétől, az elnyelendő és kisugárzott elektromágneses hullámok tulajdonságaitól, amelyeket elsősorban a  $\nu$  frekvencia vagy a  $\lambda$  hullámhossz jellemez, és végül függ az adott anyag egyedi sajátosságaitól.

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Sugárzásos hőcsere

Sugárzásos hőcsere: Ha az adott test sugárzásos energiacsereében van a környezetében levő testekkel



A sima és csiszolt felületek visszaverési tényezője színtől függetlenül többszörösen nagyobb, mint az érdes felületeké.

Effektív (tényleges) besugárzás ( $m^2$ -enként) (sugárzókéesség) ( $D=0$ ):

$$E_{eff} = E_{saját} + RE_{beeső} = E_{saját} + (1-a)E_{beeső}$$

Abszolút fekete test esetén:

$$E_{eff} = E_{saját} = E_0, \text{ mivel } a_0 = 1.$$

Sugárzásos energiacsere

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Effektív sugárzókéesség

$$E_{eff} = E_{saját} + (1 - a)E_{beeső}$$

Az effektív sugárzókéesség nem csupán csak az adott test hőmérsékletének és fizikai jellemzőinek a függvénye, hanem függ a környező testek fizikai jellemzőitől, hőmérsékletétől, a sugárzási spektrumaitól, méreteitől, és viszonylagos helyzetétől.

Az adott test eredő sugárzásán az általa elnyelt sugárzás és a kibocsátott saját sugárzás különbségét értjük.

$$\dot{q}_{eredő} = E_{saját} - E_{elnyelt} = E_{saját} - aE_{beeső} \quad E_{beeső} = \frac{E_{saját} - \dot{q}_{eredő}}{a}$$

$$E_{eff} = E_{saját} + (1 - a) \frac{E_{saját} - \dot{q}_{eredő}}{a} = \dot{q}_{eredő} \left( 1 - \frac{1}{a} \right) + \frac{E_{saját}}{a}$$

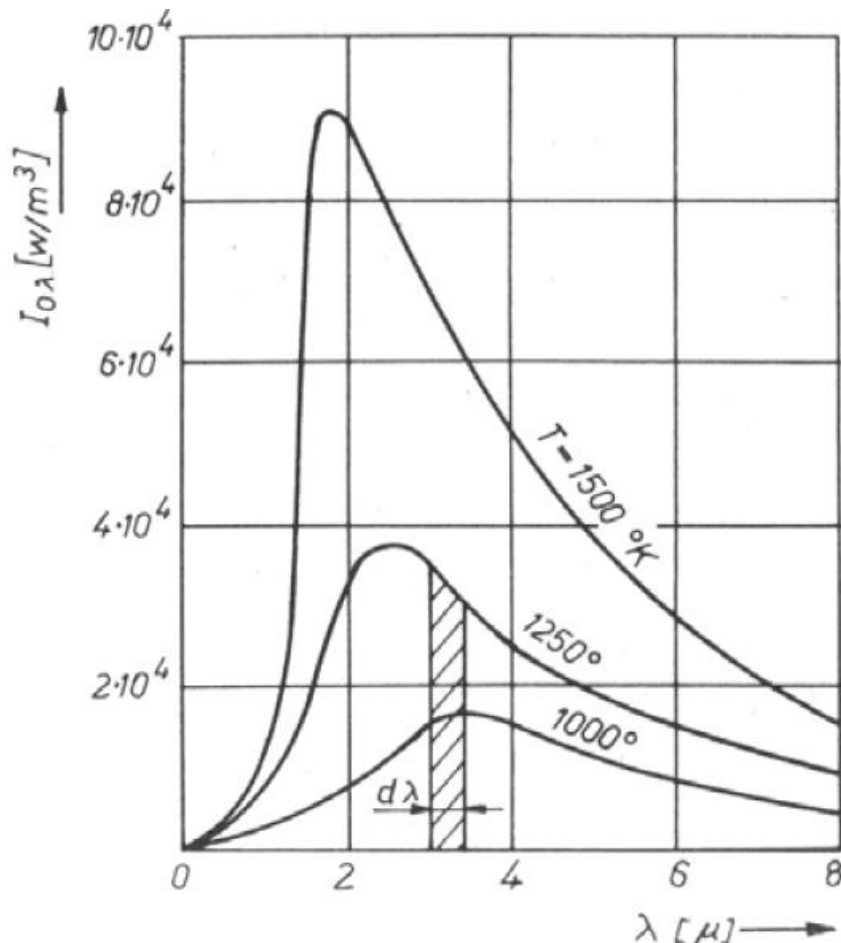




# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## A hőszugárzás alaptörvényei - 1. Planck-féle törvény

Sugárzás intenzitás a  $\lambda=0-\infty$  intervallumban:  $I_\lambda = \frac{dE_\lambda}{d\lambda} \left[ W / m^3 \right]$



Planck elméleti összefüggése az abszolút fekete test sugárzási intenzitására (1901):

$$I_{0\lambda} = \frac{1}{\lambda^5} \frac{2hc^2}{e^{\frac{hc}{\lambda T k}} - 1} \left[ W / m^3 \right] \quad \begin{matrix} T [K] \\ \lambda [m] \end{matrix} \quad e = 2,7183$$

amelyben az elektromágneses sugárzás (fény) terjedési sebessége:

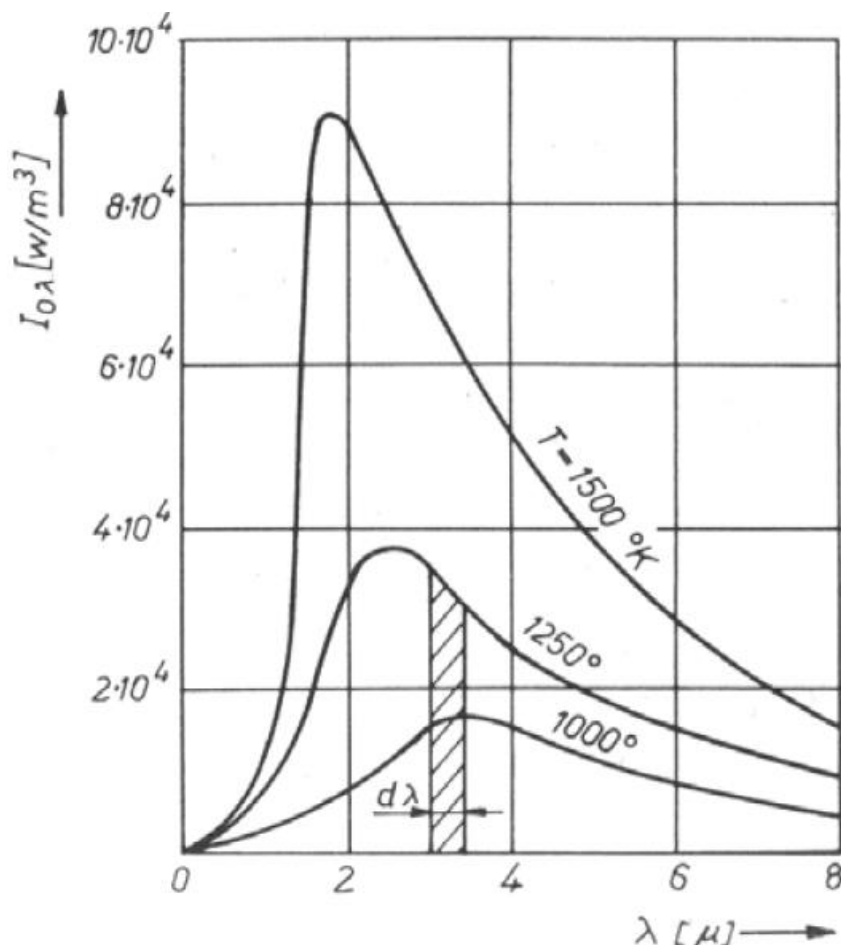
$$c = 2,998E + 8 [m/s]$$

$h = 6,625E - 34 [Js]$  Planck állandó

$k = 1,38E - 23 [J/K]$  Boltzmann állandó

# 5. Hőközlés - Hősugárzás

## A hősugárzás alaptörvényei - 2. Wien-féle eltolódási törvény



A Planck törvény szerint  $\lambda = 0$  és a  $\lambda \rightarrow \infty$  esetén  $I_{0\lambda} = 0$  minden  $T$  hőmérsékletre.

$$T = \text{áll. mellett az } I_{0\lambda} = \frac{1}{\lambda^5} \frac{2hc^2}{e^{\frac{hc}{\lambda T k}} - 1}$$

függvénynek maximuma van (recipokát deriválva, 0-val egyenlővé téve adódik):

$$\lambda_{\text{maxo}} = \frac{2,8978E - 3}{T}$$

$$I_{\text{maxo}} = 1,309E - 7 T^5$$

A hőmérséklet növekedésével a maximális intenzitáshoz tartozó hullámhossz csökken. Ez az ún. Wien-féle eltolódási törvény (1893).

# 5. Hőközlés - Hősugárzás

## A hősugárzás alaptörvényei - 3. Stephan-Boltzmann-féle törvény

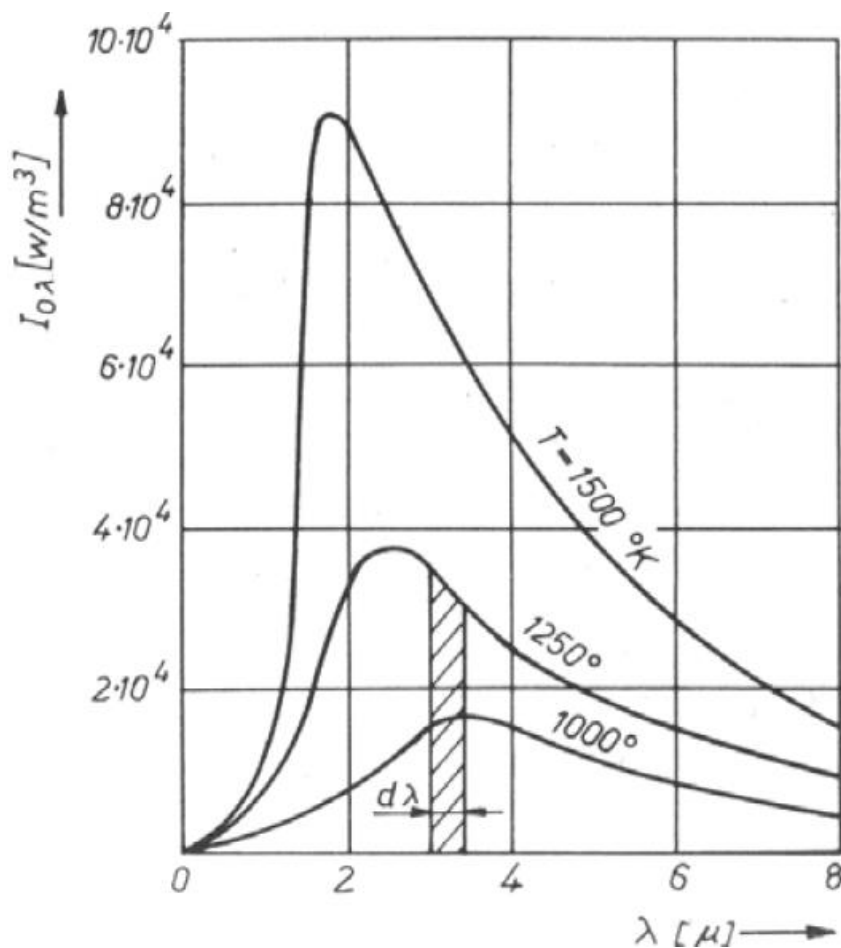
Az abszolút fekete test egységnyi felülete által időegység alatt a  $(\lambda \div \lambda + d\lambda)$  hullámhossz tartományban kisugárzott energia:

$$dE_0 = I_{0\lambda} d\lambda [W/m^2]$$

$$E_0 = \int_0^{\infty} I_{0\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} \frac{2hc^2 \lambda^{-5}}{e^{\frac{hc}{\lambda T k}} - 1} d\lambda = \dots = \sigma_0 T^4$$

$$\sigma_0 = 5,67 E - 8 [W / m^2 / K^4]$$

Tehát az abszolút fekete test sugárzóképesége egyenesen arányos abszolút hőmérsékletének negyedik hatványával. Ezt a törvényszerűséget kísérleti úton 1879-ben Stefan cseh tudós tárta fel, majd 1884-ben Boltzmann osztrák fizikus elméletileg is igazolta, ezért *Stefan-Boltzmann-féle* törvénynek nevezik, mely értelemszerűen a Planck-féle törvény integrálja (a görbék alatti terület).



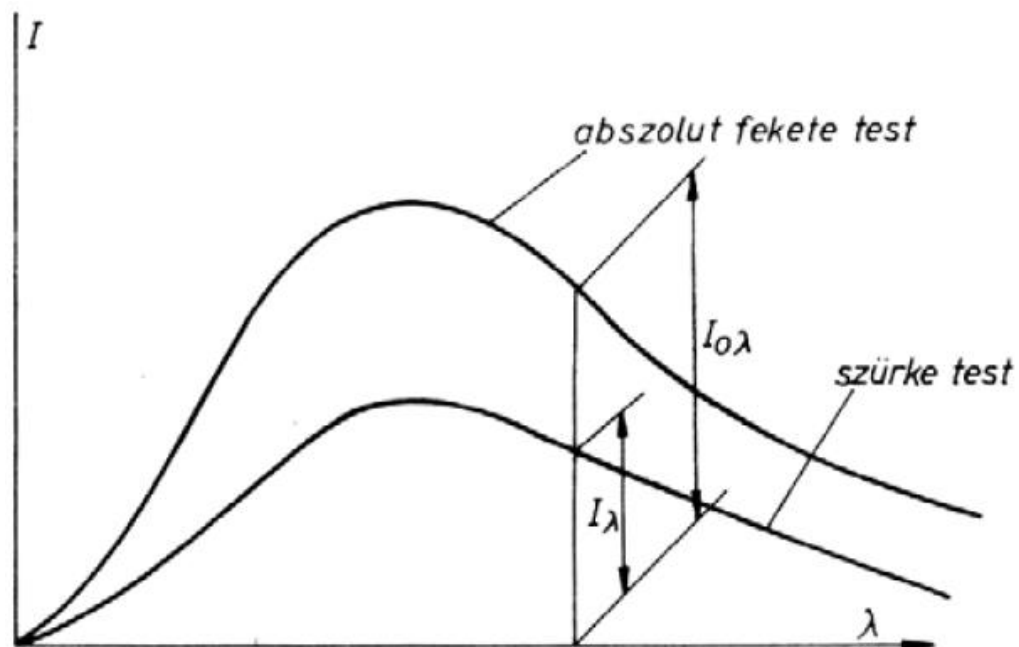
# 5. Hőközlés - Hősugárzás

## A hősugárzás alaptörvényei - 3. Stephan-Boltzmann-féle törvény

A műszaki irodalomban a Stefan-Boltzmann-féle törvény alakja általában:

$$E_0 = c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4$$

Amelyben a  $c_0$  az abszolút fekete test sugárzási tényezője:  $c_0$ : 5,67 [W/m<sup>2</sup>/K<sup>4</sup>]. Általában, szürke testre:



$$I_\lambda / I_{0\lambda} = \varepsilon = \text{áll.} = \text{feketeségi fok} < 1$$

$$E = \int_0^\infty I_\lambda d\lambda = \varepsilon \int_0^\infty I_{0\lambda} d\lambda = \varepsilon c_0 \left( \frac{T}{100} \right)^4 = c \left( \frac{T}{100} \right)^4 = \varepsilon E_0$$



A  $c = \varepsilon c_0$  [W/(m<sup>2</sup> K<sup>4</sup>)] tényező a szürke test sugárzási tényezője. 101

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## A hőszugárzás alaptörvényei - 3. Stephan-Boltzmann-féle törvény

$$I_{\lambda} / I_{0\lambda} = \varepsilon = \text{áll.} = \text{feketeségi fok} < 1$$

Jellemző feketeségi fok értékek:

A felületi anyag	Feketeségi fok (300 K hőmérsékleten) - $\varepsilon$ -
alufólia	0.04
aszfalt	0.93
cement	0.54
folyékony higany	0.1
homok	0.76
jég (sima)	0.966
műanyagok	0.90 - 0.97
öntött vas (megmunkált)	0.60 - 0.70
papír (fehér)	0.68
rozsdamentes acél	0.59
víz	0.95

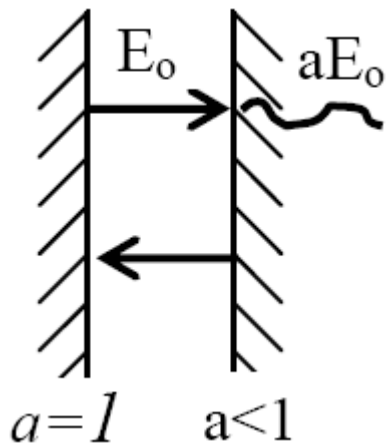
forrás: [https://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d\\_447.html](https://www.engineeringtoolbox.com/emissivity-coefficients-d_447.html), 2018.04.30

forrás: [https://www.thermoworks.com/emissivity\\_table](https://www.thermoworks.com/emissivity_table), 2018.04.30



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## A hőszugárzás alaptörvényei - 4. Kirchhoff törvény



$$\dot{q} = E - aE_0$$

Termikus egyensúly  
esetén ( $T=$ ):

$$E = aE_0$$

Az emisszióképesség és az elnyelési tényező hányadosa azonos hőmérsékletnél minden testre nézve ugyanakkora és egyenlő az abszolút fekete test  $E_0$  emisszióképességével:

$$\frac{E_1}{a_1} = \frac{E_2}{a_2} = \dots = \frac{E_n}{a_n} = E_0 = f(T)$$

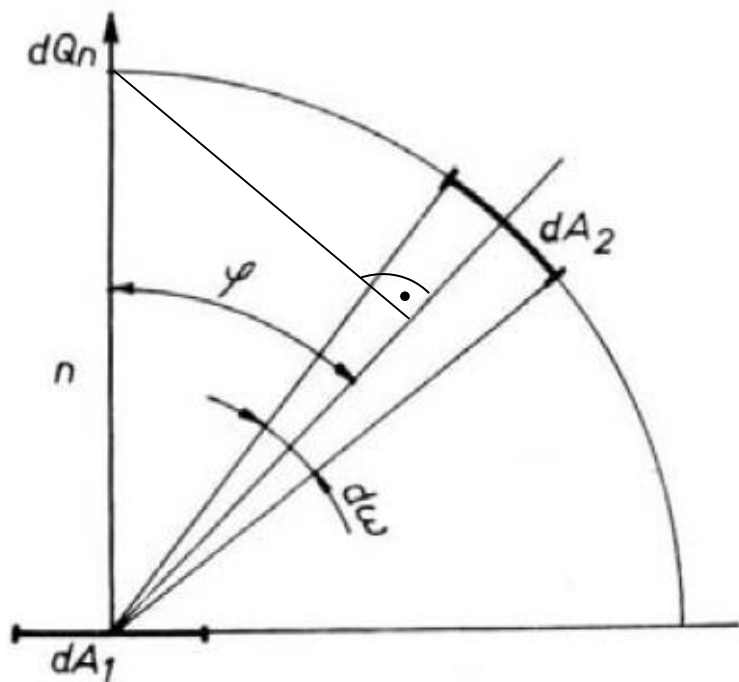
Kirchhoff törvényéből következik, hogy a szürke test feketeségi foka (szugárzóképesége) ugyanazon hőmérsékleten számértékileg megegyezik az elnyelési tényezővel:

$$\varepsilon = \frac{I_\lambda}{I_{0\lambda}} = \frac{E}{E_0} = \frac{c}{c_0} = a \quad \text{amelyből:} \quad c = ac_0 = \varepsilon c_0$$



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## A hőszugárzás alaptörvényei - 5. Lambert törvénye



A sugárzási szögek értelmezése

Lambert törvénye szerint valamely felület  $dA_1$  felületeleméből a  $dA_2$  felületelem irányába kisugárzott energia ( $d^2Q_\varphi$ ) (csak fekete testekre):

$$d^2Q_\varphi = dQ_n d\omega \cos \varphi$$

Szürke testekre a  $\varphi$  szögtől függő  $\varepsilon_\varphi$  emissziós (sugárzási) tényezővel korrigáljuk az eredményeket:

$$d^2Q_\varphi = \varepsilon_\varphi dQ_n d\omega \cos \varphi$$

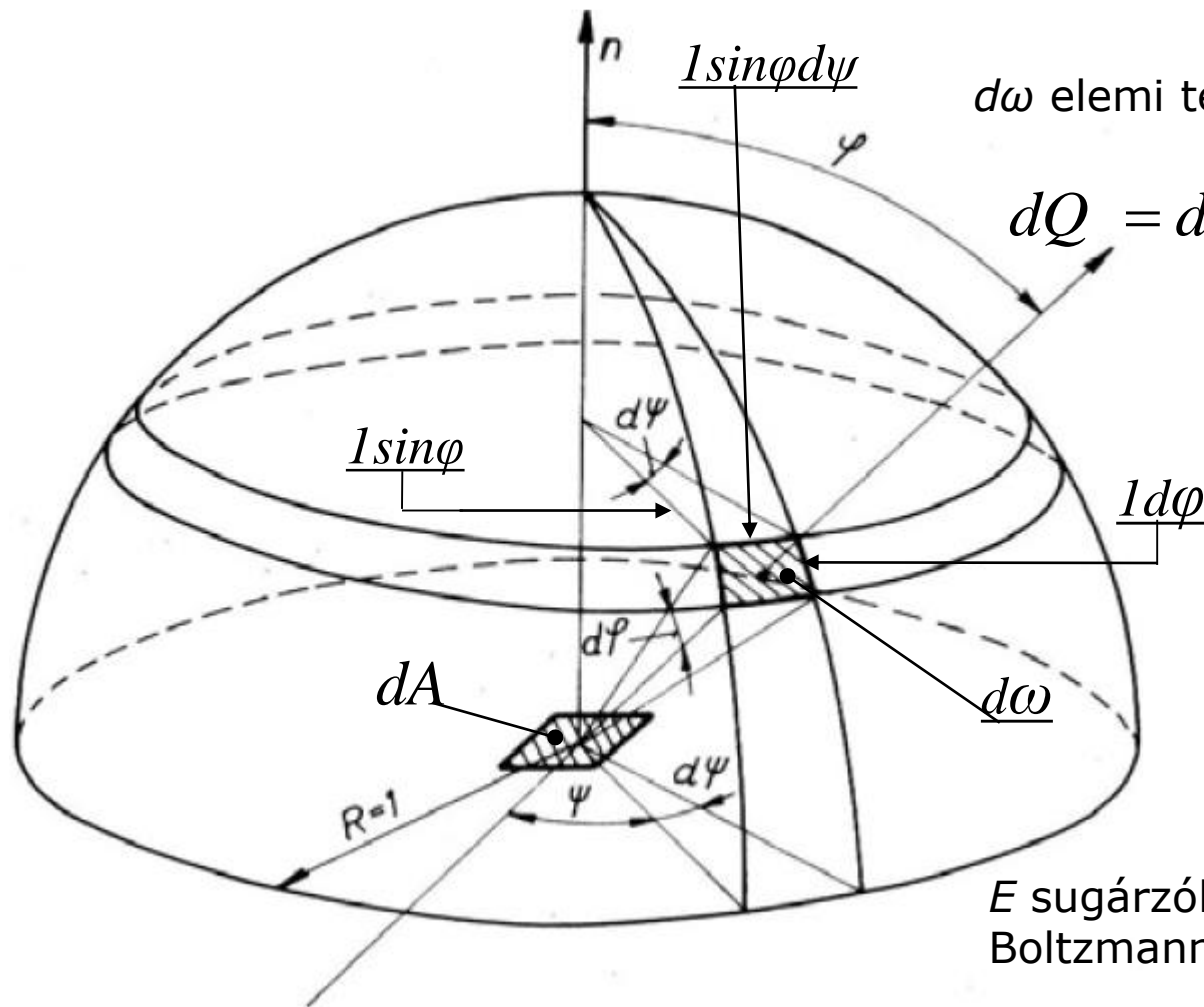




# 5. Hőközlés - Hősugárzás

## A hősugárzás alaptörvényei - 5. Lambert törvénye

A  $dA$  felület-elem által kisug. összenergia a félgömbfelületen:  $dQ = \int dQ_n \cos \varphi d\omega$



$d\omega$  elemi térszög:  $d\omega = \sin \varphi d\psi d\varphi$

$$dQ = dQ_n \int_0^{2\pi} d\psi \int_0^{\pi/2} \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = \pi dQ_n = dQ$$

$$dQ_n = \frac{dQ}{\pi}$$

Figyelembe véve, hogy:

$$dQ = E dA, \quad dQ_n = E_n dA$$

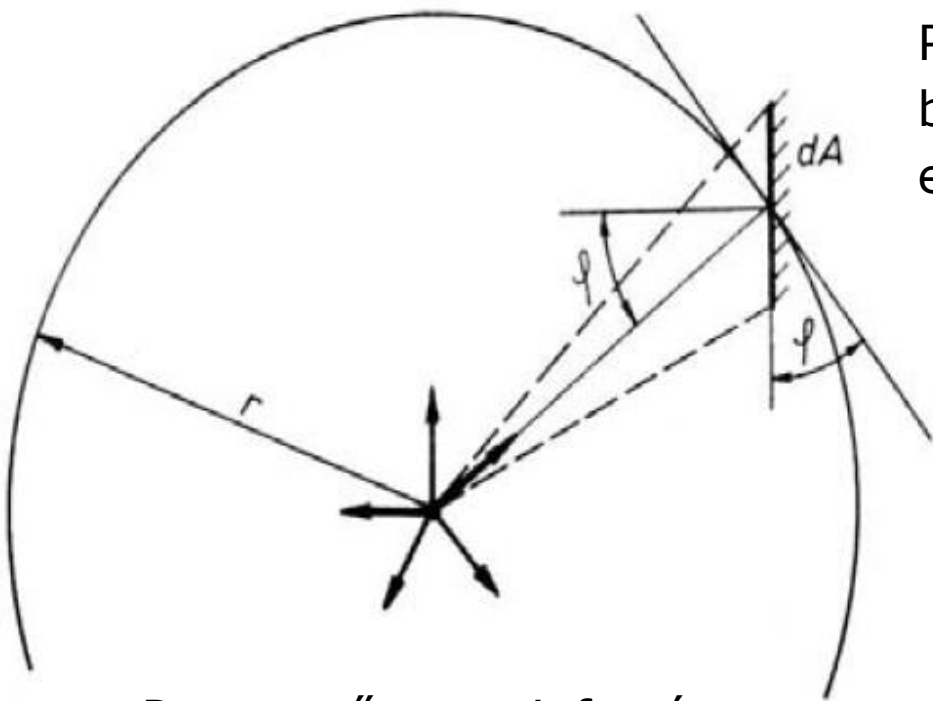
$$E_n = \frac{E}{\pi}$$

$E$  sugárzókéesség a Stefan-Boltzmann féle törvényből nyerhető. **105**

# 5. Hőközlés - Hősugárzás

## A hősugárzás alaptörvényei - 6. Távolsági törvény

**A hősugárzás intenzitása a sugárzó testtől mért távolság négyzetével fordítottan arányos**



Pontszerű energiaforrás esetén a besugárzóképeség  $Q$  kisugárzott energiamennyiségnél:

$$e = \frac{Q}{4r^2 \pi} \quad [W/m^2]$$

$dA$  felületelemre beeső energiamennyiség:

$$dQ = e \cos \varphi dA = \frac{Q}{4r^2 \pi} \cos \varphi dA$$

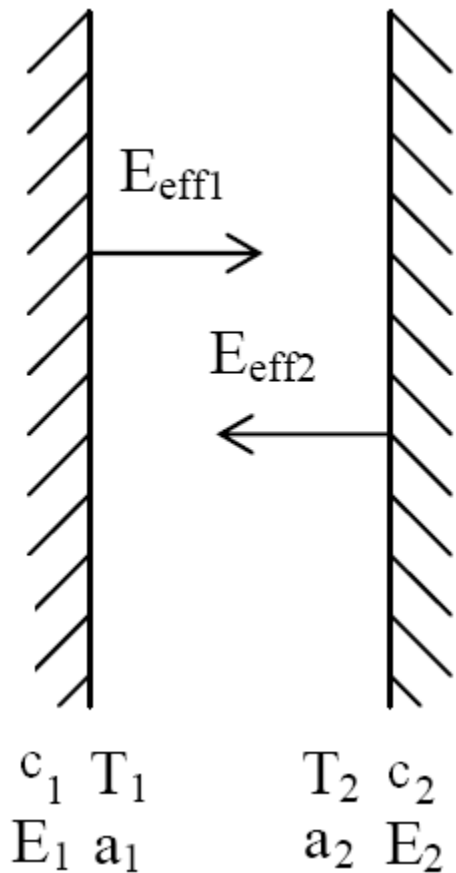
Pontszerű energiaforrás  
besugárzóképesége

Ha az energiaforrás nem pontszerű, akkor az  $r$  távolság kitevője 0 és 2 közé esik. **106**



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 1. Sugárzásos hőcsere párhuzamos síkfelületű testek között



$$\dot{q}_{12} = E_{eff1} - E_{eff2}, \quad E_1 = c_0 \varepsilon_1 \left( \frac{T_1}{100} \right)^4, \quad E_2 = c_0 \varepsilon_2 \left( \frac{T_2}{100} \right)^4$$

$$E_{eff1} = \dot{q}_{12} \left( 1 - \frac{1}{a_1} \right) + \frac{E_1}{a_1}, \quad E_{eff2} = \dot{q}_{21} \left( 1 - \frac{1}{a_2} \right) + \frac{E_2}{a_2}$$

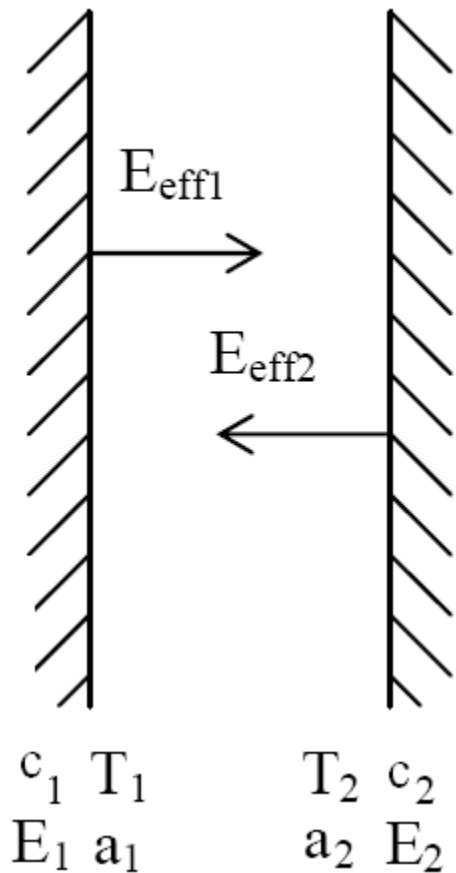
$$\dot{q}_{21} = -\dot{q}_{12}, \quad \dot{q}_{12} = \dot{q}_{12} \left( 1 - \frac{1}{a_1} \right) + \frac{E_1}{a_1} + \dot{q}_{12} \left( 1 - \frac{1}{a_2} \right) - \frac{E_2}{a_2}$$

$$1 = 1 - \frac{1}{a_1} + \frac{E_1}{a_1 \dot{q}_{12}} + 1 - \frac{1}{a_2} - \frac{E_2}{a_2 \dot{q}_{12}}$$

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1 = \frac{E_1}{a_1 \dot{q}_{12}} - \frac{E_2}{a_2 \dot{q}_{12}} = \frac{c_0}{\dot{q}_{12}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 1. Sugárzásos hőcsere párhuzamos síkfelületű testek között



$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1 = \frac{E_1}{a_1 \dot{q}_{12}} - \frac{E_2}{a_2 \dot{q}_{12}} = \frac{c_0}{\dot{q}_{12}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

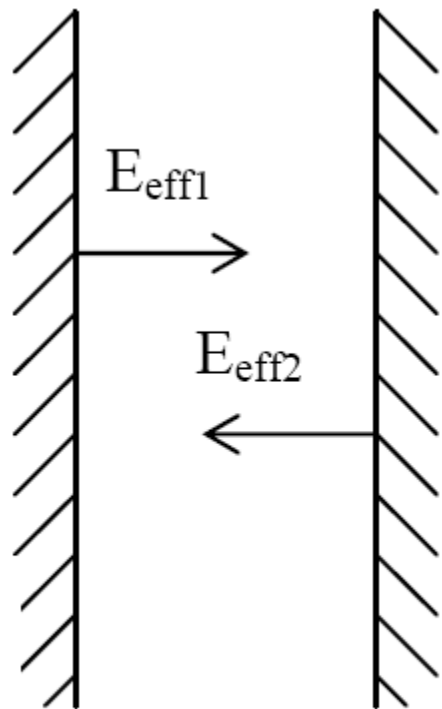
$$\dot{q}_{12} = \frac{c_0}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$\dot{q}_{12} = \frac{c_0}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$\dot{q}_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 1. Sugárzásos hőcsere párhuzamos síkfelületű testek között



$c_1$   $T_1$   
 $E_1$   $a_1$

$T_2$   $c_2$   
 $a_2$   $E_2$

$$\dot{q}_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$c_{12} = c_{red} = \frac{1}{\left( \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0} \right)}, \quad \varepsilon_{12} = \varepsilon_{red} = \frac{1}{\left( \frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1 \right)}$$

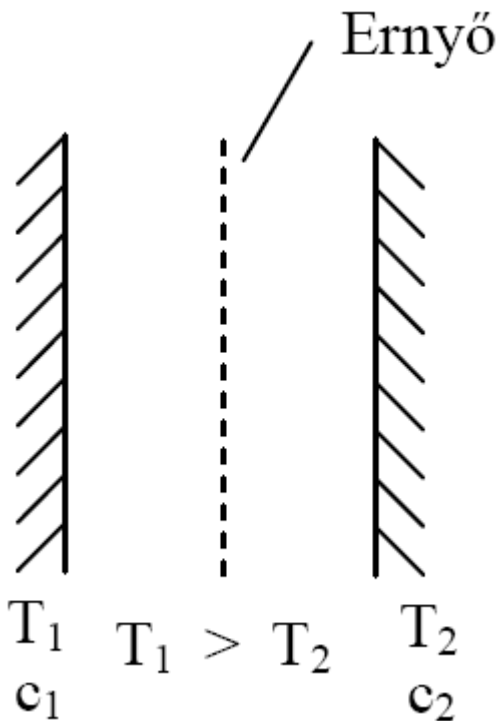
$$c_{12} = \varepsilon_{12} c_0 = c_{red}$$

Az  $A$  [m<sup>2</sup>] nagyságú párhuzamos felületek között  $\Delta\tau$  [s] idő alatt sugárzással áradott hő mennyiség:

$$Q = \dot{q}_{12} A = c_{12} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] A \Delta\tau$$

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

Hőcsere sugárzás útján - 2. Sugárzásos hőcsere sugárzáscsökkentő ernyő alkalmazása esetén



$$\dot{q}_{12} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

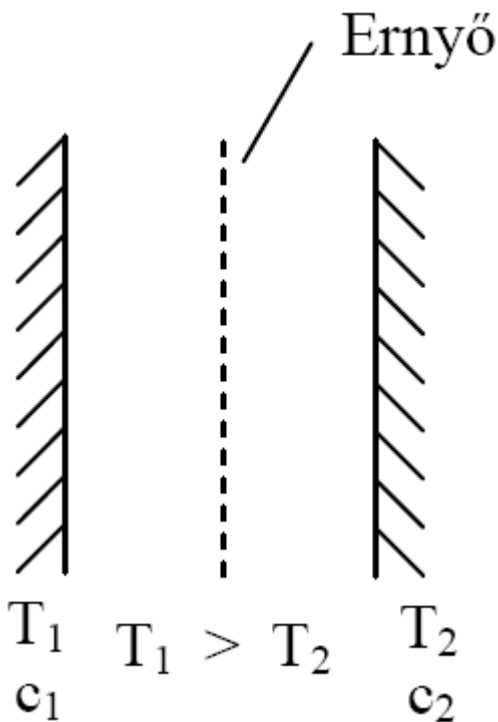
$$\dot{q}_{1E} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_E} - \frac{1}{c_0}} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_E}{100} \right)^4 \right]$$

$$\dot{q}_{E2} = \frac{1}{\frac{1}{c_E} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}} \left[ \left( \frac{T_E}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 2. Sugárzásos hőcsere sugárzáscsökkentő ernyő alkalmazása esetén



$$\dot{q}_{1E} = \dot{q}_{E2} = \dot{q}_{(12)E}$$

$$c_{1E} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_E}{100} \right)^4 \right] = c_{E2} \left[ \left( \frac{T_E}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$c_{1E} = \frac{1}{\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_E} - \frac{1}{c_0}}$$

$$c_{E2} = \frac{1}{\frac{1}{c_E} + \frac{1}{c_2} - \frac{1}{c_0}}$$

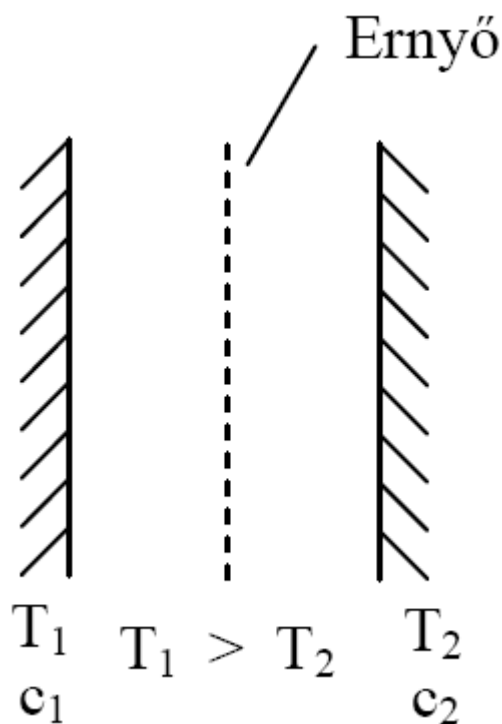
$$\left( \frac{T_E}{100} \right)^4 = \frac{1}{1 + \frac{c_{1E}}{c_{E2}}} \left[ \frac{c_{1E}}{c_{E2}} \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$





# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 2. Sugárzásos hőcsere sugárzáscsökkentő ernyő alkalmazása esetén



$$\dot{q}_{(12)E} = \left\{ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \frac{1}{1 + \frac{c_{1E}}{c_{E2}}} \left[ \frac{c_{1E}}{c_{E2}} \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 + \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] \right\}$$

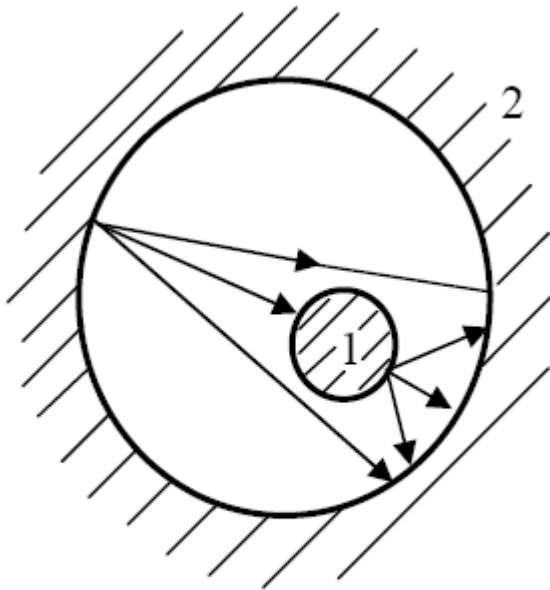
Ha  $c_{1E} = c_{E2} = c_{12}$

$$\dot{q}_{(12)E} = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right] = \frac{1}{2} \dot{q}_{12}$$

Igazolható, hogy két ernyőfelület harmadára, három pedig negyedére stb. csökkenti az átadott hőmennyiséget.

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 3. Hőcsere, ha az egyik felület körülveszi a másikat (sugárzási kölcsönhatás zárt térben)



Egymást körbefogó felületek sugárzása

A párhuzamos feltételek közötti sugárzásos hőcsere esetétől eltérően most a belső felületre a külső felület effektív sugárzásának csak egy  $\bar{\varphi}_{21}$  része jut, a többi  $(1 - \bar{\varphi}_{21})$  rész a belső test érintése nélkül a külső test felületére esik be.

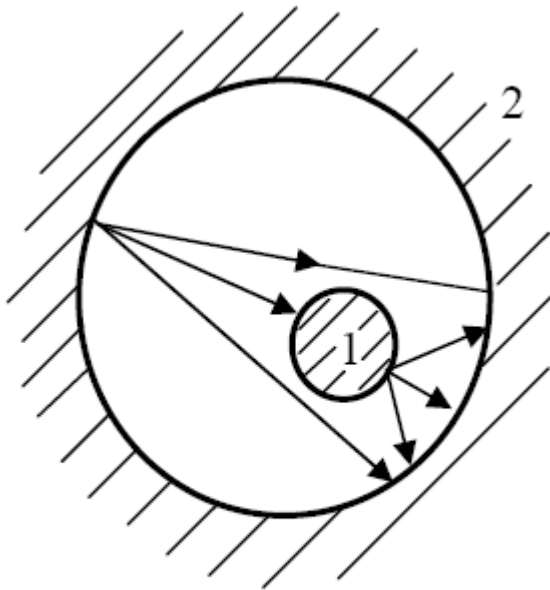
$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_{eff1} - \bar{\varphi}_{21}\dot{Q}_{eff2}$$

amelyben  $\bar{\varphi}_{21}$  a 2 felületről az 1 felületre irányuló sugárzás közepes szögtényezője.



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 3. Hőcsere, ha az egyik felület körülveszi a másikat (sugárzási kölcsönhatás zárt térben)



Egymást körbefo-  
gó felületek sugárzása

A közepes szögtényezőt a felületek vonatkozásában a következőképpen értelmezhetjük:

$\bar{\varphi}_{12} = 1$  - mivel az 1 felület által kisugárzott energia teljes egészében beesik a 2 felületre,

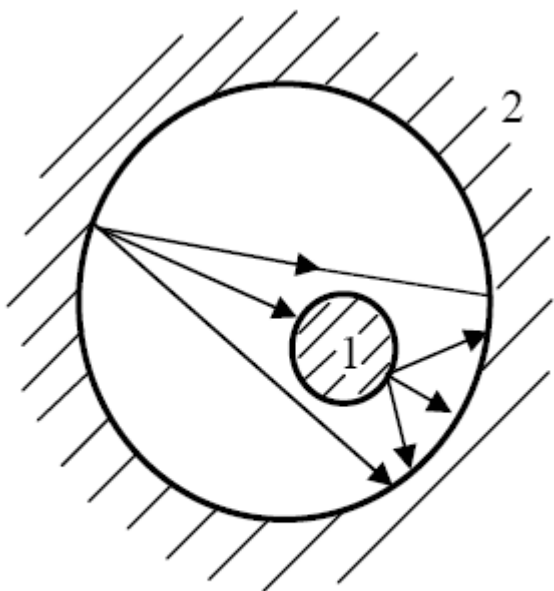
$\bar{\varphi}_{11} = 0$  - mivel az 1 test felülete domború így az abból kiinduló sugárzás nem esik be az 1 felületre,

$\bar{\varphi}_{22} = 1 - \bar{\varphi}_{21}$  - a 2 test homorú felülete következtében a 2 felületről kiinduló sugárzás egy része önmagába jut vissza.



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 3. Hőcsere, ha az egyik felület körülveszi a másikat (sugárzási kölcsönhatás zárt térben)



Egymást körbefo-  
gó felületek sugárzása

A 106. oldal alapján felírható:

$$\dot{Q}_{eff1} = \dot{Q}_{12} \left( 1 - \frac{1}{a_1} \right) + \frac{\dot{Q}_1}{a_1}, \quad \dot{Q}_{eff2} = \dot{Q}_{21} \left( 1 - \frac{1}{a_2} \right) + \frac{\dot{Q}_2}{a_2}$$

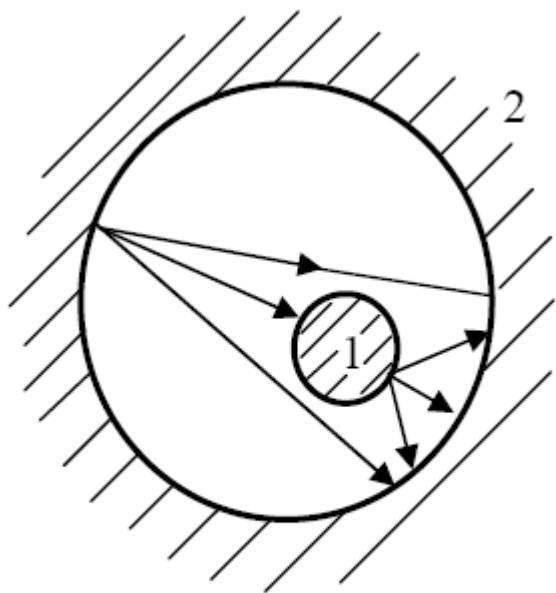
$$\dot{Q}_{21} = -\dot{Q}_{12}, \quad \dot{Q}_{12} = \dot{Q}_{eff1} - \bar{\varphi}_{21} \dot{Q}_{eff2}$$

$$\dot{Q}_{12} = \dot{Q}_{12} \left( 1 - \frac{1}{a_1} \right) + \frac{\dot{Q}_1}{a_1} + \bar{\varphi}_{21} \dot{Q}_{12} \left( 1 - \frac{1}{a_2} \right) - \bar{\varphi}_{21} \frac{\dot{Q}_2}{a_2}$$

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\frac{\dot{Q}_1}{a_1} - \frac{\dot{Q}_2}{a_2} \bar{\varphi}_{21}}{\frac{1}{a_1} + \left( \frac{1}{a_2} - 1 \right) \bar{\varphi}_{21}}$$

# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

Hőcsere sugárzás útján - 3. Hőcsere, ha az egyik felület körülveszi a másikat (sugárzási kölcsönhatás zárt térben)



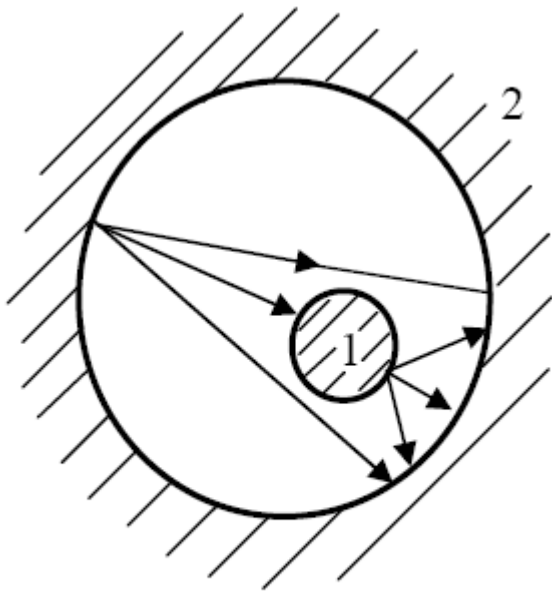
Egymást körbefo-  
gó felületek sugárzása

$$\dot{Q}_{12} = \frac{\frac{\dot{Q}_1}{a_1} - \frac{\dot{Q}_2}{a_2} \bar{\varphi}_{21}}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) \bar{\varphi}_{21}} \quad \left\{ \begin{array}{l} \dot{Q}_1 = c_0 \varepsilon_1 \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 A_1, \\ \dot{Q}_2 = c_0 \varepsilon_2 \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 A_2 \end{array} \right.$$

$$\dot{Q}_{12} = c_0 \frac{\frac{\varepsilon_1}{a_1} \left(\frac{T_1}{100}\right)^4 A_1 - \frac{\varepsilon_2}{a_2} \left(\frac{T_2}{100}\right)^4 A_2 \bar{\varphi}_{21}}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) \bar{\varphi}_{21}}$$

# 5. Hőközlés - Hősugárzás

Hőcsere sugárzás útján - 3. Hőcsere, ha az egyik felület körülveszi a másikat (sugárzási kölcsönhatás zárt térben)



Egymást körbefo-  
gó felületek sugárzása

$$\dot{Q}_{12} = c_0 \frac{\frac{\varepsilon_1}{a_1} \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 A_1 - \frac{\varepsilon_2}{a_2} \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 A_2 \bar{\varphi}_{21}}{\frac{1}{a_1} + \left( \frac{1}{a_2} - 1 \right) \bar{\varphi}_{21}}$$

Termikus egyensúly esetén  $T_1 = T_2$  és  $\dot{Q}_{12} = 0$

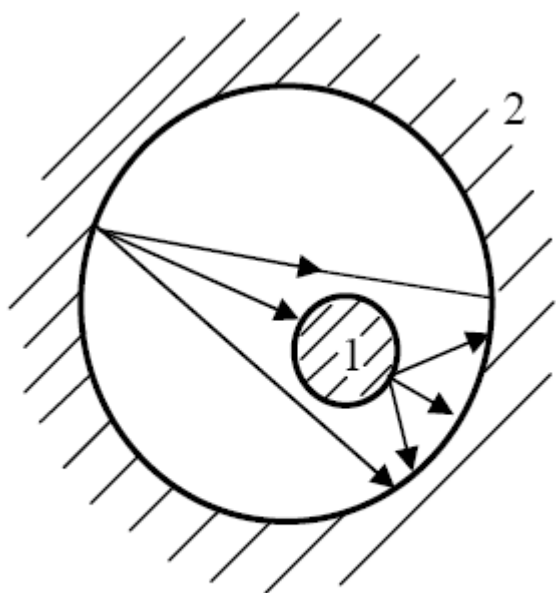
$$\frac{\varepsilon_1}{a_1} A_1 - \frac{\varepsilon_2}{a_2} A_2 \bar{\varphi}_{21} = 0 \rightarrow \bar{\varphi}_{21} = \frac{\varepsilon_1 a_2 A_1}{a_1 \varepsilon_2 A_2}$$

Feltételezve, hogy  $\varepsilon = a$ :  $\bar{\varphi}_{21} = \frac{A_1}{A_2}$



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

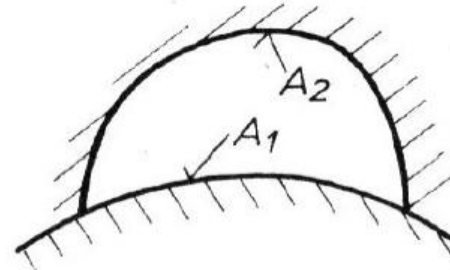
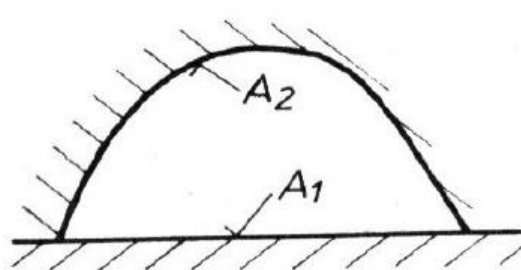
Hőcsere sugárzás útján - 3. Hőcsere, ha az egyik felület körülveszi a másikat (sugárzási kölcsönhatás zárt térben)



Egymást körbefogó felületek sugárzása

$$\dot{Q}_{12} = c_0 \frac{\left(\frac{T_1}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{100}\right)^4}{\frac{1}{a_1} + \left(\frac{1}{a_2} - 1\right) \frac{A_1}{A_2}} A_1$$

Az  $A_1$  mindig a kisebb (körbefogott), míg az  $A_2$  mindig a nagyobb (körbefogó) felület.



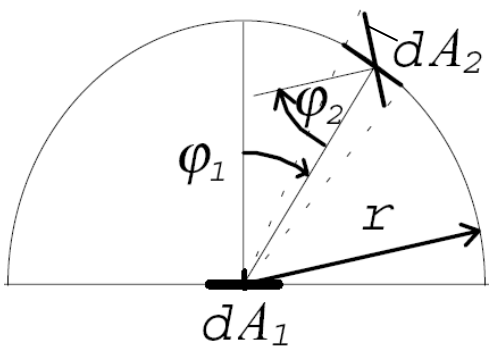
Határoló felületek értelmezése

Ezekben az esetekben is alkalmazható a fenti képlet



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 4. Hőcsere tetszőlegesen elhelyezkedő felületek között



A  $dA_2$  felületelem tetszőleges elhelyezkedése esetén a  $dA_1$  felületelem által a  $dA_2$  felületelemre kisugárzott energiából elnyelődik (a Lambert  $\cos$ . törvénye és a távolsági törvény alkalmazásával) :

$$d\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = E_{n1} \varepsilon_2 \cos \varphi_1 \frac{dA_1 (\cos \varphi_2 dA_2)}{r^2}, \text{ mivel } E_{n1} = \frac{E_1}{\pi}$$

$$\text{és } E_1 = c_0 \varepsilon_1 \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 \rightarrow d\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} = c_0 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\pi} \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \frac{dA_1 dA_2}{r^2},$$

$$\text{hasonlóan: } d\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = c_0 \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_1}{\pi} \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 \frac{dA_2 dA_1}{r^2}$$

Feltételezve, hogy a visszavert sugárzás kölcsönösen nem éri el a másik testet, ami általában teljesül, a két felület között kialakuló eredő elemi hőáram az előző két mennyiség különbsége lesz:





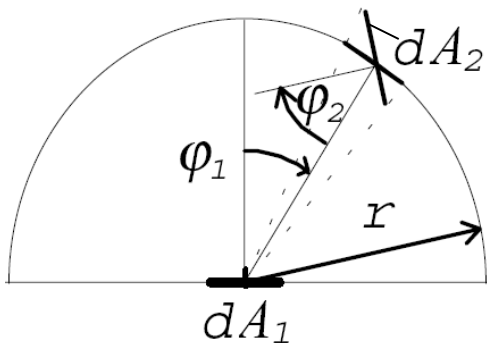
# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 4. Hőcsere tetszőlegesen elhelyezkedő felületek között

$$d\dot{Q}_{1 \rightarrow 2} - d\dot{Q}_{2 \rightarrow 1} = d\dot{Q}_{12} = c_0 \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_2}{\pi} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \frac{dA_1 dA_2}{r^2} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

Integrálás után a hőáram  $A_1$ -ről  $A_2$ -re:

$$\dot{Q}_{12} = A_1 c_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \left[ \frac{1}{\pi A_1} \iint_{A_1 A_2} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \frac{dA_1 dA_2}{r^2} \right] \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$



$\varphi_{12}$  = besugárzási tényező, kiszámolható, vagy táblázatból vehető.

$$\dot{Q}_{12} = A_1 c_0 \varepsilon_1 \varepsilon_2 \varphi_{12} \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

$$c_1 = \varepsilon_1 c_0 \quad c_2 = \varepsilon_2 c_0$$



# 5. Hőközlés - Hősugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 4. Hőcsere tetszőlegesen elhelyezkedő felületek között (egyszerűbben)

A sugárzás útján átáramló energiamennyiség:

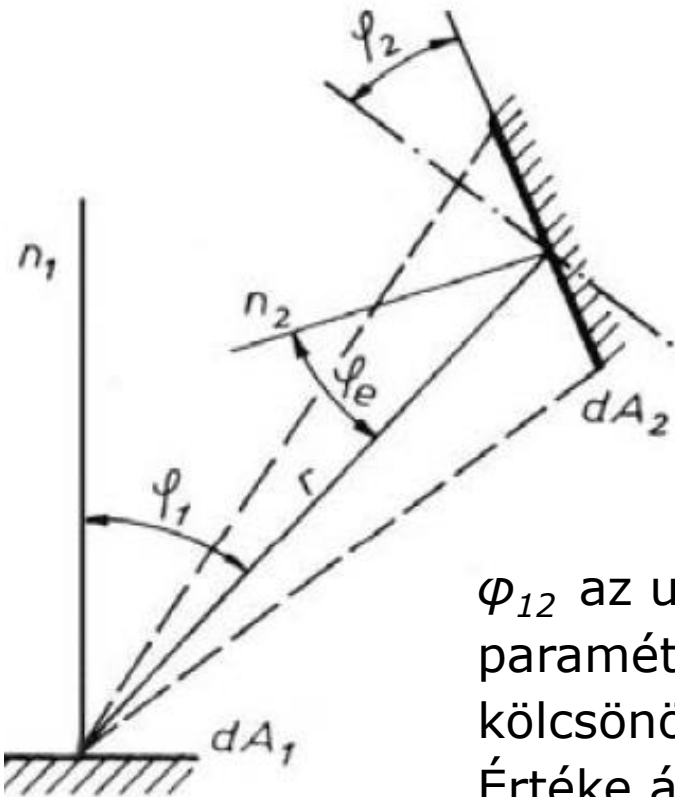
$$\dot{q}_{12} = c_{12} \varphi_{12} A \left[ \left( \frac{T_1}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2}{100} \right)^4 \right]$$

ahol  $A$  [m<sup>2</sup>] - a számításnál alapul választott sugárzó felület ( $A_1$  vagy  $A_2$ ),  $c_{12}$  pedig a redukált sugárzási tényező:

$$c_{12} = c_1 c_2 / c_0$$

$\varphi_{12}$  az un. besugárzási tényező tisztán geometriai paraméter, amely a felületek alakjától, méreteiktől, kölcsönös helyzetüktől és a köztük levő távolságtól függ. Értéke általánosságban (pl. táblázatokból veendő):

$$\varphi_{12} = \frac{1}{A} \int_{A_1} \int_{A_2} \frac{\cos \varphi_1 \cos \varphi_2}{\pi r^2} dA_2 dA_1$$



# 5. Hőközlés - Hőszugárzás

## Hőcsere sugárzás útján - 5. Hőcsere sugárzással gáz és szilárd felület között

$$\dot{Q}_s = c_0 \varepsilon_{ef} \left[ \varepsilon_g \left( \frac{T_g}{100} \right)^4 - a_g \left( \frac{T_w}{100} \right)^4 \right] A_w$$

ahol  $A_w$  [m<sup>2</sup>] a besugárzott felület,  $\varepsilon_{ef} = (\varepsilon_w + 1) / 2$  - a felület redukált feketeségi foka elnyelő környezet esetén,  $\varepsilon_w$  - a felület feketeségi foka elnyelő környezet esetén, a  $T_g$  és  $T_w$  közepes gáz- és falfelület hőmérséklet  $\varepsilon_g$  és  $a_g$  - a gáz integrált feketeségi foka és elnyelési tényezője

$$\varepsilon_g = f(T_g, p, l)$$

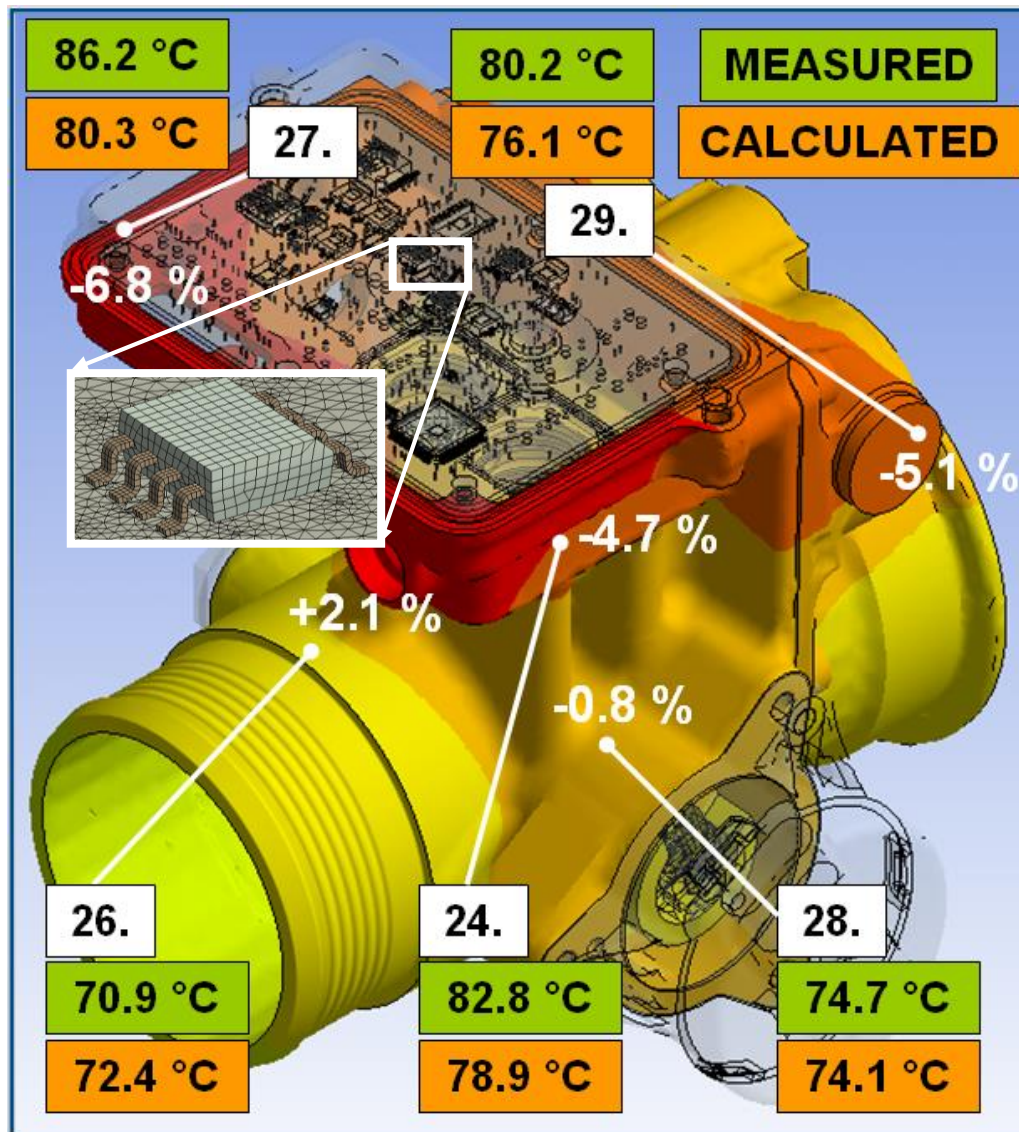
ahol  $T_g$  a gáz hőmérséklet,  $p$  a parciális nyomás, míg  $l$  a sugárzó (besugárzott) felület alakjától függő rétegvastagság.



# 5. Hőközlés

## Termikus szimulációk véges elemes és véges térfogat módszerek segítségével

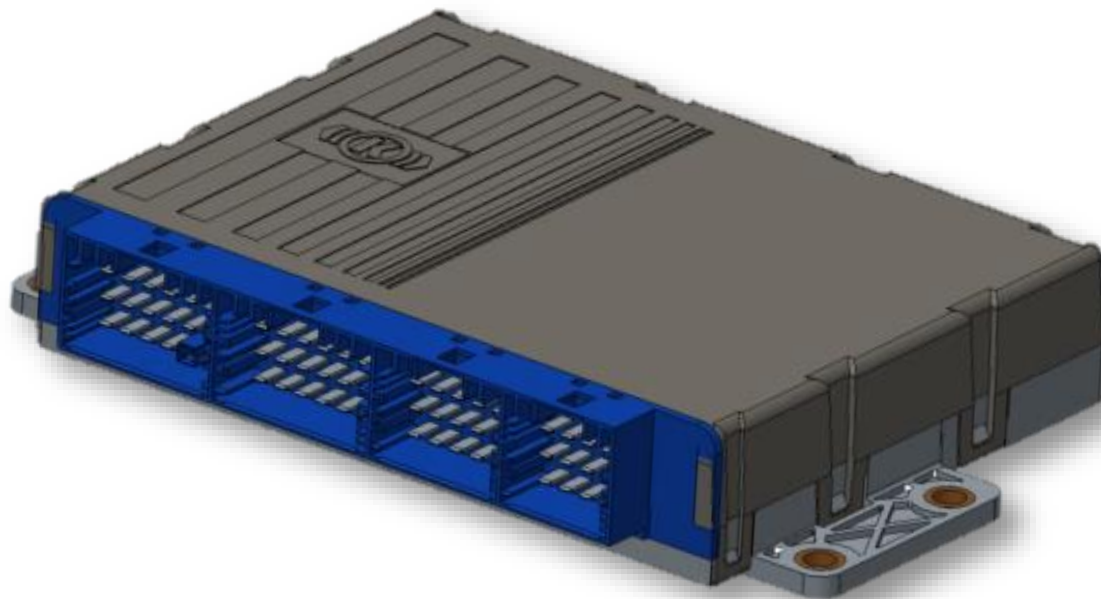
Az összetett és gyorsan változó rendszerek (geometriák), valamint a pontosság növelése érdekében numerikus módszerekkel számítják a hőközlést, amelyben egyaránt figyelembe lehet venni a hővezetést, a hőátadást és a hősugárzást.



# 5. Hőközlés

---

**Termikus szimulációk véges elemes és véges térfogat módszerek segítségével**



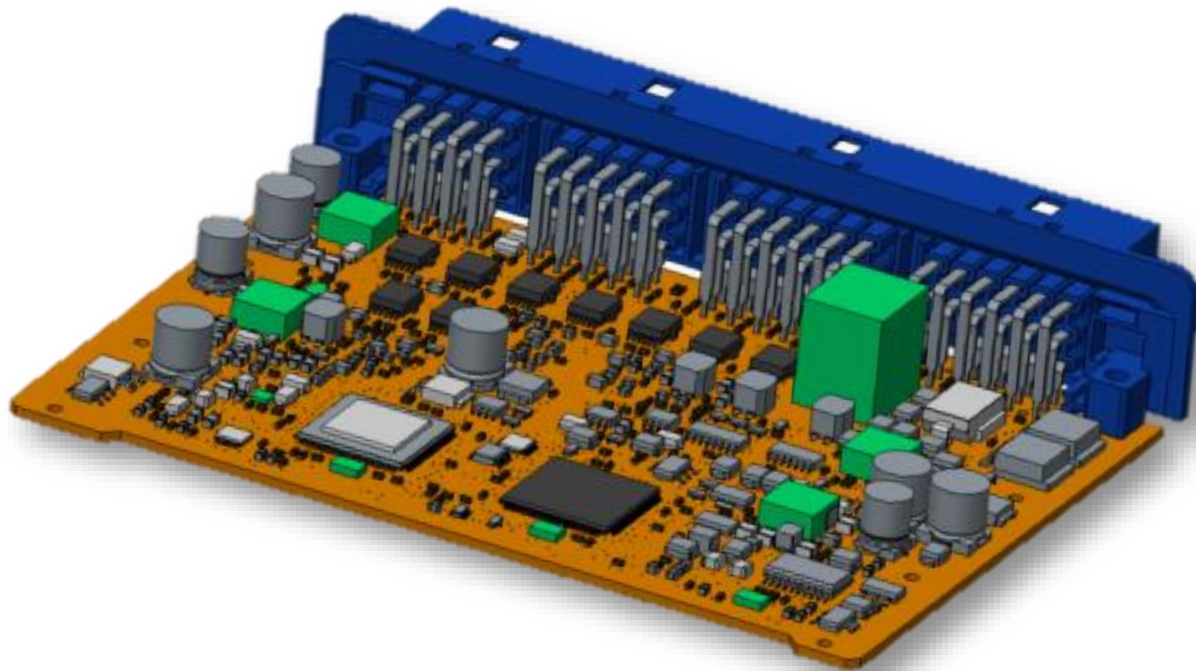
**Vezérlőegység ház csatlakozókkal  
és felfogató fülekkel**





# 5. Hőközlés

**Termikus szimulációk véges elemes és véges térfogat módszerek segítségével**

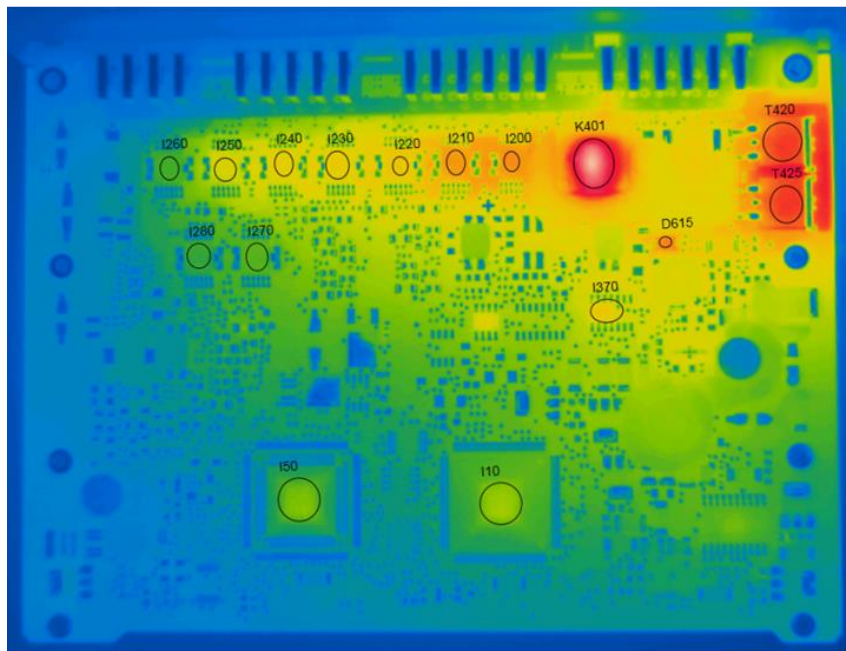


**Nyomtatott áramkör és a csatlakozók modellje**

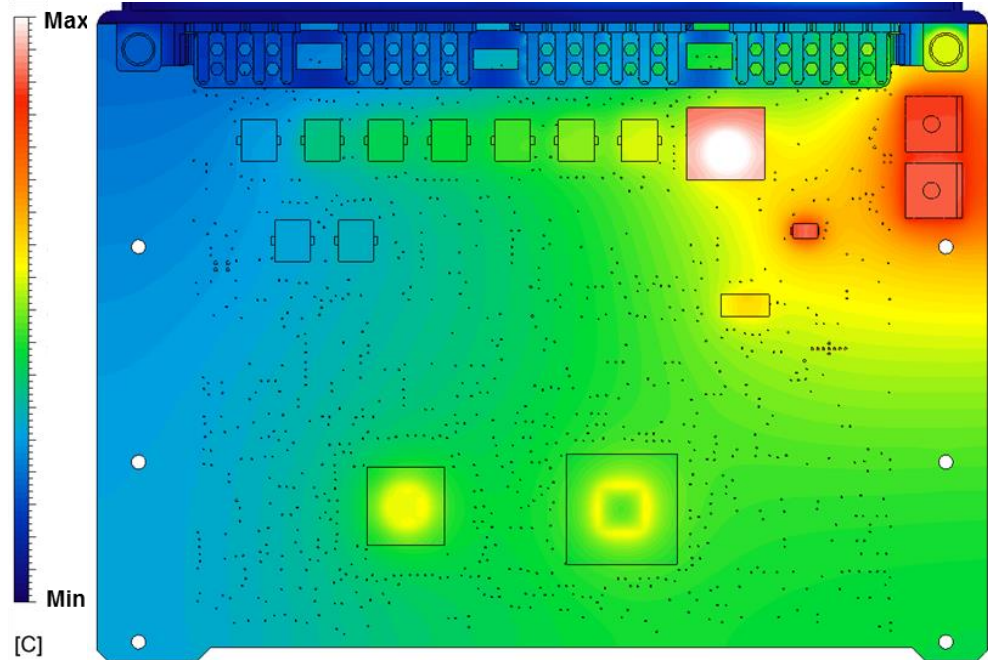


# 5. Hőközlés

## Termikus szimulációk véges elemes és véges térfogat módszerek segítségével



Termokamerás felvétel a hőmérséklet eloszlásról

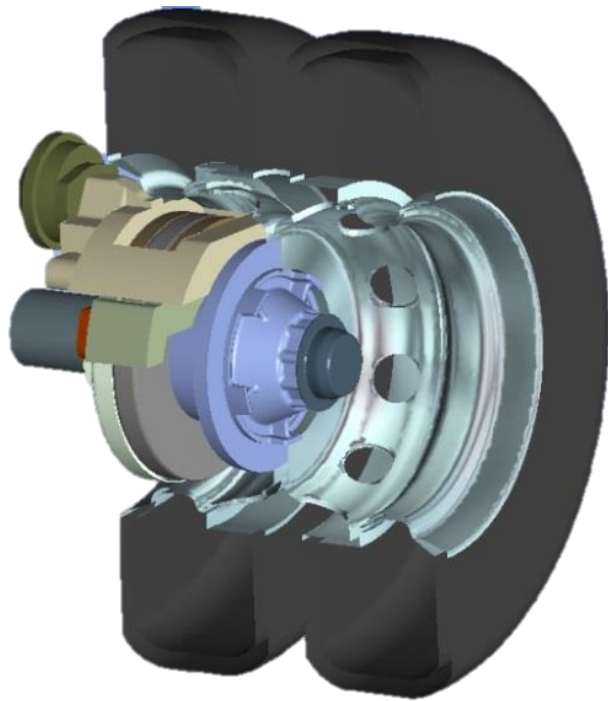


Szimulációs eredmény a hőmérséklet eloszlásról

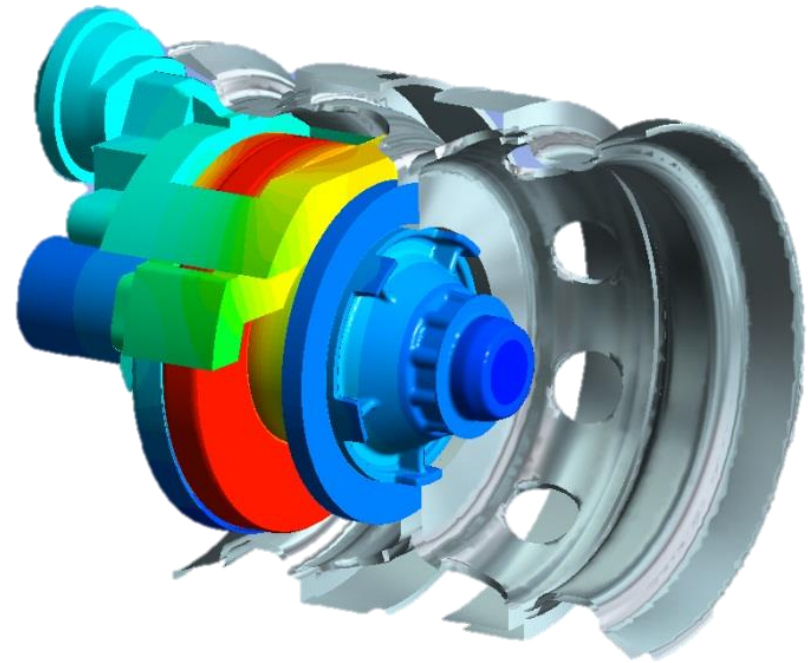


# 5. Hőközlés

**Termikus szimulációk véges elemes és véges térfogat módszerek segítségével**



**Kerékagy modellje a felnikkel és a gumikkal**



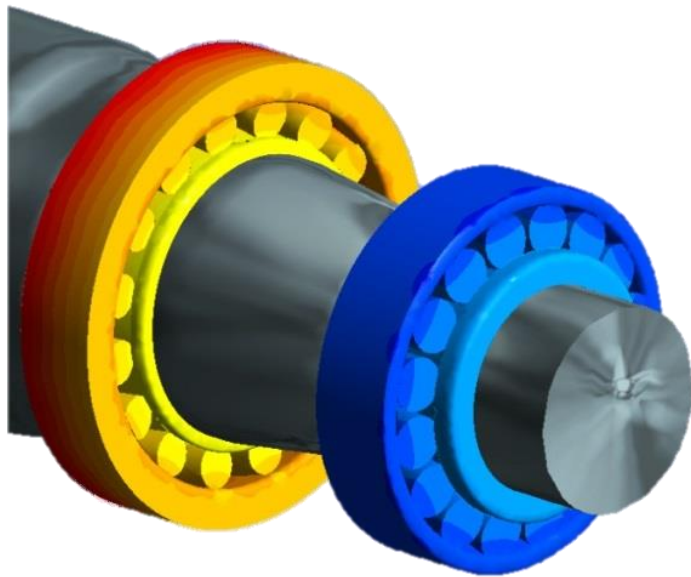
**Hőmérséklet eloszlás a kerékagyban és a környezetében**



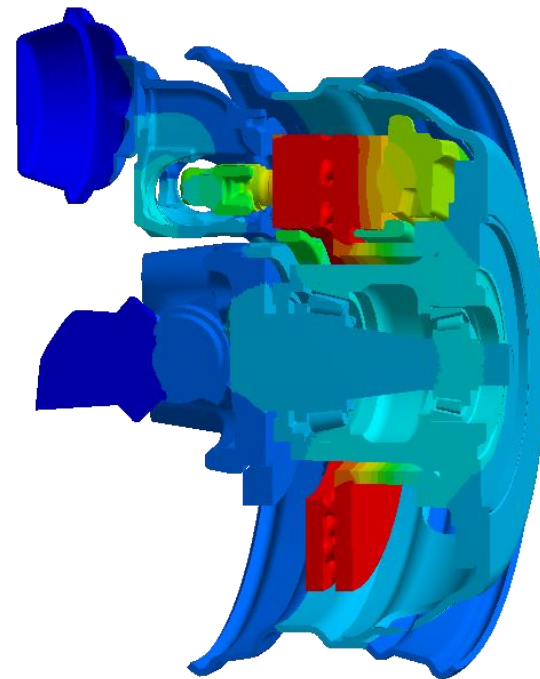


# 5. Hőközlés

**Termikus szimulációk véges elemes és véges térfogat módszerek segítségével**



**Hőmérséklet eloszlás a csapágyakban**



**Hőmérséklet eloszlás a kerékagyban és a környezetében**



# BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM

Dr. Veress Árpád



*email: [averess@vrht.bme.hu](mailto:averess@vrht.bme.hu)*



**BME KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI ÉS JÁRMŰMÉRNÖKI KAR**  
**32708-2/2017/INTFIN SZÁMÚ EMMI ÁLTAL TÁMOGATOTT TANANYAG**