

VASÚTI JÁRMŰ MÉRÉSTECHNIKA

A projekt címe: „Egységesített Jármű- és mobilgépek képzés- és tananyagfejlesztés”

A megvalósítás érdekében létrehozott konzorcium résztvevői:



[KECSKEMÉTI FŐISKOLA](#)

[BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM](#)

[AIPA ALFÖLDI IPARFEJLESZTÉSI NONPROFIT KÖZHASZNÚ KFT.](#)

Fővállalkozó: [TELVICE KFT.](#)





Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Közlekedésmérnöki Kar

Írta:

**BENEDEK TEOFIL
SZABÓ ANDRÁS
IVÁNYI ZOLTÁN**

Lektorálta:

??

VASÚTI JÁRMŰ MÉRÉSTECHNIKA

Egyetemi tananyag



2012

COPYRIGHT: © 2012-2017, Dr. Benedek Teofil, Dr. Szabó András, Iványi Zoltán, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésmérnöki Kar

LEKTORÁLTA: ??

Creative Commons NonCommercial-NoDerivs 3.0 (CC BY-NC-ND 3.0)
A szerző nevének feltüntetése mellett nem kereskedelmi céllal szabadon másolható, terjeszthető, megjelentethető és előadható, de nem módosítható.

ISBN 978-963-279-642-0

KÉSZÜLT: a [Typotex Kiadó](#) gondozásában

FELELŐS VEZETŐ: Votisky Zsuzsa

TÁMOGATÁS:

Készült a TÁMOP-4.1.2/A/2-10/1-2010-0018 számú, „Egységesített Jármű- és mobilgépek képzés- és tananyagfejlesztés” című projekt keretében.

Nemzeti Fejlesztési Ügynökség
www.ujszechenyiterv.gov.hu
06 40 638 638



A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

KULCSSZAVAK:

??

ÖSSZEFOGLALÁS:

??

Tartalom

0. Bevezetés.....	8
1. Metrológia, mérés technika.....	9
1.1. Vasúti jármű-mérés technika. Bevezetés.....	9
1.2. Metrológiai alapok.....	10
1.2.1. A mérés célja.....	11
1.2.2. A méréssel vizsgált fizikai jelenség.....	12
1.2.3. Időben állandó és változó mennyiségek.....	13
1.3. Mérőberendezések, mérőrendszerek.....	14
1.3.1. Mérőérzékelők, jelátalakítók.....	14
1.3.2. Mérőerősítők.....	30
1.3.3. Jelrögzítő berendezések.....	38
1.3.4. A jelek szűrése.....	40
1.3.5. Mérési adatgyűjtő rendszerek.....	46
2. Metrológia, méréselmélet.....	49
2.1. Az értékelés fogalma, a folytonos jel átalakítása digitális számjegyekké.....	49
2.2. Az időben állandó jelek értékelése.....	52
2.2.1. A mérési hibák.....	52
2.2.2. A mérési hibák osztályozása.....	53
2.2.3. A mérési eredmények szóródásának mértéke.....	54
2.2.4. A mérési eredményekből számított mennyiségek hibái.....	56
2.2.5. A mérési eredmények szóródásának valószínűsége, a sűrűség-függvény.....	63
2.2.6. Jelleggörbék illesztése a mért pontokra.....	71
2.3. Az időben változó mennyiségek értékelése.....	73
2.3.1. A determinisztikus/sztochasztikus jelleg számszerű mértéke.....	74
2.3.2. A determinisztikus jelek értékelése.....	83
2.3.3. A sztochasztikus jelek értékelése.....	90
3. Futás technikai mérések.....	94
3.1. A futás technikai mérések célja, általános jellemzése.....	94
3.2. A futás biztonsági mérések.....	95
3.2.1. A járműre ható vezetési erők.....	95
3.2.2. A kisiklás határhelyzete.....	98
3.2.3. A kerékpárra ható erők.....	100
3.2.4. A csapágyerők mérése.....	104
3.2.5. Erőmérési lehetőségek a sínen.....	105
3.2.6. Erőmérési lehetőségek a keréktárcsán.....	108
3.3. A futás minősítő mérések.....	109
3.3.1. A Sperling-féle futás minősítő index eredeti számítási módszere.....	109
3.3.2. A Sperling-féle futás jósági mérőszám jelenleg alkalmazott képlete és értékelési módszere.....	111
3.3.3. Egyéb futás minősítő eljárások.....	113
4. Vasúti menetdinamikai és energetikai mérések.....	114
4.1. Menetdinamikai mérések.....	114

4.1.1.	A vonóerő-sebesség-görbesereg mérése.....	116
4.1.2.	Az adhéziós határgörbe mérése	118
4.1.3.	Vasúti járművek alapellenállás-képletének meghatározása	120
4.2.	Energetikai mérések	122
4.2.1.	A bemenő összes munka meghatározása dízelmozdonyoknál.	123
4.2.2.	A bemenő összes munka meghatározása villamosmozdonyoknál	124
4.2.3.	A kimenő hasznos munka meghatározása és az összhatásfok.....	125
4.2.4.	Az összes teljesítmény eloszlása a mozdony egyes gépegységei között.....	127
5.	Féktechnikai mérések.....	130
5.1.	Bevezetés, a féktechnikai vizsgálatok célja	130
5.2.	A fékezésnél használt berendezések vizsgálata, az alkalmazott mérőeszközök ...	130
5.2.1.	A fékkompresszor ellenőrzése.....	131
5.2.2.	A mozdonyvezetői fékezészelep és a kormányselepek együttműködésének ellenőrzése.	134
5.2.3.	A fékrudazatban ébredő erők.....	137
5.2.4.	A súrlódási tényező a kerék és a féktuskó, illetve a féktárcsa és a fékbetét között.	139
5.3.	A fékezés eredményének mérése	142
5.3.1.	A fékút mérése.....	142
5.3.2.	A fékezés alatt fellépő gyorsulások mérése.....	143
5.4.	A fékberendezés próbapadi vizsgálata	145
5.4.1.	A vonat fékezési folyamatát szimuláló próbapad.....	145
5.4.2.	Próbapad a kerék és a féktuskó közötti erőátadás vizsgálatára.	146
6.	Szilárdsági mérések.....	148
6.1.	A szilárdsági mérések célja.....	148
6.2.	Az alkalmazott járműterhelések és azok kifejtésének módja.....	148
6.3.	A szilárdsági mérések mérőeszközei és mérési módszerei.....	149
6.3.1.	Mechanikai nyúlásmérők.....	149
6.3.2.	Repedőlakk-bevonat.....	149
6.3.3.	Feszültségoptikai modellezés.....	150
6.3.4.	Feszültségoptikai bevonat.....	150
6.3.5.	Nyúlásmérő bélyeg.....	150
6.4.	Új beszerzésű, vagy átépített vasúti járművek átvételi mérései.....	159
6.4.1.	Statikus próbapadi vizsgálatok.....	159
6.4.2.	Ütköztetéssel végrehajtott dinamikus átvételi vizsgálatok.....	162
6.5.	Üzemi körülmények között végzett szilárdsági mérések.....	164
6.5.1.	A VDI módszer.....	169
6.5.2.	A Soderberg-módszer.....	170
6.6.	A gyártásból visszamaradt feszültségek mérése	171
7.	Vasúti járműmérési gyakorlatok	173
7.1.	Mérőerősítők, adatgyűjtők	173
7.1.1.	Bevezetés.....	173
7.1.2.	A Spider8 adatgyűjtő készülék.....	174
7.1.3.	A vivőfrekvenciás méréstechnológiáról.....	177
7.1.4.	Mérőérzékelők csatlakoztatása az adatgyűjtő készülékhez.....	177

7.2.	Mérőérzékelők kiválasztásának szempontjai	179
7.2.1.	Erőmérő cellák.....	179
7.2.2.	Gyorsulásérzékelők	180
7.2.3.	Nyúlásmérő bélyegek	180
7.3.	Fárasztókísérletek.....	181
7.3.1.	A fárasztókísérletekről általában	181
7.3.2.	A forgó-hajlító fárasztásról.....	183
7.3.3.	A BME Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszék forgó-hajlító próbadaja	188
7.3.4.	Egyéb fárasztóvizsgálatok	204
8.	Melléklet	206
8.1.	Metrológia, mérés technika melléklet	206
8.1.1.	Induktív gyorsulás-érzékelő megoldásfüggvénye	206
8.1.2.	A mért kapocsfeszültség a nyomaték két bélyeggel való mérése esetén.....	207
8.1.3.	A mért kapocsfeszültség a nyomaték négy bélyeggel való mérése esetén – a normálerő kiszűrésével	208
8.1.4.	A mért kapocsfeszültség húzó-nyomó terhelés négy bélyeggel való mérése esetén – a nyomaték kiszűrésével.....	209
8.2.	Metrológia, méréselmélet.....	211
8.2.1.	A súlyfüggvény autókorrelációs függvényének részintegráljai	211
8.3.	Szilárdsági mérések melléklete	217
8.3.1.	A nyúlások és a szögdeformációk függvényei	217
9.	Irodalomjegyzék.....	223
10.	Ábrajegyzék	225

0. Bevezetés

A Vasúti jármű mérés technika c. jelen jegyzet a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésmérnöki és Járműmérnöki Karán 2010. szeptemberében útjára indított járműmérnöki BSc alapszak vasúti járművek szakirányán oktatásra kerülő Vasúti jármű mérés technika és labor című tantárgy tananyagát tartalmazza. Első fejezeteiben a mérés technika és a metrológia általános kérdéseit tárgyalja, majd a vasúttechnikában előforduló jellegzetes mérési feladatokat és területeket veszi sorba. Így az első fejezetekben a mérés technika alapfogalmai mellett tárgyalásra kerülnek a mérés kiértékelés legfontosabb módszerei, szabályai, és ismertetjük a vasúttechnikában használatos fontosabb mérő-érzékelőket, mérési eljárásokat. Egyes esetekben részletesen tárgyaljuk ezek elméleti működési hátterét a kapcsolódó összefüggések részletes levezetésével.

A vasúti járművekkel kapcsolatos méréseket felhasználási területek szerint csoportosítva tárgyaljuk, így egy-egy fejezet foglalkozik a futás technikai, a menetdinamikai és energetikai, a féktechnikai, és a szilárdsági mérésekkel, ismertetve az ezeken a területeken használatos legfontosabb mérési eljárásokat, mérőrendszereket és kiértékelési módszereket.

A tantárgyhoz laboratóriumi mérési gyakorlatok is tartoznak, ezért külön fejezetben foglalkozunk az ezeken a gyakorlatokon a hallgatók által használt egyes tanszéki berendezésekkel. Ismertetjük ennek keretében pl. a Spider8 adatgyűjtő berendezést a hozzá kapcsolódó számítógépi programmal, és a tanszéki fejlesztésű forgó-hajtógató fárasztógép felépítését, működését, vezérlését és működtető program-rendszerét. Az utolsó, Melléklet fejezet egyes hosszabb levezetések részleteit tartalmazza.

Reméljük, hogy jegyzetünk jelentős mértékben hozzájárul a hallgatók vasúti mérés technikai ismereteinek bővítéséhez, és hasznos segítséget nyújt mind a tantárgy teljesítéséhez, mind pedig a későbbiekben ezen a területen végzendő szakmai tevékenységhez.

A Szerzők

1. Metrológia, mérés technika

1.1. Vasúti jármű-mérés technika. Bevezetés

A fejezetben mindenekelőtt röviden áttekintjük a vasúti járműmérések legfontosabb feladatait és céljait. Összefoglaljuk a mérések típusait a vizsgálandó járműjellemzők fajtái alapján, végül bemutatjuk a mérések végrehajtásának legfontosabb lépéseit.

A vasúti járműméréseknek az a feladata, hogy egy vasúti járműnek, vagy egy egész vonatnak valamilyen műszaki jellemző értékét meghatározzuk. A méréseket az esetek nagy többségében a valóságos járművön végezzük el, ritkábban a járművek kicsinyített modelljét is vizsgálhatjuk próbapadon. A valóságos léptékű járművek mérését mind a szokásos üzemi körülmények között, mind speciális, erre a célra épített 1:1 léptékű próbapadon is végrehajthatjuk.

A vasúti járműmérések feladatai, azok végrehajtása, a mérőeszközök, a mérés eredményeinek értékelése mind ahhoz alkalmazkodnak, hogy a vasúti járművek acélkerekei acélsínen gördülnek, ami – többek között – a járművek futását, a haladó főmozgásra szuperponálódó kereszt- és hosszirányú mellékmozgásokat is jelentősen befolyásolják, és így speciális mérési igények is (pl. a járművek futásminőségi mérései) felmerülnek.

A vasúti járműmérések legfontosabb céljai és fajtái az alábbiak:

a.) **Átvételi mérések.** Ide tartozik egyrészt az újonnan épített, vagy főjavított vasúti járművek szilárdsági teherbírásának ellenőrzése, amelyet az európai vasutak szervezete, az **UIC 577** számú döntvényében, illetve az ennek alapján készült **MSZ EN 12663** szabványban részletesen rögzítettek. Ebben előírták, hogy milyen statikus szilárdsági próbapadi méréseket, valamint milyen dinamikus (ütköztetéssel végrehajtott) méréseket kell végrehajtani az átvétel során. Másrészt a járműveket gyártó, illetve a főjavítást végrehajtó cég és a megrendelő vasút megállapodhat más kiegészítő átvételi mérésekben is, mint pl. a vontatójárművek kifejtett vonóerejének mérései, a leszállított járművek futásminőségének ellenőrző mérései stb.

b.) **Üzemzavarok okának felderítése.** Ezeket a méréseket többnyire olyan üzemi körülmények között hajtják végre, amelyek között az üzemzavarok felmerültek. Ide tartoznak a vasúti járművek alvázában, szekrényvázában stb. fellépő törések, repedések okának felderítésére végrehajtott szilárdsági mérések, a vontatójárművek energetikai jellemzőinek (menetellenállási erő, vonóerő, energiafogyasztás stb.) megváltozása okának felderítése mérések útján stb.

c.) **Fejlesztési mérések.** Ide tartoznak az új járműtípus kifejlesztése során felmerült mérési igények, illetve a járműfejlesztéssel kapcsolatos kutatások mérési feladatai. Ezek lehetnek mind próbapadi mérések (pl. az alváznak egy részlete), mind vonali mérések.

A mérések lebonyolítása általában az alábbi mozzanatokból szokott állni:

a.) **Elméleti előkészítés:** ennek során meg kell határozni a mérési igényt, rögzíteni kell a mérendő (és mérhető) fizikai mennyiségeket. Ha a kérdéses műszaki-fizikai jellemzők közvetlenül nem mérhetők (pl. egy alkatrészt terhelő erőhatás mérése), akkor más, közvetlenül

mérhető fizikai jellemzők mért értékeiből kell számítással meghatározni a kérdéses műszaki jellemzőt. Az említett erőmérés esetében (pl. egy fék függesztő elemében fellépő erők) a terhelő erőt az alkatrész felületi nyúlásának mérésével állapíthatjuk meg úgy, hogy a mért felületi nyúlásból húzó feszültséget, a húzó feszültségből pedig húzóerőt határozunk meg.

A mérés elméleti előkészítéséhez tartozhat az adott járművön, alkatrészen, modellen stb. belül a konkrét mérési pontok meghatározása a mérés körülményeinek (például az érzékelő elhelyezésére rendelkezésre álló hely), az alkatrész sajátosságainak (például kritikus keresztmetszetének elhelyezkedése) stb. figyelembevételével.

b.) **A mérés gyakorlati előkészítése:** ennek során ki kell jelölni a mérendő járművet (vagy annak egy részletét, pl. csak a forgóvázat, vagy a gépészeti berendezést), meg kell határozni, hogy a mérést próbapadon, vagy egy kijelölt műhelyben álló helyzetben hajtjuk-e végre, vagy vonalon, üzemi körülmények között. Műhelyben végrehajtandó mérések esetén gondoskodni kell a megfelelő műhelyi vágányról, a vágány közelében a megfelelő kiszolgáló eszközökről, ilyen pl. a villamos csatlakozás 220 V 50 Hz váltakozó feszültséggel, vagy 24 V egyenfeszültséggel, vagy 3x380 V háromfázisú táplálással, továbbá sűrített levegő szükséges a légszerszámokhoz, esetleg vízcsatlakozás stb. Ha vonalon, üzemi körülmények között kell a méréseket végrehajtani, biztosítani kell a szabad vágányt a szükséges időtartamra, valamint – ha szükséges – a megfelelő vontató járművet.

A vizsgált jármű biztosításán kívül ugyancsak fontos a szükséges mérőeszközök számbavétele és azok összegyűjtése, továbbá biztosítani kell a műszerek energiaellátását is a megfelelő villamos csatlakozókkal. Ha a mozdonyról lesznek táplálva a mérőberendezések, megfelelő tápkábelek szükségesek. A táplálás történhet akkumulátorról is, megfelelő teljesítményű inverter segítségével. A műszereknek a mérendő járműhöz való kiszállítása megfelelő szállítóeszközt is igényelhet, pl. olyan kényesebb mérőberendezések, mint mérőmagnetofonok, személyi számítógépek stb. szállítását nem célszerű közönséges teherautó rakodófelületén, speciális csomagolás nélkül végezni.

c.) **A mérések végrehajtása:** minden mérést a léptékfelvétellel kell kezdeni, ennek során – általában a jelrögzítő berendezésen – olyan feszültséglépcsőt kell regisztrálni, amely a hozzá tartozó mechanikai mértékegységgel együtt használható. Fontos, hogy megfelelő mérési jegyzőkönyvet vezessenek, amelyből utólag minden egyes mérés minden szükséges adata visszakereshető.

d.) **A mérési eredmények értékelése:** általában sok mérési regisztrátum készül a mérések során, ezeknek az értékelése manapság csak számítógép segítségével hajtható végre kellően rövid idő alatt és kellő pontossággal. Ennek a részleteivel a későbbiekben az egyes méréstípusok tárgyalása során foglalkozunk.

1.2. Metrológiai alapok

Ebben a fejezetben röviden áttekintjük a mérésekkel foglalkozó tudományág, a **metrológia** legfontosabb alapfogalmait, majd az alapfogalmak után bemutatjuk a használatos mérőberendezéseket.

A metrológia tudománya a mérések technikájával és elméletével foglalkozik.

A mérés abból áll, hogy a megméréndő mennyiséget (pl. egy hosszúságot) összehasonlítunk egy előre meghatározott mértékegységgel (pl. az 1 méter hosszúsággal). A mértékegység elvileg akármekkora lehet, a gyakorlatban olyan értéket választanak, amely egyrészt a mindennapi mérési gyakorlatban előforduló mérendő mennyiségekhez képest lehetőleg nagyon sokkal nem kisebb és nagyon sokkal nem nagyobb, másrészt bármikor reprodukálható eleendően nagy pontossággal (igen csekély százalékos eltéréssel). A mérés során megállapítjuk, hogy hány mértékegység egyenlő a mérendő mennyiséggel, ez a mérőszám. Ezt tekintjük a mérés eredményének.

A mérendő mennyiség és a mértékegység összehasonlításához megfelelő műszerek, mérőberendezések szükségesek, ezekkel a mérés technika foglalkozik.

Amikor meghatározzuk a mérőszámot, ezt a mérési eredményt mindig valamekkora mérési hiba terheli, a mérési eredményt elméleti pontossággal sohasem ismerjük. A mérési hibák egy része abból ered, hogy a mérőeszköz a mérőszámot csak egy meghatározott számú számjegyig tudja megbízhatóan megadni. Pl. a kézi tolómérő („subler”) legalább 1/20 milliméter (0.05 mm) eltéréssel tudja megadni a mérőszámot (a mért hosszat), tehát a tolómérőről leolvasható értékek pl. 15.65, 15.70, 15.75 stb. milliméter lehet, és ha a mérendő hossz 15.65 és 15.70 milliméter közé esik, a mérési eredményt leolvasónak kell eldöntenie, hogy a 15.65, vagy a 15.70 milliméter értéket tekinti-e mérési eredménynek. Ha viszont a 0.05 mm-en belüli tört-hosszúságot is ismerni kell, akkor nagyobb pontosságú mérőeszközt (pl. mikrométert) kell alkalmazni, amely segítségével a 0.001 mm hosszúságkülönbségek is megbízhatóan leolvashatók. Így tehát ezt a fajta mérési hibát megfelelően nagyobb pontosságú műszerrel megbízhatóan csökkenthetjük.

A mérési hibák másik része így nem csökkenthető. Mérési hibát okozhat, ha pl. a tolómérő szárait a mérendő testhez szorító erő változik és egy viszonylag könnyen deformálható test hossz méretét kell megmérni. Más esetben a tolómérő és a mérendő test hőmérséklete eltérhet. Itt meg kell említeni, hogy a hossz mérő műszereket szabványos 20 °C hőmérsékletre hitelesítik és az ún. mérőnyomás nagyságát is előírják (pl. mikrométereknél). Ha a mérendő test hőmérséklete ettől eltér, és ez a különbség még változik is az idő folyamán, ez mind úgy befolyásolhatja a mérés eredményét, hogy nem tudhatjuk az így elkövetett mérési hiba nagyságát. Ilyen esetekben megfelelő elméleti értékelési módszerekkel is csak becsülhetjük az elkövetett mérési hibát, tehát a mérési eredményt csak közelítéssel határozhatjuk meg. Ezekkel a módszerekkel a **mérésértékelés** foglalkozik.

A metrológia tudományát ez a két ágazat alkotja: a **mérés technika** és a **mérés elmélet**. A mérés technika keretében az alkalmazott mérőberendezéseket, mérőrendszereket fogjuk bemutatni (**Mérőberendezések, mérőrendszerek**. fejezet), a mérés elmélet keretében a mérések értékelési módjait ismertetjük (**Metrológia, mérés elmélet**. fejezet).

1.2.1. A mérés célja

A műszaki gyakorlatban végrehajtott méréseknek alapvetően kétféle célja van.

Az egyik cél a félkész, vagy a már elkészült szerkezetek ellenőrzése. Az előbbire példa egy vasúti személykocsi szilárdsági ellenőrző mérése, amelyet az összehegesztett alváz-szekerényváz szerkezeten akkor hajtanak végre, amikor a belső burkolatok, szigetelések, válaszfalak,

berendezési tárgyak még nincsenek beépítve. Az utóbbira példa ennek a személykocsinak a futásjósági (futáskényelmi) mérése, amelyet a teljesen készre-szerelt járművön kell végrehajtani. Hasonló mérési-ellenőrzési feladat egy mozdony vonóerő-sebesség jelleggörbéinek, illetve üzemanyag-fogyasztásának mérési sorozata, amelyet szintén a teljesen elkészült járművön kell végrehajtani.

A mérések másik lehetséges célja a különböző kutatási és fejlesztési munkák eredményeinek az ellenőrzése, továbbá annak az ellenőrzése, hogy a kutatások és fejlesztések eredményeit a gyakorlatban hogyan és milyen mértékben lehet alkalmazni. Például ha egy dízelmozdony fajlagos üzemanyag-fogyasztását csökkenteni szükséges, akkor ez – többek között – korszerűbb adagolószivattyúk alkalmazásával lehetséges. A továbbfejlesztett adagolószivattyúk egyes típusait sorban be kell építeni a vizsgált dízelmozdonyba, és mindegyik szivattyú típussal meg kell mérni a mozdony fajlagos üzemanyag-fogyasztására jellemző adatokat, jelleggörbét, hogy a legmegfelelőbb adagolószivattyú-típust ki lehessen választani.

1.2.2. A méréssel vizsgált fizikai jelenség

A méréssel vizsgálandó berendezést (pl. az említett adagolószivattyút) abba a környezetbe kell behelyezni a mérés során, amelyben az üzem közben rendeltetésszerűen működni fog, tehát abba a dízelmozdony-típusba, amelyben az üzemelni fog. Ennek az az oka, hogy az adagolószivattyú környezete – a gázolaj-tápszivattyú, a dízelmotor, sőt még a hajtómű, a vontatott szerelvény és az előírt menetdinamikai jellemzők is – befolyásolni fogják a maguk mértéke szerint a végeredményt, vagyis a mozdony fajlagos üzemanyag-fogyasztását. Általánosságban is igaz, hogy a mérendő objektumot ugyanabban a környezetben kell a méréssel ellenőrizni, mint amelyben az rendeltetésszerűen működött eddig és a továbbiakban is működni fog.

Ha a fajlagos üzemanyag-fogyasztás említett mérési példáját általánosságban a mérendő fizikai jelenségnek tekintjük, akkor a méréssel vizsgált fizikai jelenségeket két fontosabb csoportba sorolhatjuk. Az első csoportba azok a jelenségek tartoznak, amelyeknél a mért fizikai végeredményt teljes mértékben meghatározzák a mérés és működés körülményei. Ha a vizsgált adagolószivattyút a dízelmotorra felszerelve egy próbateremben mérjük, akkor a dízelmotor egy meghatározott terheléséhez a fogyasztásnak egy és csakis egy számértéke fog tartozni (feltéve természetesen, hogy a mérési jellemzők beállításának és a mért adatok leolvasási ingadozását nem vesszük tekintetbe), tehát a terhelés determinálja a mérés eredményét. Az ilyen mért fizikai jelenséget **determinisztikus** jelenségnek nevezzük.

A másik csoportba azok a fizikai jelenségek tartoznak, amelyeknél a mért eredmény nem mindig ugyanaz, hanem egy bizonyos számérték körül bizonyos korlátok között ingadozik, noha a mérési körülményeket törekszünk olyan mértékben azonosnak beállítani, hogy az esetleges szükségszerű ingadozásaik sokszor kisebbek legyenek a mérési eredmény ingadozásához képest. Ha az előbb említett dízelmotor-adagoló szivattyú együttest beépítjük a vizsgálandó mozdonyba és egy kiválasztott mérési pályaszakaszon, a mérés számára összeállított szerelvényvel végighaladva mérjük az üzemanyag-fogyasztást, azt fogjuk tapasztalni, hogy akárhányszor ismételjük is meg a mérést, a mért értékek ingadozni fognak egy bizonyos átlagérték körül, egy meghatározott (nem túlságosan nagy) sávban. Ennek az az oka, hogy noha a mozdony és a vontatott szerelvény ugyanaz, a mozdony terhelését jelentő menetellenállási erő kis mértékben, véletlenszerűen fog változni, ahogy a szerelvény végigfut a vizsgált pályaszaka-

szon. Az ingadozás változása minden egyes végigfutás során más és más lesz, mert a pálya és a jármű dinamikai jellemzői között olyan jellegzetes kölcsönhatás lép fel, amelyet a Zobory, I. – Benedek, T. – Gyóry, J.: Járműdiagnosztika. Oktatási degédlet. 2005. forrásműben már bemutattunk. Az ilyen jelenségek esetén tehát a végeredmény nincs teljes mértékben meghatározva (determinálva), a véletlenszerűen változó körülmények miatt ezeket a jelenségeket **sztochasztikus** jelenségeknek nevezzük. Az ilyen jelenségek mérése során a mérési eredmények ingadozásának mértékét és más jellemzőit megfelelő matematikai eszközökkel fogjuk megbecsülni, ezeket a módszereket a mérések értékélésével foglalkozó fejezetekben fogjuk bemutatni.

1.2.3. Időben állandó és változó mennyiségek

A mérendő mennyiségek az idő folyamán általában változnak, a változás mértéke azonban esetenként igen eltérő lehet. Tegyük fel, hogy egy gyár sűrűlódó tengelykapcsolók számára sűrűlódó betéteket gyárt, és a gyártott termékre jellemző μ sűrűlódási együtthatót a gyártott betéteken időről-időre mérésekkel ellenőrizni kell, hasonló körülmények között, mint ahogy a kész tengelykapcsolókban működnek. A sűrűlódási erőt előidéző feltételeket (nyomóerő, felületi simaság stb.) állandó értékeken tartják, ez a tapasztalat szerint eléggé szigorúan meghatározza a mért sűrűlódási együtthatót, és ezeknek az állandó értéken tartott körülményeknek következtében a mért μ érték az időben valóban állandó, illetve eléggé csekély mértékben változik. Így ezt a mennyiséget az **időben állandó mennyiségnek** tarthatjuk.

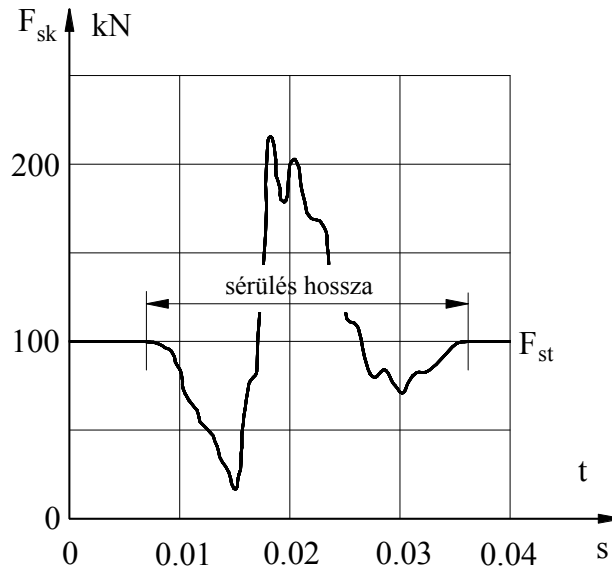
Viszont ezekre a mérési eredményekre az jellemző, hogy pl. N db sűrűlódó betét ellenőrző mérései során ugyan az egyes betéteken (az i -edik betéten, $i = 1, \dots, N$) mért μ_i sűrűlódási együttható az időben gyakorlatilag valóban állandó: $\mu_i(t) \cong$ állandó, tehát mondhatjuk, hogy $\mu_i(t) \cong \bar{\mu}_i$; viszont az egyes betéteken mért $\bar{\mu}_i$ értékek között néha meglepően nagy eltérések is lehetnek, mivel az egymáson csúszó, összeszorított felületek között fellépő sűrűlódási viszonyokat sok véletlenszerűen fellépő, sztochasztikus hatás befolyásolja. Ezekkel együtt ezt a mennyiséget (a sűrűlódási együtthatót) időben állandónak tekintjük, és a $\bar{\mu}_i$ értékek közötti véletlenszerű eltéréseket megfelelő számítási módszerekkel feldolgozva fogjuk megállapítani a becsült $\bar{\mu}_i$ várható értéket, amelyet a pontos érték becsült értékének tekintünk (lásd a **Az időben állandó jelek értékelése.** fejezetét).

Ennek nem mond ellent az, hogy egy bizonyos üzemidő után a tengelykapcsolóba beépített sűrűlódó betét sűrűlódási együtthatója megváltozik (kopások stb. következtében), viszont ennek a változásnak a sebessége olyan csekély, hogy esetünkben elhanyagolható, tehát az egyébként nyilvánvaló $\mu_i(t)$ időfüggvény helyett beérhetjük a becslési számítással kapott $\bar{\mu}_i$ értékkel.

Más esetekben a mérendő jelenség változása az idő során sokkal intenzívebb. Pl. egy keréksérülésen (keréklaposodáson) átgördülő vasúti kerék és a sín között fellépő függőleges F_{sk} erőhatás a 1.1. ábrán látható görbéhez hasonló módon változik az idő folyamán ([14]-97. o.).

Látható, hogy amíg a kerék ép futófelületen gördül, a sínre (és a kerékre) a jármű statikus súlyának az egy kerékre eső F_{sk} része hat. A kerék sérült felületrészén való átgördülés viszont az F_{sk} erőhöz képest több, mint kétszeres nagyságú, időben erősen lengő, majd gyorsan csillapodó erőhatást ad hozzá.

Nyilvánvaló, hogy ilyen esetben a mért $F_{sk}(t)$ erőhatás-függvényt nem lehet egyetlen \overline{F}_{sk} diszkrét erőhatás-értékkel helyettesíteni, itt az $F_{sk}(t)$ mérési jel változása, a változás mértéke és sebessége stb. mind igen fontos mérési eredmény. Az ilyen jelet tehát időben változó jelnek kell tekintenünk. Az értékelés módját a 2.3.2. fejezetében ismertetjük.



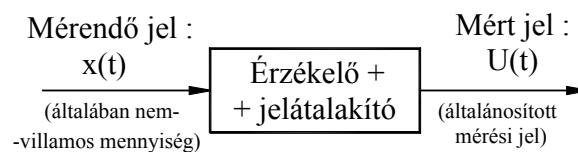
1.1. ábra. Függőleges kerékerő változása laposodott kerék esetén

1.3. Mérőberendezések, mérőrendszerek

Ebben a fejezetben sorra vesszük a használatos mérőérzékelőket, jelátalakítókat, mérőeszközöket, a jelrögzítő berendezéseket, szűrőket, majd a nagyobb számú mérőeszközt is magában foglaló mérési adatgyűjtő rendszereket.

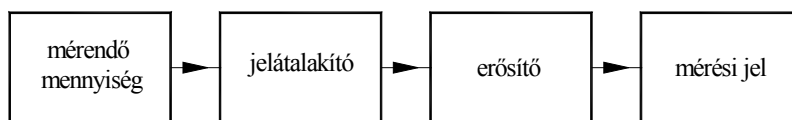
1.3.1. Mérőérzékelők, jelátalakítók

A vasúti járműmérési gyakorlatban nagyrészt nem-villamos, valamint gyorsan változó mennyiségeket (erő, gyorsulás stb.) kell mérni, tehát a mérendő mennyiségeket át kell alakítani érzékelhető és rögzíthető mennyiséggé. A méréstechnikai gyakorlatban erre a célra villamos feszültséget alkalmaznak. Az átalakítás folyamatát az 1.2. ábrán láthatjuk. Az ábrából látható, hogy általában két lépcsőből áll a mérendő mennyiségnek a villamos feszültség-jellé történő átalakítása.



1.2. ábra. Jelátalakítás

Az érzékelők többnyire nem villamos feszültséggé alakítják át a mérendő jelet, hanem valamilyen villamos jellemzőjük (ellenállás, induktancia stb.) változik a mérendő mennyiséggel analóg módon, vagyis minden időpillanatban arányosan. Ezért ezeket a jellemzőket meg kell mérni (folytonosan), és olyan nagyságú analóg feszültség-jellé átalakítani, amilyen pl. a jelrögzítőhöz (analóg mérőmagnetofon) szükséges, pl. ± 1 V, ± 5 V stb. Így végül a mérési folyamat vázlatát a 1.3. ábrán látható lesz:



1.3. ábra. A mérési jel

Mivel a leggyakorlatban villamos feszültség-jel a mérési folyamat eredménye, ezért ehhez a villamos jelhez hozzá kell kapcsolni azt a léptéket, amely megadja, hogy mekkora fizikai mennyiség tartozik a mért jelhez:

$$q_m = \frac{[\text{mérendő fizikai mennyiség}]}{[\text{mérési jel}]} = \frac{\text{mérendő fizikai mennyiség mértékegysége}}{\text{Volt}}$$

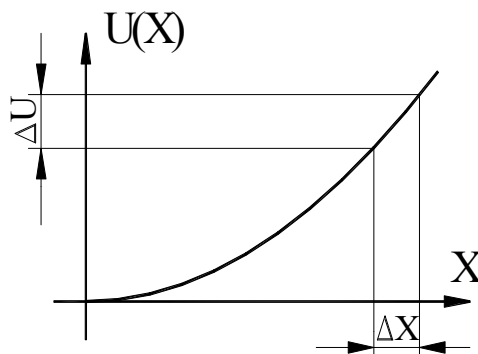
Ez a lépték tehát valamilyen fizikai mennyiségnek (N, J, m/s stb.) és a villamos feszültségnek (Volt) a hányadosa. A továbbiakban a mért (és/vagy regisztrált) villamos jel és a q_m lépték együttesét **általánosított mérési jelnek** nevezzük. Ennek megfelelően ha a mért fizikai mennyiség valamilyen X mennyiség, akkor az X mennyiség a mért villamos U feszültségből a q_m léptékkel így állítható vissza:

$$X = q_m \cdot U, \text{ illetve } X(t) = q_m \cdot U(t)$$

figyelembe véve, hogy X és U az időben változnak.

A jel átalakításának fontos jellemzői az átalakítás érzékenysége és az átalakítás beállási ideje. A bemenő jel (a mérendő mennyiség) és a kimenő jel (az U feszültség) közötti kapcsolatot **karakterisztikának** nevezzük.

A karakterisztika bemutatásához tekintsük először azt az esetet, amikor a be- és kimenő jel egyaránt állandó, illetve igen lassan változik. Ekkor a mérendő X mennyiség és a mért U jel közötti összefüggést az ún. **statikus karakterisztika** mutatja be (1.4. ábra):



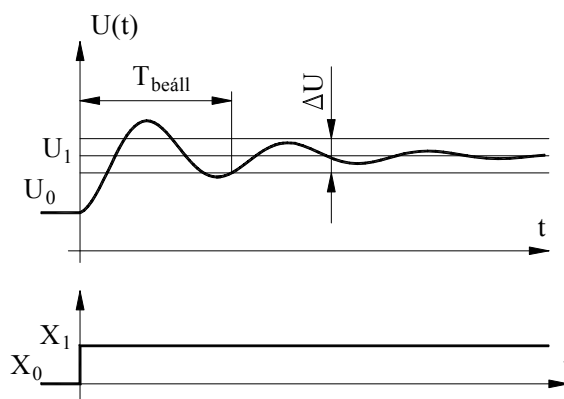
1.4. ábra. Statikus karakterisztika

A jelátalakítás érzékenységének a be- és kimenő jelek változásának hányadosát nevezzük:

$$\dot{E} \cong \frac{\Delta U}{\Delta X}, \text{ és } \dot{E} = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta X} = \frac{dU}{dX}$$

mivel U általában nem lineáris függvénye X -nek.

A gyakorlati esetek többségében a be- és kimeneti jelek gyorsan változnak. Ennek az a következménye, hogy a kimeneti jel változásának bizonyos késése figyelhető meg a bemeneti jel változásához képest, mivel az áramkörök induktivitása és kapacitása úgy viselkedik, mint a mechanikai lengőrendszerekben a tömeg, a rugó és a csillapító. A . ábra azt a szélsőséges esetet mutatja be, amikor a bemenő $X(t)$ jel ugrásszerűen, végtelen rövid idő alatt változik ("egységugrás függvény" jelleggel), ugyanakkor a kimenő $U(t)$ jel csillapodó lengések mellett tart az új érték felé (az "átmeneti függvény"-hez hasonlóan).



1.5. ábra. Jelbeállítás

Látható, hogy míg a bemenő jel végtelen rövid idő alatt változott X_0 -ról X_1 -re, addig a kimenő $U(t)$ jel csillapodó lengésekkel ugyan, de csak aszimptotikusan tart az U_1 értékhez, tehát szigorúan véve csak végtelen hosszú idő után éri el U_1 értékét. A gyakorlatban ilyenkor kitűznek egy ΔU sáv szélességet, és azt a $T_{beáll}$ időt tekintik az átalakítás **beállási idejének**, amelyen túl a kimenő $U(t)$ feszültség-jel ingadozása kisebb a kijelölt ΔU -nál.

Általános esetben a bemenő jel nemcsak az időnek, hanem az ω körfrekvenciának is függvénye (tehát van harmonikus összetevője). Ekkor a kimenő jelet komplex függvényként célszerű kezelni, amelyet **átviteli karakterisztikának** nevezünk. Ha ez egy $W(j.\omega)$ komplex függvény, akkor:

$$W(j.\omega) = A(\omega) + j.B(\omega)$$

$$\text{és az abszolút értéke: } |W(j.\omega)| = K(\omega) = \sqrt{A^2(\omega) + B^2(\omega)}$$

A $K(\omega)$ függvényt amplitúdó-karakterisztikának nevezzük. $A(\omega)$ és $B(\omega)$ hányadosa pedig:

$$\operatorname{tg} \varphi(\omega) = \frac{B(\omega)}{A(\omega)}, \text{ illetve } \varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{B(\omega)}{A(\omega)}.$$

A $\varphi(\omega)$ függvényt fáziskarakterisztikának nevezzük.

A fentiekből következik, hogy ha időben változó mennyiséget kell mérni, akkor célszerű, ha az érzékelő-átalakító együttes $K(\omega)$ amplitúdó-karakterisztikája állandó abban az $[\omega_1; \omega_2]$ tartományban, amelyben a bemenő jel körfrekvenciája is változik. Megfordítva, ha az érzékelő-átalakító amplitúdó-karakterisztikája egy $[\omega_1; \omega_2]$ tartományban állandónak tekinthető (az ingadozás nem halad meg egy előírt ΔK_0 értéket), akkor ebben az $[\omega_1; \omega_2]$ tartományban minden ω körfrekvenciájú harmonikus összetevő amplitúdója azonos mértékben fog nőni, vagy csökkenni.

A továbbiakban sorra vesszük az alkalmazott érzékelők típusait, először azokat, amelyek valamilyen villamos jellemző (ellenállás, induktancia stb.) változásává alakítják át a mérendő jeleket, majd azokat, amelyek villamos feszültséggé transzformálják a mérendő jelet. Az első csoportba tartoznak a nyúlásmérő bélyeg, az induktív elmozdulás-érzékelő, az induktív helyzetérzékelő, valamint az induktív elven működő gyorsulás-érzékelő. Ilyen érzékelőket alkalmazva először meg kell mérni folyamatosan a változó villamos jellemzőt, majd a megmért ellenállás, induktancia stb. változó értékével analóg módon változó és megfelelő nagyságú villamos feszültséget kell előállítani a jel további feldolgozásához. Ezt a kettős feladatot a **mérőerősítők** tudják ellátni, amelyek részleteit a további fejezetekben találhatjuk meg.

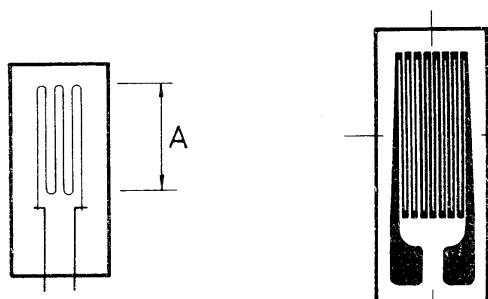
Az érzékelők második csoportjába tartozik – többek között – a lézeres távolságérzékelő, a piezoelektromos elven működő gyorsulásérzékelő, valamint az opto-elektronikus elven működő szögelfordulás-érzékelő. A lézeres távolságérzékelő kimenetén a mért jellemző feszültségjele megjelenik digitális alakban is, és digitál-analóg konverzió alkalmazásával az érzékelő lépcsősen változó $U(t)$ feszültséget is szolgáltat.

A továbbiakban ezeket az érzékelőket részletesebben is ismertetjük.

1.3.1.1. A nyúlásmérő bélyeg.

A nyúlásmérő bélyeg a deformálódó alkatrész felületi megnyúlását ohmikus ellenállásváltozással érzékeli. A bélyeg úgy van felépítve, hogy ellenálláshuzalt ragasztanak gyárilag két papír-, vagy műanyagréteg közé, és ezt lehet a vizsgált alkatrész felületére alkalmas ragasztóval (pl. műgyanta) felragasztani. A bélyegbe beépített ellenálláshuzal általában az 1.6. ábra baloldali részén látható módon van elhelyezve, hogy a beépített ellenálláshuzal A összhosszát meg lehessen növelni.

Manapság viszont terjed az 1.6. ábra jobboldali részén látható kivitel is, ahol – a nyomtatott áramkörök gyártásához hasonló módon – megfelelő vékony fóliát ragasztanak fel a hordozó alapra, majd kimaratják a felesleget, és így az ábrán látható huzal-alak marad.



1.6. ábra. Nyúlásmérő bélyeg

A nyúlásmérő bélyeg fontos adata az A mérőhossz. Ez 2 ~ 50 mm lehet, legtöbbször 10 ~ 20 mm. Ennek az ismerete azért fontos, mert ezen a hosszön belül a bélyeg átlagolja a nyúlást, mivel csak a huzal összellenállásának megváltozása mérhető meg.

A nyúlásmérő bélyeg legfontosabb adata a k **nyúlási tényező**, amely a dR/R fajlagos ellenállás-változás (nem tévesztendő össze a ρ fajlagos ellenállással !) és az $\varepsilon = d/l$ fajlagos nyúlás közötti kapcsolatot fejezi ki:

$$k = \frac{dR/R}{d/l} = \frac{dR}{\varepsilon}$$

A kísérletek szerint a huzalok anyagának folyáshatáráig $k =$ állandó. (Bővebbet [2].- 5. fejezetében találhatunk.) A nyúlási tényező számértéke 2 körül mozog a szokásos gyártású és kivitelű nyúlásmérő bélyegek esetén, a gyártó cégek mindig közlik a bélyegeken.

Ekkor: $k \cdot \varepsilon = \frac{dR}{R} \cong \frac{\Delta R}{R}$, mivel k értéke a tapasztalat szerint állandó.

Bevezetve az r relatív ellenállás-változás értékét, kapjuk:

$$r = \frac{\Delta R}{R} = \frac{R - R_0}{R_0},$$

ahol R_0 : az ellenállás eredeti értéke, R : a megváltozott ellenállás értéke. Ekkor $r = k \cdot \varepsilon$, tehát a relatív ellenállás-változás arányos az ε nyúlással, így r értékét mérve, az ε nyúlást megkaphatjuk:

$$\varepsilon = \frac{r}{k}$$

A nyúlásmérő bélyegeknél a terheletlen állapothoz tartozó R_0 ellenállása – azonos típusú bélyegek esetén – eléggé csekély eltéréssel azonos, az eltérés általában nem haladja meg a ± 0.5 %-ot.

A nyúlásmérő bélyegek további fontos jellemzője a hőmérsékleti tényező, valamint a felhasználáshoz ajánlott hőmérsékleti tartomány. A hőfoktényező a hőmérsékletváltozás hatására bekövetkezett ellenállás-változást adja meg:

$$\beta = \frac{1}{\Delta T} \cdot \frac{\Delta R}{R} = \frac{r}{\Delta T}$$

Levezethető ([1].-7.4, [2].- 5.3.3), hogy a terheletlen bélyeg ΔT hőmérsékletváltozás esetén a következő nagyságú megnyúlást szenved el a fémalkatrész megnyúlása következtében:

$$\varepsilon_{hő} = \left[\alpha_0 - \alpha + \frac{\beta}{k} \right] \cdot \Delta T,$$

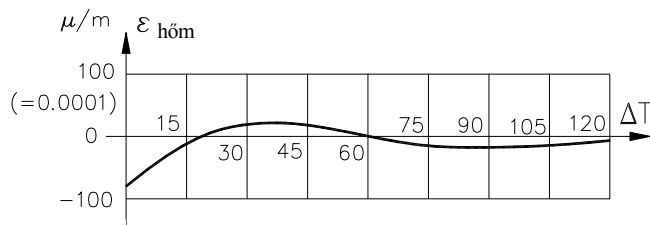
ahol α_0 : a hőmérséklet-változás előtti hőtágulási tényező;

α : a hőmérséklet-változás utáni hőtágulási tényező ;

β : hőfoktényező.

Az $\varepsilon_{hő}$ hőfokváltozási nyúlást a 1.7. ábra szemlélteti a ΔT hőmérsékletváltozás függvényében, a szokásos korszerű kivitelű nyúlásmérő bélyegekre.

Látható az ábráról, hogy a célszerűen használható hőmérsékletváltozási tartomány a 20 ~ 100 °C közötti terület.



1.7. ábra. Hőfokváltozási nyúlás

A nyúlásmérő bélyegek jellemzői közül még megemlíthető a megengedhető mechanikus igénybevétel és a megengedhető villamos terhelés. Statikus terhelésekre a bélyegek legfeljebb $\varepsilon_{\max} = 0.3 \% = 0.003 \text{ m/m} = 3000.0 \text{ } \mu\text{/m}$ nyúlást képesek garantáltan elviselni (ez kb. **600 Mpa** húzófeszültséget jelent). Ismétlődő igénybevételek okozta nyúlások mérésénél célszerű olyan bélyeget alkalmazni, amelyen a gyártó feltüntette, hogy legfeljebb mekkora nyúlást és milyen terhelési ciklusszámot képes a bélyeg elviselni.

A megengedhető villamos terhelés azt a legnagyobb feszültséget jelenti, amely a mérés során hathat a bélyegre, ez általában **20 V**.

Végezetül bemutatjuk, hogy az előbb elmondottak szerint a mérendő ε felületi nyúlás meghatározásához meg kell mérni az r relatív ellenállás-változást, illetve a mérőbélyeg R ellenállásának ΔR abszolút ellenállás-változását. Ezt a gyakorlatban **Wheatstone-híddal** végzik el (1.8. ábra):

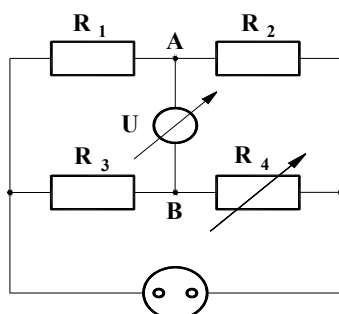
Az ábrán látható négy ellenállás közül legyen R_1 a mérendő ellenállás (a mérőbélyeg), R_4 változtatható ellenállás, R_2 és R_3 pedig ismert értékű, állandó nagyságú ellenállások. Könnyen belátható, hogy az R_4 ellenállás változtatásával elérhető, hogy az U feszültségmérő zérust mutasson, mert ekkor: $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$, tehát az ismeretlen R_1 ellenállás értéke: $R_1 = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$

Ez a módszer csak statikus méréseknél alkalmazható, tehát amikor R_1 értéke állandó. Változó terhelések, tehát változó bélyegellenállások esetén egyszerűen nincs idő R_4 változtatására, hanem a mért U feszültség értékéből következtethetünk az ismeretlen R_1 értékére. Erről bővebben az 1.3.2 fejezetben találhatunk.

Az 1.8. ábrán bemutatott Wheatstone-híd kapcsolás ugyanakkor lehetőséget ad arra, hogy a hőmérséklet-változás által okozott $\varepsilon_{hő}$ nyúlás befolyását egyszerű módon lehessen kiküszöbölni. Ez az ú. n. **hőmérséklet-kompenzáló bélyeg** alkalmazása (1.9 ábra).

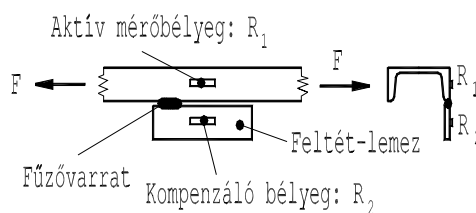
Az 1.9. ábrán bemutatott tartóra az R_1 nyúlásmérő bélyeget ragasztották a tartóban ébredő húzófeszültség-okozta nyúlás érzékelésére, a bélyeg ellenállás-változása nyilvánvalóan arányos lesz az érzékelt ε_1 nyúlással, amiből – egytengelyű feszültségi állapotot feltételezve – következtetni lehet a tartót terhelő σ feszültségre:

$$\sigma = \varepsilon_1 \cdot E$$



tápfeszültség: AC, DC

1.8. ábra. Wheatstone-híd



1.9. ábra. Hőmérséklet kompenzáció

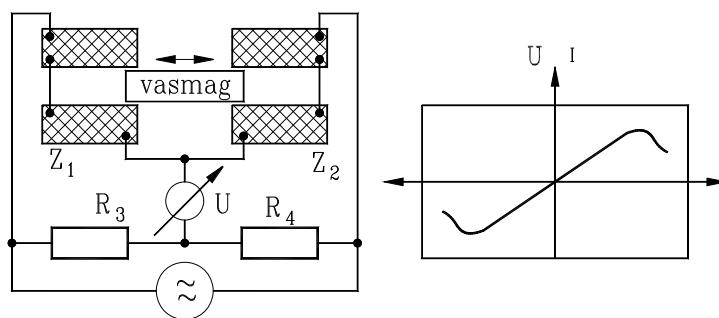
Ha a vizsgált tartó hőmérséklete megváltozott a felragasztás hőmérsékletéhez képest, akkor a tartó hő-dilatációja következtében a mérőbélyeg ellenállása is megváltozik és $\varepsilon_{hő}$ megnyúlást érzékel, mintha azt is az F terhelőerő keltette volna.

Mivel a tartó hőmérséklet-változására általában számítani lehet, ilyenkor felhegesztenek a tartóra egy olyan feltét-lemezt, amelyre az R_1 bélyeghez hasonló kivitelű hőmérséklet-kompenzáló bélyeget ragasztottak, ezt jelöljük R_2 -vel.

A feltét-lemezt rögzítő varrat csak egy rövid, ún. n. fűző-varrat lehet, hogy a feltét-lemez ne legyen kénytelen követni az U -tartónak az F húzóerő hatására bekövetkezett hosszváltozását. Ha a környezet hőmérséklete változik (pl. az alvázat körülújító menetszél hatására), az mind az R_1 , mind az R_2 ellenállású bélyegek hőmérsékletét egyenlőképpen változtatja (ezért célszerű az R_2 bélyegnek az R_1 közelében lennie). Viszont a mechanikai terhelés hatására bekövetkező felületi nyúlás csak R_1 ellenállását változtatja meg. A hőmérséklet-változás azonban egyenlő arányban változtatja meg mind az R_1 , mind az R_2 értékét. Így felépítve a Wheatstone-hidat, az R_1 ellenállás mérési eredményét nem befolyásolja a hőmérséklet esetleges megváltozása. Ennek az igazolását a 1.3.2.2. fejezetben találhatjuk meg.

1.3.1.2. Induktív elmozdulás-érzékelő

Az induktív elmozdulás-érzékelő működésének az az alapja, hogy ha egy tekercsbe vasmagot tolunk be, a tekercs induktanciája (ωL) megváltozik. A sokféle lehetséges tekercsvasmag elrendezés közül az a változat terjedt el, amely két sorba kapcsolt tekercset tartalmaz, egyetlen elmozduló vasmaggal (1.10. ábra):



1.10. ábra. Induktív elmozdulás-érzékelő

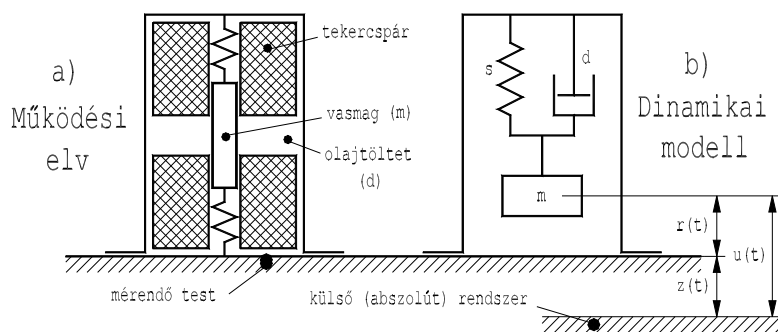
A vasmag bármelyik irányú kitérése a megfelelő tekercs-fél impedanciáját változtatja meg, mivel a tekercs belsejébe behatoló vasmag megnöveli a tekercs inductívitasát, ugyanakkor a másik tekercs-fél inductívitasága gyakorlatilag változatlan marad. Az ábra egyúttal a mérőerősítővel történő mérés működési vázlatát is bemutatja, a híd A és B pontja között folyó áram, így a mért feszültség is jó közelítéssel lineáris függvénye lesz a vasmag elmozdulásának, de túllépve a lineáris szakaszt (a mérési tartományt), a görbe nemlineárisává válik, tehát az érzékelő beépítésénél a kitérést megfelelő módon korlátozni kell, figyelembe véve a gyártó cég által közölt mérési tartomány hosszát. Az 1.11. ábrán a **Hottinger** gyártmányú **WA** típusú, induktív elven működő elmozdulás-érzékelők közül kettőnek a képe látható ([6].-118. o.).



1.11. ábra. Hottinger gyártmányú induktív elmozdulás-érzékelő

1.3.1.3. Induktív gyorsulás-érzékelő

Az induktív elmozdulás-érzékelők működési elvének egy érdekes felhasználási módja a gyorsulások mérésére történő alkalmazás oly módon, hogy az elmozdulás mérési eredményéből következtetünk a mérendő gyorsulásra. Ez az érzékelő egyszabadságfokú lengőrendszert tartalmaz, amelynek a tömege megegyezik a tekercspárban alternáló mozgást végző m tömegű vasmaggal, a vasmag az s merevségű rugóval van az érzékelő házához kapcsolva, a lengőrendszer d csillapítási együtthatóját az egész érzékelőt kitöltő olajtöltet viszkozitása eredményezi. Az érzékelőt vázlatosan az 1.12. ábra mutatja be:



1.12. ábra. Induktív gyorsulás érzékelő

Az 1.12. ábra a) része az érzékelő működési vázlatát, a b) része pedig az érzékelő dinamikai modelljét szemlélteti. A dinamikai modell szerint a mérendő test (pl. egy kocsiszekrény) valamilyen $z(t)$ függőleges mozgást végez a külső, abszolútnak tekintett rendszerhez képest (a vasúti pálya környezete), az érzékelő m tömege az érzékelő házához képest – tehát a kocsiszekrényhez képest – $r(t)$ relatív mozgást végez. A két mozgás algebrai összege legyen $u(t)$, vagyis az m tömegnek a külső, abszolút rendszerhez képest végzett mozgása.

Az érzékelő csak az $r(t)$ relatív mozgásra tud felvilágosítást adni, viszont a mérendő test $z(t)$ mozgásának gyorsulását kell meghatározni. Ezért összefüggést kell találni az érzékelt $r(t)$ relatív mozgás és a $z(t)$ gyorsulás között. Írjuk fel az m tömeg dinamikai mozgásegyenletét Newton II. axiómájának segítségével:

$$m \cdot \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + d \cdot \frac{dr(t)}{dt} + s \cdot r(t) = 0$$

Figyeljük meg, hogy a tömeg gyorsulása a külső, abszolút rendszerhez képest $u(t)$ mozgás második deriváltjával egyenlő, viszont a tömegre ható csillapító- és rugóerő az $r(t)$ relatív mozgás jellemzőitől függ. Vezessük be az $u(t)$ helyére is az $r(t)$ függvényt:

$$u(t) = z(t) + r(t); \text{ és } \frac{d^2 u(t)}{dt^2} = \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + \frac{d^2 r(t)}{dt^2};$$

illetve egyszerűbb jelöléssel: $\ddot{u}(t) = \ddot{z}(t) + \ddot{r}(t)$

Behelyettesítve ezt a mozgásegyenletbe, kapjuk:

$$m \cdot \ddot{z}(t) + m \cdot \ddot{r}(t) + d \cdot \dot{r}(t) + s \cdot r(t) = 0, \text{ illetve: } m \cdot \ddot{r}(t) + d \cdot \dot{r}(t) + s \cdot r(t) = -m \cdot \ddot{z}(t);$$

Tehát az érzékelő lengőrendszerét a $-m \cdot \ddot{z}(t)$ erő kényszeríti mozgásra. Tételezzük fel, hogy az ismeretlen $z(t)$ mozgásfüggvény egyszerű harmonikus függvény: $z(t) = Z_0 \cdot \sin \omega t$, vagyis Z_0 amplitúdójú és ω körfrekvenciájú szinusz függvény, amelynek a második deriváltja: $\ddot{z}(t) = -\omega^2 \cdot Z_0 \cdot \sin \omega t$, amelyet behelyettesítve kapjuk:

$$m \cdot \ddot{r}(t) + d \cdot \dot{r}(t) + s \cdot r(t) = m \cdot \omega^2 \cdot Z_0 \cdot \sin \omega t \quad (1.1)$$

Ez az egyenlet az $r(t)$ függvény másodrendű, lineáris, állandó együtthatójú, inhomogén differenciálegyenlete. Ennek az általános megoldása a homogén és az inhomogén egyenletek

megoldásainak $r(t) = R(t)_{hom.,\acute{a}ll.} + r(t)_{inhom.,part.}$ összege. Az $R(t)_{hom.,\acute{a}ll.}$ homogén általános megoldás a $m\ddot{r}(t) + d\dot{r}(t) + sr(t) = 0$ homogén differenciálegyenlet megoldása.

Ennek a homogén, általános megoldását úgy kapjuk meg, hogy az $R(t)_{hom,\acute{a}lt}$ függvényt

$$R(t)_{hom,\acute{a}lt} = e^{\lambda \cdot t} \quad (1.2)$$

alakban keressük. A megoldásfüggvény teljes levezetése a Mellékletben található (8.1.1.), ahol az $R(t)_{hom,\acute{a}lt}$ függvényre a következőt kapjuk (8.1):

$$R(t)_{hom.,\acute{a}lt.} = e^{-\beta \cdot t} \cdot (C_1 \cdot \cos \gamma \cdot t + C_2 \cdot \sin \gamma \cdot t)$$

Az $r(t)$ megoldásának inhomogén partikuláris részét úgy kaphatjuk meg, hogy ugyanolyan harmonikus függvényt helyettesítünk be kísérletképpen, mint a jobboldalon álló függvény, kihasználva, hogy a jobboldalon álló gerjesztő-függvény beletartozik a "t" hatványfüggvénye, exponenciális, valamint harmonikus függvénye által alkotott csoportba. Így az $r(t)_{inh.,part.}$ kísérletező függvénye a következő lehet:

$$r(t) = A \sin \omega \cdot t + B \cdot \cos \omega \cdot t \quad (1.3)$$

Behelyettesítések és átrendezések után kapjuk az $r(t)_{inh.,part}$ megoldás összetevőt, és mivel a mozgás az időben hosszan tart, a homogén általános megoldás $e^{-\beta \cdot t}$ tényezője következtében csillapodik, ezért élhetünk azzal a közelítéssel, hogy a homogén, általános megoldás-összetevőt elhanyagoljuk, így végül (8.2):

$$r(t) \cong r(t)_{inh.,part} = K_r \cdot \sin(\omega \cdot t + \varepsilon) = \frac{\omega^2 \cdot Z_0}{\sqrt{(\alpha^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{d \cdot \omega}{m}\right)^2}} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varepsilon).$$

Ez az összefüggés akkor igaz, ha a mérendő gyorsuláshoz tartozó $z(t)$ függvény harmonikus függvény.

Másrészt, mivel a $z(t)$ függvényt harmonikusnak tételeztük fel, ebből következik, hogy a mérendő test $z(t)$ gyorsulása arányos az érzékelő által követett relatív mozgás elmozdulásával. A $\ddot{z}(t)$ gyorsulás amplitúdója:

$$\ddot{z}(t) = -\omega^2 \cdot Z_0 \cdot \sin \omega \cdot t = A_z \cdot \sin \omega \cdot t$$

A mérés során az $r(t)$ relatív elmozdulást érzékeljük, viszont a $z(t)$ gyorsulásra kívánunk információt kapni, ezért írjuk fel a K_r amplitúdónak és az A_z amplitúdónak a hányadosát az ω gerjesztő körfrekvencia függvényében, Így megkaphatjuk az érzékelőnk gyorsulás-elmozdulás karakterisztikáját. E két amplitúdó hányadosa (a negatív előjelet elhanyagolva):

$$\frac{K_r}{A_z} = \frac{\omega^2 \cdot Z_0}{\sqrt{(\alpha^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{d \cdot \omega}{m}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(\alpha^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{d \cdot \omega}{m}\right)^2}}$$

Vezessük be a következő jelöléseket az egyszerűsítés és a jobb áttekinthetőség érdekében. A gerjesztés ω körfrekvenciájának és az érzékelő dinamikai modelljének csillapítatlan α saját-körfrekvenciájának a hányadosa: $q = \frac{\omega}{\alpha}$, valamint a **Lehr**-féle csillapítási együttható (vagyis az aktuális csillapításnak, valamint a kúszás és a lengés közötti határhelyzethez tartozó kritikus csillapításnak a hányadosa): $D = \frac{d}{2.m.\alpha}$.

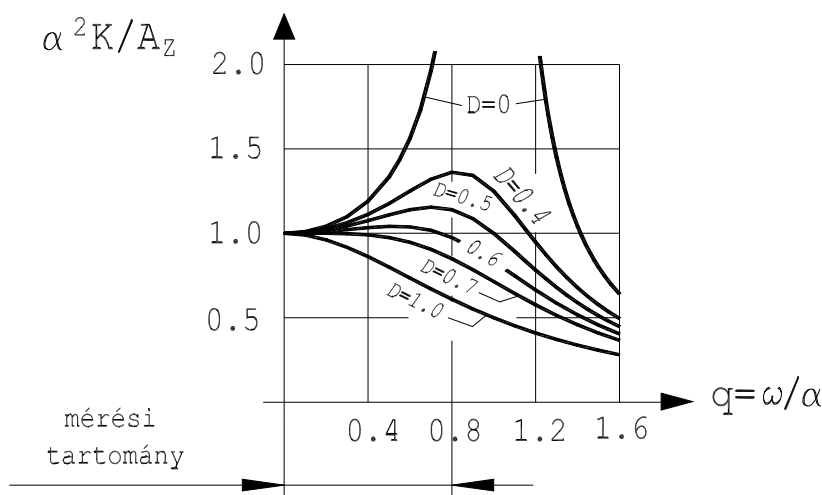
Ezeket behelyettesítve a K_r/A_z hányados képletébe, kapjuk:

$$\begin{aligned} \frac{K_r}{A_z} &= \frac{1}{\sqrt{(\alpha^2 - \omega^2)^2 \left(\frac{d \cdot \omega}{m}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^4 \left(1 - \frac{\omega^2}{\alpha^2}\right)^2 + \alpha^4 \left(\frac{d \cdot \omega}{m \cdot \alpha^2}\right)^2}} = \\ &= \frac{1}{\alpha^2 \cdot \sqrt{(1 - q^2)^2 + \left(\frac{2 \cdot d \cdot \omega}{2 \cdot m \cdot \alpha \cdot \alpha}\right)^2}} = \frac{1}{\alpha^2 \cdot \sqrt{(1 - q^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot q^2}}, \end{aligned}$$

α^2 -tel beszorozva mindkét oldalt:

$$\frac{\alpha^2 \cdot K_r}{A_z} = \frac{1}{\sqrt{(1 - q^2)^2 + 4 \cdot D^2 \cdot q^2}}$$

Az $\alpha^2 \cdot K_r/A_z$ hányados dimenziója 1, így a karakterisztika fajlagos értékeket eredményez, ezt a hányadost az 1.13. ábrán látható görbesereg ábrázolja q függvényében, a D paraméter különböző értékei esetén.



1.13. ábra. Gyorsulásérzékelő karakterisztikája

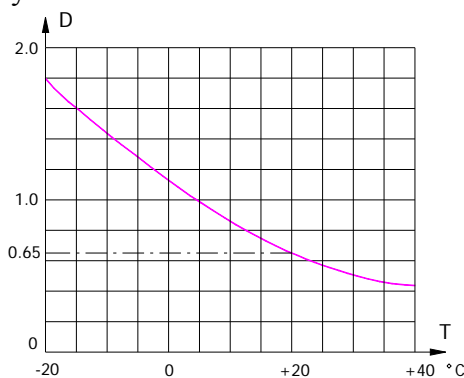
Látható az ábráról, hogy a két gyorsulás-amplitúdó $\alpha^2 \cdot K/A_z$ hányadosa q függvényében (tehát a gerjesztő körfrekvencia függvényében) eléggé változik a D paraméter különböző értékeinek függvényében, de $D = 0.6$ esetén a $0 \leq q \leq 0.8$ tartományban alig különbözik 1.0-tól.

Ez azt jelenti, hogy ha az ω gerjesztő körfrekvencia **kisebb** az érzékelő lengőrendszere α csillapítatlan körfrekvenciájának 0.8-szorosánál, akkor az érzékelő tömege relatív kitérésének α^2 -szerese elég jó közelítéssel egyenlő lesz a járműrész mért gyorsulásával. Ezt a határértéket a gyártók minden esetben feltüntetik az érzékelőn, és a mérés előkészítése során ezt célszerű figyelembe venni. Ha bizonytalan, hogy mekkora a körfrekvenciája a mérendő járműalkatrész lengésének, magasabb saját-körfrekvenciájú érzékelővel célszerű próba-mérést végezni.

Fontos megjegyezni, hogy az érzékelő kitérése és a mérendő gyorsulás közötti összefüggés levezetése annak a feltételezésével készült, hogy a mérendő $\bar{z}(t)$ gyorsulásfüggvény harmonikus függvény. Ha ez a feltétel nem teljesül, ez a levezetés sem érvényes, ezért ilyen esetekben a gyorsulásmérés eredményét kellő óvatossággal kell kezelni.

Az elmondottak szerint az induktív gyorsulás-érzékelő pontosan úgy használható, mint az induktív elmozdulás-érzékelő: meg kell mérni a vasmagnak a házhoz viszonyított elmozdulását, és ezt α^2 -tel szorozva kaphatjuk meg a kérdéses gyorsulás-értéket. A méréstechnikai gyakorlat ezen úgy egyszerűsített, hogy a mérés kezdete előtt megállapítják az 1g gyorsuláshoz tartozó vasmag-elmozdulást. Az érzékelőt 90° -kal elfordítva (hogy a vasmag elmozdulás-iránya vízszintesbe essék), a mért elmozdulás (és a keresett gyorsulás) zérus lesz, ez lesz a **nulla-szint**. Visszafordítva az érzékelőt a beépítési helyzetbe, az 1g-nek megfelelő elmozdulás lesz mérhető. Ezt a jel-lépcsőt rögzítve a jelregisztráló berendezésen, a regisztrált $\bar{z}(t)$ függvény bármely ordinátája meghatározható.

Végül meg kell még említeni, hogy az induktív gyorsulásérzékelők olajtöltésével beállított csillapítási együttható számértékét a beállított értéken (vagy annak a közelében) kell tartani. Köztudomású, hogy az olajok viszkozitása függ a hőmérséklettől, tehát az érzékelő dinamikai modelljében a csillapítás is az érzékelő hőmérsékletének függvénye, Az 1.14. ábrán bemutatjuk a szokásos induktív gyorsulásérzékelők D csillapítási együtthatójának változását az olajtöltet hőmérsékletének függvényében.



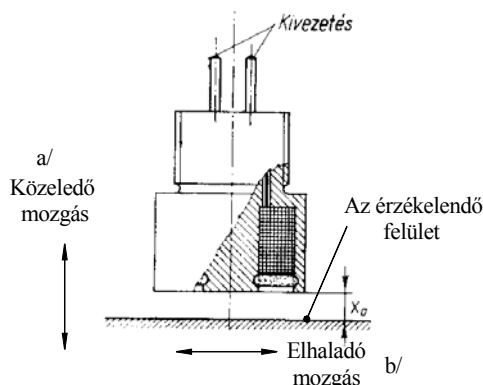
1.14. ábra. A csillapítás változása a hőmérséklet függvényében

A szokásos $+20\text{ }^\circ\text{C}$ környezeti hőmérsékleten a $D=0.65$ nagyságú csillapítás a megfelelő érték.

1.3.1.4. Induktív helyzetérzékelők

Az induktív helyzetérzékelők egyszerűbb felépítésűek az induktív elmozdulás-érzékelőkhöz képest, csak egyetlen tekercset tartalmaznak, elmozduló vasmag nélkül. Ha viszont ezt a

tekercset megközelíti egy vastömeg, ennek a tekercsnek is megváltozik az induktanciája. Az érzékelő vázlatos működését a 1.15. ábra mutatja be.



1.15. ábra. Induktív helyzetérzékelő

Az ábra a) és b) jelű beépítési mozgásiránya mutatja be a két leggyakoribb alkalmazási módot. Az a) változat esetén a közelítő vastömegnek meghatározott, fémes ütközés ellen biztosított véghelyzetét kell biztosítani (tehát az érzékelőnek nem fog nekiütközni, de azt megközelíti), viszont a véghelyzetben az érzékelő tekercsének $\omega \cdot L$ induktanciája megnövekszik, ezzel jelzi, hogy a tömeg a véghelyzetbe (illetve annak közvetlen közelébe) ért.

A b) változat esetében a vastömegnek nincs meghatározott véghelyzete, hanem csak elhalad az érzékelő előtt, annak közvetlen közelében. Ekkor a megközelítés, tehát az érzékelő közelében való elhaladás tényét ismét a tekercs $\omega \cdot L$ induktációjának megváltozása jelzi.

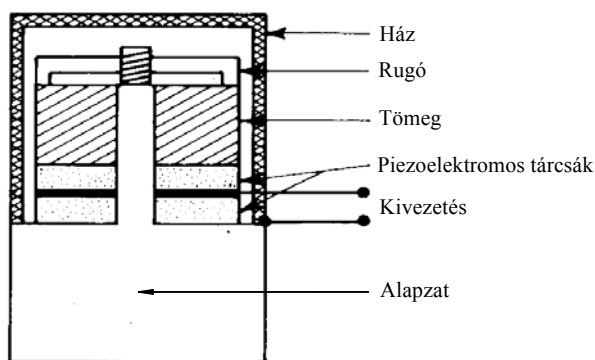
Fontos, hogy egyik változat esetében sem a pontos helyzet megadására szolgál, hanem csak az érzékelőnek a megközelítését, illetve az előtte való elhaladás tényét jelzi.

A gyakorlatban más elven működő helyzet-, illetve megközelítés-érzékelők is készülnek, pl. mágneses (Hall), kapacitív stb. alapon működnek, a felhasználásuk teljesen hasonló az induktív érzékelőkhöz.

1.3.1.5. Piezoelektromos gyorsulásérzékelők

Az utóbbi időben az induktív elven működő gyorsulásérzékelők mellett terjed a piezoelektromos elven működő gyorsulásérzékelők alkalmazása. A piezoelektromos működési elvű érzékelők felépítése emlékeztet az induktív elvű érzékelőkre. A 1.16. ábra vázlatosan mutatja be a piezoelektromos gyorsulásérzékelők felépítését:

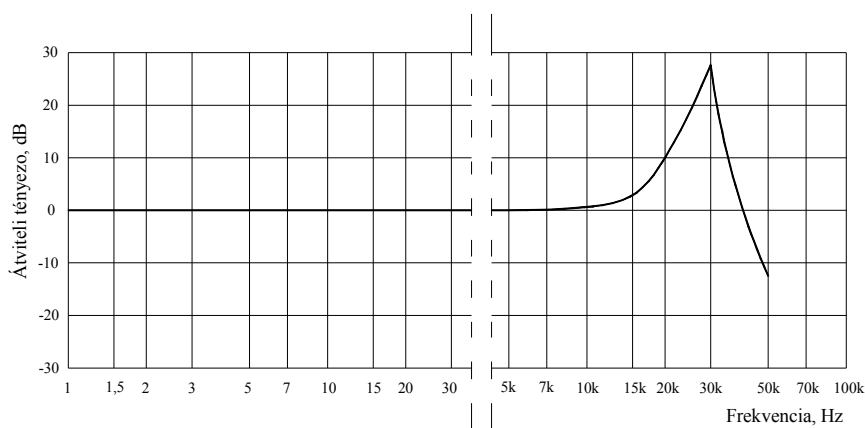
Az ábra az [5] forrásmű 4.12 ábrája alapján mutatja be vázlatosan az érzékelő felépítését. A rezgő környezettel együtt mozog az **alapzat** és a **ház**. A rezgő tömeg – hasonlóan az induktív érzékelőkhöz – szolgáltatja a kimenő jelet azzal, hogy egy tárcsa alakú rugó nekiszorítja a tömeget a kettős piezo-elektromos kristálytárcsához, a kristálytárcsát pedig az alapzathoz. A rezgő tömeg a gyorsulásával arányos erőt fejt ki a piezoelektromos kristálytárcsákra, amelyek kimenetén a megjelenő feszültség így arányos lesz a terhelő erővel, tehát a rezgő tömeg gyorsulásával. Az [5]-ben található leírás nem tesz említést a rugótárcsa és a piezo-tárcsák rugómerevségi jellemzőiről, de nyilvánvalóan a rugalmas elemek eredő rugómerevsége és a tömeg alkotja az érzékelő dinamikai modelljének két legfontosabb elemét. A csillapítást itt is valószínűleg olajtöltet biztosítja.



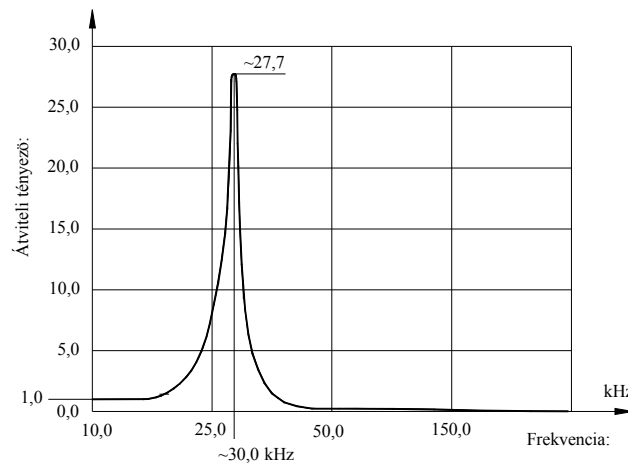
1.16. ábra. Piezoelektromos elven működő gyorsulásérzékelő

Az [5]-ben közölt leírás szerint amíg a környezet rezgésének frekvenciája meg nem közelíti az érzékelő dinamikai modelljének sajátfrekvenciáját, addig az érzékelő tömegének gyorsulása gyakorlatilag megegyezik a környezet gyorsulásával, így a piezoelektromos elven működő gyorsulásérzékelők közvetlenül a mérendő gyorsulással arányos nagyságú feszültségjelet adnak ki. Az 1.17. ábrán bemutatunk egy tipikus átviteli tényező görbét [5]-4.13 ábrája alapján, amely emlékeztet az 1.13. ábrán látható görbék közül a kisebb D csillapítási tényezőjű görbékre. A frekvencia függvényében ábrázolt **átviteli tényező** (Übertragungsfaktor) itt is feltehetően a rezgő tömeg gyorsulásának és a környezet gyorsulásának a hányadosa decibelben kifejezve.

Látható az ábráról, hogy meglehetősen magas az ilyen érzékelők sajátfrekvenciája, az ábrán látható görbének ~ 30 kHz, ez sokszorosa az induktív érzékelők sajátfrekvenciájának, az ábrán az átviteli tényező ~ 1.0 , ha a rezgés frekvenciája < 2 kHz. A szokatlanul hegyesnek ábrázolt görbe eléggé csekély mértékű beépített csillapításról árulkodik. Az ábra frekvencia-tengelye logaritmikus skálájú, az átviteli tényező tengelye decibelben van skálázva, ennek az alkalmazásáról az 1.3.4.4. Analóg jelek szűrése c. fejezetben lehet több részletet találni. Összehasonlításképpen az 1.18. ábrán ugyanezt a diagramot lineáris skálákkal is bemutatjuk.



1.17. ábra. Piezoelektromos gyorsulásérzékelő átviteli karakterisztikája



1.18. ábra. Átviteli karakterisztikája lineáris léptékben

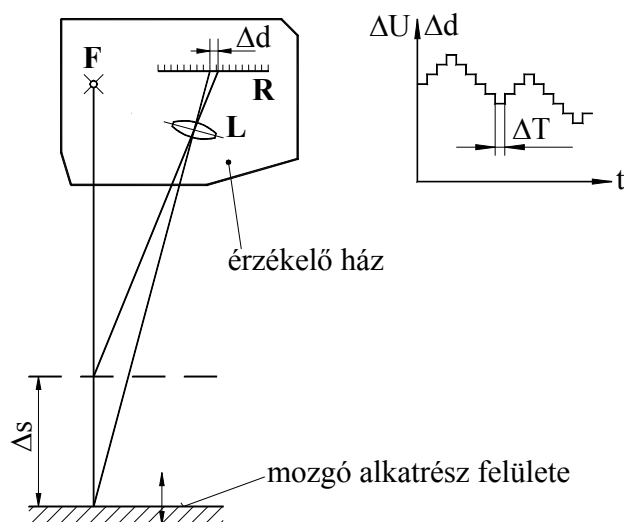
A piezoelektromos működési elvű gyorsulásérzékelők egyik előnye az induktív érzékelők-höz képest az, hogy a sajátfrekvencia viszonylag magas, így tágabb a mérhető gyorsulás frekvenciatartománya. További előny, hogy az ilyen érzékelő közvetlenül feszültségjelet ad ki a kimenetén, bár ezt természetesen még erősíteni kell. Az is fontos előny, hogy a kimenő jel a megengedett frekvenciatartományon belül a jel alakjától függetlenül arányos a mérendő gyorsulással, nem kell tehát feltételezni, hogy a mérendő jel tiszta harmonikus függvény.

A bemutatott előnyöket némiképpen ellensúlyozza az ilyen érzékelők viszonylag magas árából eredő hátrány.

Az [5] szakirodalmi forrásműben még sok fontos részlet található a piezoelektromos érzékelők kalibrálására speciálisan gyártott készülékekről, de a piezoelektromos érzékelők esetében is jól használható az 1g nagyságú jel léptékezésére bemutatott egyszerű módszer, amit az induktív gyorsulásérzékelők ismertetésében mutattunk be.

1.3.1.6. Lézeres távolságérzékelők

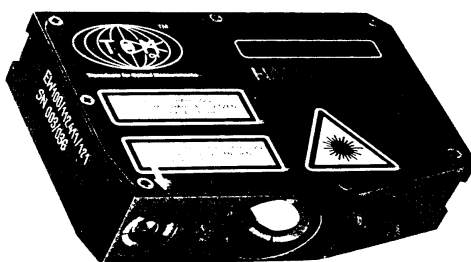
Amíg az induktív elven működő elmozdulás-érzékelő tapintó csúcsának mechanikusan érintkeznie kellett a mérendő alkatrész felületével, addig a lézeres távolság-érzékelőnek nem kell mechanikusan kapcsolódnia a mozgó alkatrészhez, mivel elegendő, ha a felületéről visszaverődik a lézersugár. A működési elvet a 1.19. ábra mutatja be.



1.19. ábra. Lézeres távolságmérés elve

Az érzékelő az F sugárforrásból lézersugarat bocsát ki, amely visszaverődik a mozgó alkatrész felületéről, és az L lencserendszeren keresztül az R opto-elektronikus érzékelő rácstra esik, amely a lézersugár beesési helyzetét az igen finom raszter-felépítés következtében meglehetősen finom felbontásban képes érzékelni. Az 1.20 ábrán a **HAENNI** cég (USA) által gyártott **EW 100** típusú lézeres távolságérzékelőt mutatjuk be.

Ha a mozgó alkatrész Δs értékkel elmozdul, a lézersugár Δd távolsággal messzebb éri az opto-elektronikus rasztert, amely a Δd -vel arányos ΔU feszültséget kelt. Ez a feszültség a kimeneten kiolvasható, de bináris kódban (ASCII) is megjelenik a kimeneten. Az opto-elektronikus rasztert megadott frekvenciával végigtapogatva, az időben változó $\Delta U = \Delta U(t)$ feszültség lépcsős függvény alakjában jelenik meg, a lépcső ΔT hossza a letapogatás periódusideje lesz.

1.20. ábra. **HAENNI** cég által gyártott **EW 100** típusú lézeres távolságérzékelő

1.3.1.7. Opto-elektronikus szögelfordulás-érzékelők

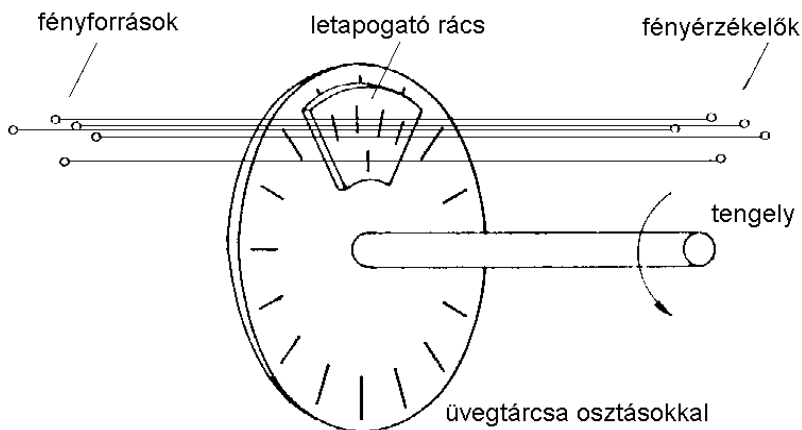
Ezek az érzékelők úgy érzékelik egy forgó gépalkatrész szögelfordulását, hogy a mérendő gépalkatrésszel mereven összekapcsolt tengelyükre épített optikai jelátalakítók segítségével négyzög alakú feszültségimpulzus-sort állítanak elő, ahol egy impulzus a berendezés által érzékelhető legkisebb szögelfordulást jelenti. A működési elvet az 1.21. ábra mutatja be.

Ilyen érzékelő a Műszeripari Kutató Intézet ANDIMIK-I-60 és ANDIMIK-I-90 típusú opto-elektronikus szögelfordulás-érzékelője. Az ANDIMIK-I-60 altípusai 100, 600, 900, vagy

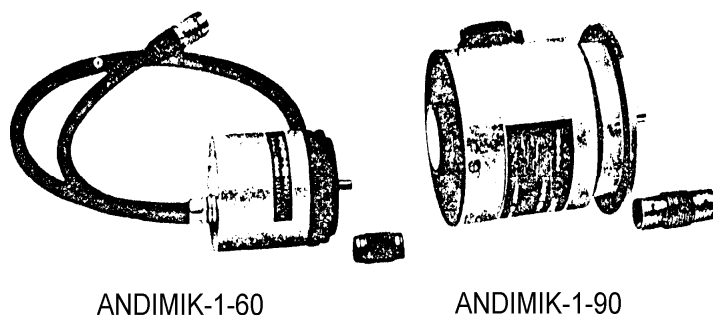
1000 TTL-szintű feszültségimpulzus-sort állítanak elő körülfordulásonként, az ANDIMIK-I-90 altípusai pedig 3600, vagy 7200 impulzust. Így tehát ezek az érzékelő-típusok az alkatrészek szögelfordulását meglehetősen nagy pontossággal érzékelik. Megmérve az impulzusok frekvenciáját, a forgó alkatrész szögsebességét (fordulatszámát) folyamatosan is mérhetjük.

Az említett két érzékelő az

1.22. ábrán látható.



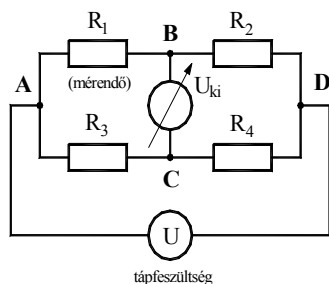
1.21. ábra. Opto-elektronikus elfordulás érzékelő működési elve



1.22. ábra. ANDIMIK szögelfordulás érzékelő

1.3.2. Mérőerősítők

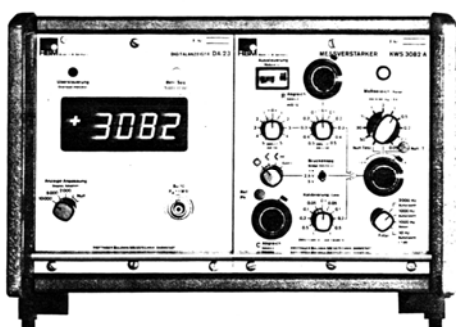
Amint azt az előbbieken több érzékelőnél is megemlítettük, méréssel kell meghatározni az érzékelők megváltozott ohmikus ellenállását, induktivitását stb., és erre a gyakorlatban a legáltalánosabban használt módszer a **Wheatstone-híd** (1.8. ábra), továbbá azt is említettük, hogy a híd egyik ellenállásának megfelelő változtatásával végzett kiegyenlítés nem járható út időben változó mérési jelek, tehát időben változó R ellenállás esetén. A gyakorlatban erre az a módszer terjedt el, hogy a híd R_3 és R_4 ellenállását ismertnek tételezik fel, és egyszerűen megméri a híd ki nem egyenlített U_{ki} feszültségét (1.23. ábra):



1.23. ábra. Mérés Wheatstone-híddal

Az U_{ki} feszültség értéke nyilvánvalóan az ellenállásoktól és a tápfeszültségtől függ. Mivel feszültséget mérünk, ezzel meg van oldva egyrészt a jelátalakítás problémája (felületi nyúlás – ohmos ellenállás-változás – villamos feszültség változása), másrészt az erősítés problémája is, ezért nevezik ezt a berendezést **mérőerősítőnek**. A méréstechnikai gyakorlatban nemcsak egyetlen ellenállás lehet ismeretlen, a gyakorlatban előforduló fontosabb eseteket az alábbiakban ismertetjük, megmutatva, hogy az U_{ki} feszültség a mérendő ellenállás(ok)nak mindig – jó közelítéssel - lineáris függvénye lesz. További megjegyzés, hogy nemcsak ohmikus ellenállásokból állhat a mérőhíd, hanem pl. induktív ellenállás is, pl. az induktív elmozdulás-érzékelők, vagy induktív gyorsulásérzékelők induktancia-változását is ugyanígy lehet mérni.

Manapság a mérőerősítőket úgy építik, hogy egyik felhasználási változatukban az R_3 és R_4 ellenállásokat eleve beépítik azonos értékkel (a további levezetésekben ezeket R_C –vel jelöljük), ilyenkor az R_1 és/vagy R_2 ellenállás értéke változik, ezt nevezik „fél-hídnak”. Ilyenkor a híd A , B és D pontját (lásd a 1.23. ábrát) kell csatlakoztatni a mérőerősítő megfelelő pontjaihoz. Más esetben mind a négy ellenállás értéke változik, ez az ú. n. „teljes híd” esete, ilyenkor az A , B , C és D pontot mind csatlakoztatni kell a mérőerősítő megfelelő bemeneti pontjaihoz.



1.24. ábra. Hottinger gyártmányú KWS 82 típusú mérőerősítő



1.25. ábra. DMP 4.0 típusú mérőerősítő

A mérőerősítőket mindig úgy építik, hogy a vizuális megfigyelés lehetővé tételére mérőműszert is beépítenek a mérőerősítőbe. Korábban mutatós (Deprez rendszerű) feszültségmérővel, manapság digitális kijelzésű műszerrel szerelik fel a mérőerősítőket. Így a lassan változó, vagy statikus jellemzők mérési eredményei közvetlenül is leolvashatók. Változó mennyiségek mérése esetén az U_{ki} feszültség kimenetre alkalmas regisztráló, vagy értékelő berendezést kell csatlakoztatni. Az 1.24 ábrán a Hottinger gyártmányú KWS 82 típusú mérőerősítő látható, az 1.25. ábra a DMP 4.0 típusú mérőerősítőt mutatja be.

A következőkben bemutatjuk a leghasználatosabb mérőbéllyeg-elrendezéseket és mérőhíd-kapcsolásokat.

1.3.2.1. A mérendő jellemzőt egyetlen béllyeg érzékeli

Ez az eset pl. az 1.9. ábrán bemutatott R_1 nyúlásmérő béllyeg esete, egyelőre tekintsünk el a hőmérséklet-kompenzáló béllyegtől. A mérőhídiban az R_2 béllyeget célszerű az R_1 béllyeggel azonos típusúnak megválasztani, az általánosság érdekében legyen $R_1 = R$ és $R_2 = R_0$, tehát terheletlen állapotban (nullázáskor) $R_1 = R_0$, ekkor írható, hogy a mérendő béllyeg megváltozott ellenállás értéke:

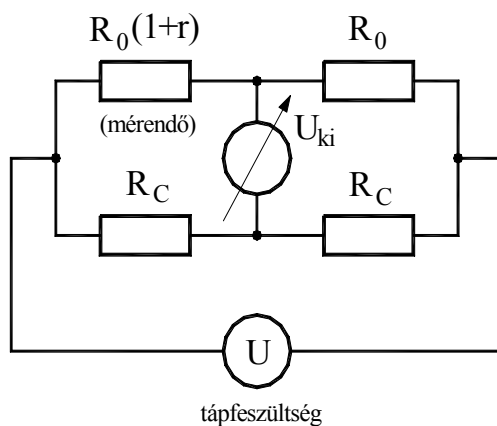
$$R = R_0 + \Delta R, \text{ amiből } \Delta R = R - R_0,$$

továbbá a gyakorlatban R_3 és R_4 értékét ugyancsak célszerű egyenlőnek választani, így legyen: $R_3 = R_4 = R_C$.

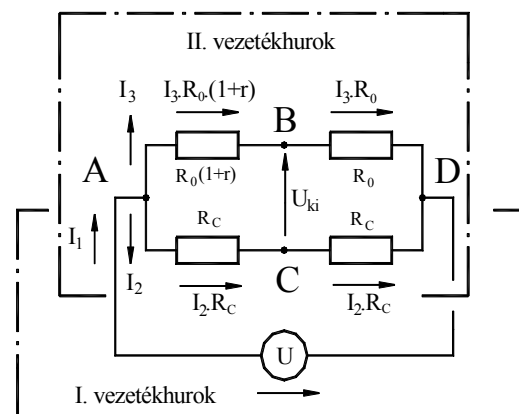
Célszerű az r fajlagos ellenállás-változás értékének bevezetése:

$$r = \frac{\Delta R}{R_0} = \frac{R - R_0}{R_0}; \text{ ahonnan: } R = R_0 \cdot (1 + r)$$

A híd most a 1.26 ábrán látható elemekből áll.



1.26. ábra. Wheatstone-híd egy érzékelő béllyeggel



1.27. ábra. Vezetékhurok a Wheatstone-hídiban

Írjuk fel az U_{ki} kimenő feszültség és az ellenállások közötti összefüggést, alkalmazva **Kirchhoff** törvényeit két vezetékhurokra. A számításokban a tápfeszültség-forrás belső ellenállását elhanyagolhatjuk ($R_{belső} \cong 0$), mivel ez általában mindig csekély értékű szokott lenni, az U_{ki} feszültséget mérő berendezés belső ellenállása viszont általában igen nagy, tehát rajta áram gyakorlatilag nem folyik, ezért ezt az ágat egyszerűen elhanyagoljuk. Az ilyen számításokban szokásos módon felvesszük az egyes ágakban az áramok irányát, és a tápfeszültség értelmét az ágakban bekövetkező feszültségeséssel ellentétes értelemben vesszük fel. Az 1.27. ábra bemutatja a számításokhoz szükséges két vezetékhurot, az áram- és feszültségirányokkal együtt.

Az I. vezetőhurokot csak az U áramforrás és a két R_C ellenállás alkotja ($U - A - C - D - U$ kör), ebben a körben az U tápfeszültség (ellentétes az I_1 áram irányával) és a két R_C ellenálláson eső $I_2 \cdot R_C$ feszültségek vannak egyensúlyban:

$$I_2 \cdot R_C + I_2 \cdot R_C - U = 0$$

Végül a II. vezetőhurokot az $R_0 \cdot (1+r)$, az R_0 , valamint a két R_C ellenállás alkotja ($A - B - D - C - A$ csomópontok által alkotott hurok). A feszültségesések algebrai összege:

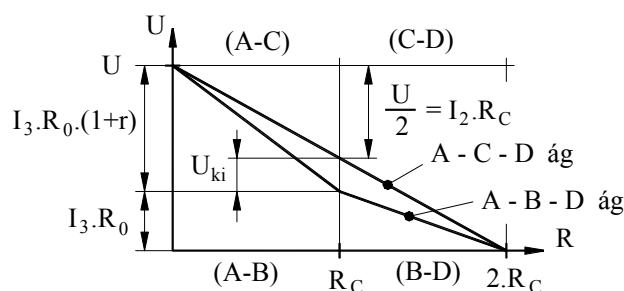
$$I_3 \cdot R_0 \cdot (1+r) + I_3 \cdot R_0 - I_2 \cdot R_C - I_2 \cdot R_C = 0$$

A két lineáris algebrai egyenletben két ismeretlen van: I_2 és I_3 . Az első egyenletből I_2 -t kifejezve kapjuk: $I_2 = \frac{U}{2 \cdot R_C}$. Ezt behelyettesítve a második egyenletbe, kapjuk:

$$I_3 \cdot R_0 \cdot (1+r) + I_3 \cdot R_0 - \frac{U}{2 \cdot R_C} \cdot R_C - \frac{U}{2 \cdot R_C} \cdot R_C = 0, \text{ amelyből: } I_3 \cdot R_0 \cdot (2+r) = U, \text{ majd}$$

$$I_3 = \frac{U}{R_0 \cdot (2+r)}.$$

Az ismeretlen U_{ki} feszültség az $A - B$ és $A - C$ áramkör-szakaszokon fellépő feszültségesések közötti különbség lesz. Az 1.28. ábra mutatja be a két ágban a feszültségek esését:



1.28. ábra. Feszültségesések a Wheatstone-hídban

Az $A - C$ szakaszon a feszültségesés: $\frac{U}{2} = I_2 \cdot R_C$, ugyanakkor az $A - B$ szakaszon a feszültség $I_3 \cdot R_0 \cdot (1+r)$ értékkel csökken. A két esés különbsége lesz a mérendő U_{ki} feszültség (behelyettesítve I_3 -nak az előbb levezetett képletét):

$$\begin{aligned} U_{ki} &= I_3 \cdot R_0 \cdot (1+r) - I_2 \cdot R_C = \frac{U}{R_0 \cdot (2+r)} \cdot R_0 \cdot (1+r) - \frac{U}{2 \cdot R_C} \cdot R_C = U \cdot \left[\frac{1+r}{2+r} - \frac{1}{2} \right] = \\ &= U \cdot \frac{2+2r-2-r}{2 \cdot (2+r)} = U \cdot \frac{r}{2 \cdot (2+r)} = U \cdot \frac{r}{4+2r}. \end{aligned}$$

Mivel a nyúlásmérési gyakorlatban a mért ellenállás-változások kicsik, a fajlagos r ellenállás-változás is kicsi, ennél fogva a $2 \cdot r$ mennyiség is csekély 4-hez képest:

$$4 \gg 2 \cdot r; \text{ ezért írható: } U_{ki} \cong U \cdot \frac{r}{4};$$

tehát a mért U_{ki} feszültség jó közelítéssel arányos az r fajlagos ellenállás-változással. Hasonló eredményt kaphatunk az ε fajlagos hosszváltozásra is:

$$r = 4 \cdot \frac{U_{ki}}{U}; \text{ továbbá } r = k \cdot \varepsilon; \text{ innen } \varepsilon = \frac{r}{k} = \frac{4}{k \cdot U} \cdot U_{ki};$$

tehát az ε fajlagos hosszváltozás is arányos U_{ki} -vel.

1.3.2.2. A hőmérséklet-változás hatásának kiküszöbölése

Az 1.3.1.1. fejezetben a nyúlásmérő bélyegek alkalmazásának bemutatása során megmutattuk, hogy ha a mérendő alkatrész hőmérséklete ΔT -vel változik, az alkatrészeire ragasztott nyúlásmérő bélyeg fajlagos ellenállása a következő lesz:

$$\varepsilon_{h\delta} = \left[\alpha_0 - \alpha + \frac{\beta}{k} \right] \cdot \Delta T$$

ahol α_0 és α a tartó anyagának állandói, β és k a nyúlásmérő bélyeg állandói, így általánosságban ez a képlet így írható: $\varepsilon_{h\delta} = \varepsilon_{h\delta}(\Delta T)$.

Az 1.9. ábrán bemutatott mérési feladatban a mérendő tartót F húzóerő terheli, emellett a hőmérséklete is változik ΔT -vel, a fűzővarrattal hozzákapcsolt feltét-lemeznek a hőmérséklete szintén ΔT -vel változik. A feltét-lemez ezért megnyúlik, a mérendő tartó hossza viszont a hőmérséklet emelkedésére éppen úgy megnyúlik, mint a húzóerő hatására.

Írjuk fel, hogy a mérendő tartó mennyire nyúlt meg a húzóerő hatására:

$$l_F = l_0 + l_0 \cdot \frac{F}{A \cdot E}$$

ahol l_0 a tartó eredeti hossza, A a tartó keresztmetszete, E a rugalmassági modulus. Így:

$$l_F = l_0 + l_0 \cdot \varepsilon_F, \text{ ahol } \varepsilon_F \text{ a húzóerő hatására fellépő fajlagos nyúlás: } \varepsilon_F = \frac{F}{A \cdot E}.$$

Most melegítsük fel az l_F hosszúságra megnyúlt tartót ΔT -vel:

$$l_{T,F} = l_F + l_F \cdot \varepsilon_{h\delta} = (l_0 + l_0 \cdot \varepsilon_F) + (l_0 + l_0 \cdot \varepsilon_F) \cdot \varepsilon_{h\delta} = l_0 + l_0 \cdot \varepsilon_F + l_0 \cdot \varepsilon_{h\delta} + l_0 \cdot \varepsilon_F \cdot \varepsilon_{h\delta}$$

ahol $\varepsilon_F \cdot \varepsilon_{h\delta} \approx 0$, mivel másodrendűen kicsi ε_F , illetve $\varepsilon_{h\delta}$ mellett. Következésképpen:

$$l_{T,F} \cong l_0 + l_0 \cdot \varepsilon_F + l_0 \cdot \varepsilon_{h\delta},$$

tehát a tartó jó közelítéssel úgy viselkedik, mintha külön-külön nyúlt volna meg a húzóerő, illetve a melegedés hatására. Tehát írható:

$$\varepsilon_{T,F} = \frac{l_{T,F} - l_0}{l_0} = \frac{l_0 + l_0 \cdot (\varepsilon_F + \varepsilon_{h\delta}) - l_0}{l_0} = \varepsilon_F + \varepsilon_{h\delta}.$$

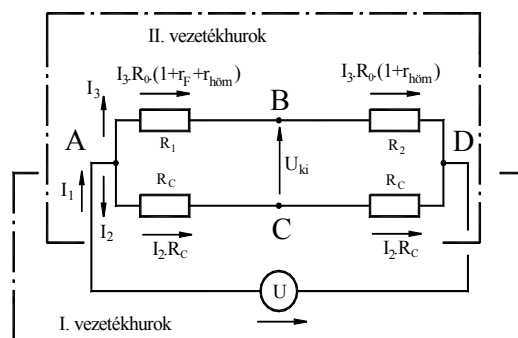
Ezzel szemben a feltét-lemez fajlagos megnyúlása csak $\varepsilon_{h\delta}$. Most írjuk fel a nyúlásmérő bélyegek fajlagos megnyúlásokhoz tartozó fajlagos ellenállás-változásokat. R_I nyúlásmérő bélyeg a mérendő tartón:

$$r_F = k \cdot \varepsilon_F, \text{ ezzel } \Delta R_F = r_F \cdot R_0 \text{ és } r_{h\delta} = k \cdot \varepsilon_{h\delta}, \text{ ezzel } \Delta R_{h\delta} = r_{h\delta} \cdot R_0, \text{ végül:}$$

$$R_1 = R_0 + \Delta R_F + \Delta R_{h\delta} = R_0 \cdot (1 + r_F + r_{h\delta})$$

$$R_2 \text{ nyúlásmérő bélyeg a feltét-lemezen: } R_2 = R_0 + \Delta R_{h\delta} = R_0 \cdot (1 + r_{h\delta})$$

Az R_1 és R_2 nyúlásmérő bélyegeket az 1.26. ábrán bemutatotthoz hasonlóan köthetjük *Wheatstone*-hídba (1.29. ábra):



1.29. ábra. Kompenzáló bélyeg a Wheatstone-hídban

Az ábrán feltüntetett I. és II. vezetékcsatlakozásokra alkalmazzuk **Kirchhoff** törvényét. Az I. vezetékcsatlakozásokban a feszültségesések összege:

$$I_2 \cdot R_C + I_2 \cdot R_C - U = 0, \text{ innen: } I_2 = \frac{U}{2 \cdot R_C}. \text{ A II. vezetékcsatlakozásokban:}$$

$$I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F + r_{h\delta}) + I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_{h\delta}) - 2 \cdot I_2 \cdot R_C = 0$$

$$I_3 \cdot R_0 + I_3 \cdot R_0 \cdot r_F + I_3 \cdot R_0 \cdot r_{h\delta} + I_3 \cdot R_0 + I_3 \cdot R_0 \cdot r_{h\delta} - U = 0, \text{ amiből}$$

$$I_3 \cdot [2 \cdot R_0 + 2 \cdot R_0 \cdot r_{h\delta} + R_0 \cdot r_F] = U \text{ és } I_3 = \frac{U}{R_0 \cdot (2 + 2 \cdot r_{h\delta} + r_F)}$$

$$\text{A mérőhíd kimenő } U_{ki} \text{ feszültsége: } U_{ki} = I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F + r_{h\delta}) - I_2 \cdot R_C$$

Behelyettesítve I_2 és I_3 képleteit:

$$\begin{aligned} U_{ki} &= U \cdot \frac{R_0 \cdot (1 + r_F + r_{h\delta})}{R_0 \cdot (2 + 2 \cdot r_{h\delta} + r_F)} - \frac{U}{2} = U \cdot \frac{2 \cdot (1 + r_F + r_{h\delta}) - (2 + 2 \cdot r_{h\delta} + r_F)}{2 \cdot (2 + 2 \cdot r_{h\delta} + r_F)} = \\ &= U \cdot \frac{r_F}{2 \cdot (2 + 2 \cdot r_{h\delta} + r_F)} \cong U \cdot \frac{r_F}{2} \end{aligned}$$

mivel itt alkalmazhatjuk a relációt: $2 \gg \gg 2 \cdot r_{h\delta} + r_F$

Tehát az alkalmazott bélyegrendezés valóban jó közelítéssel nem érzékeli a hőmérséklet emelkedését, csak a húzóerő hatását.

1.3.2.3. A mérendő jellemzőt két bélyeg érzékeli

Bizonyos mechanikai igénybevételek mérése esetén, különösen a hajlítás okozta húzófeszültségek mérésénél a mérőhíd érzékenységét növelni lehet azáltal, ha kihasználjuk azt a jelenséget, hogy a mérendő húzófeszültség – pontosabban az ébredő nyúlás – egyidejűleg el-

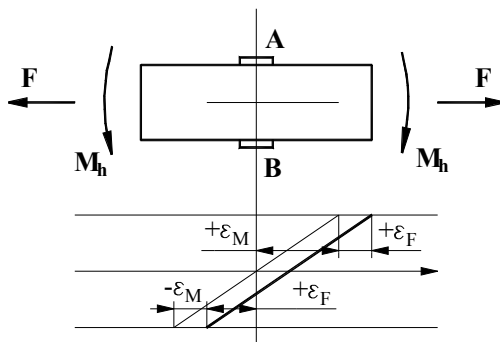
lentétes értelmű alakban is fellép, mint pl. a hajlított tartó alsó és felső felületén ébredő nyúlás (1.30 ábra). A hajlított tartókat az esetek többségében hosszirányú húzás-nyomás is terheli, ami – hasonló fajlagos nyúlást ébresztve – meghamisítja a hajlítás okozta deformációk mérését.

Az 1.30. ábra felső része a tartót, az alsó része a mért fajlagos nyúlásokat mutatja. Látható, hogy a tartót M_h hajlítónyomaték és F húzóerő terheli, a tartó felső felületére az A bélyeget, az alsó felületére a B bélyeget ragasztották. Így az A bélyeg az M_h hajlítónyomaték okozta pozitív $+\varepsilon_M$ nyúlásnak és az F húzóerő okozta ugyancsak pozitív $+\varepsilon_F$ nyúlásnak az összegét érzékeli, míg az alsó B bélyeg a negatív $-\varepsilon_M$ és a pozitív $+\varepsilon_F$ nyúlások összegét méri.

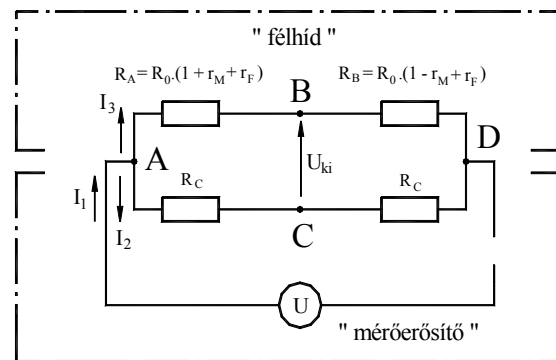
Ha a tartó keresztmetszete A_t , a keresztmetszeti tényezője K_z , a mért nyúlások értéke:

$$+\varepsilon_M = \frac{\sigma_M}{E} = \frac{M_h}{E.K_z} ; \text{ továbbá } +\varepsilon_F = \frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{A_t.E} ,$$

ezekkel a mért fajlagos r_M és r_F ellenállás-változások: $r_M = k.\varepsilon_M$ és $r_F = k.\varepsilon_F$



1.30 ábra. Nyomaték mérése két bélyeggel



1.31. ábra. Mérőhíd két bélyeg méréséhez

Ha a két nyúlásmérő bélyeg azonos kivitelű és a terheletlen állapothoz tartozó ellenállásuk R_0 , akkor a mérőhíd az 1.31. ábrán látható elrendezésű lesz:

A továbbiakban a levezetés teljesen hasonló az 1.3.2.1. fejezetben leírtakhoz. A levezetés teljes terjedelmében megtalálható a Melléklet 8.1.2. fejezetében. Végül a kimenő U_{ki} feszültség (8.3):

$$U_{ki} \cong U \cdot \frac{r_M}{2} = \frac{U}{2} \cdot k.\varepsilon_N = \frac{U}{2} \cdot k \cdot \frac{M_h}{E.K_z} = C.M_h ,$$

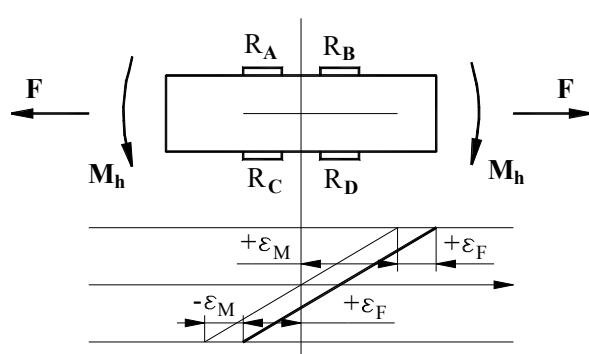
tehát az U_{ki} feszültség arányos a terhelő M_h hajlítónyomatékkal, továbbá ez a kapcsolás éppen kétszeres érzékenységgű az egyetlen bélyegnél levezetett $U \cdot \frac{r}{4}$ - hez képest. További fontos

eredmény, hogy az U_{ki} feszültség a húzóerő által ébresztett r_F fajlagos ellenállás-változástól független, tehát az R_A és R_B bélyegek együttes alkalmazása egyrészt javítja a mérőhíd érzékenységét, másrészt kiszűri az esetleges húzó-nyomó igénybevétel által keltett zavaró feszültségjelet.

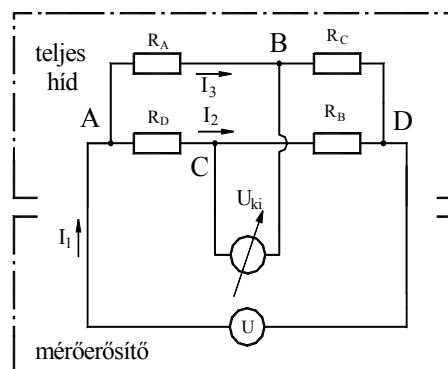
Ebben az esetben is az R_A és az R_B bélyegek a „félhidat” alkotják, a mérőerősítőhöz tehát az A , B és D pontokat kell csatlakoztatni.

1.3.2.4. Hajlítónyomaték mérése négy bélyeggel, a húzóerő hatásának kiszűrése

A mérőerősítő érzékenységét tovább fokozhatjuk, ha az 1.27 ábrán bemutatott terhelési esetben ébredő feszültségeket négy bélyeggel mérjük (1.32. ábra):



1.32. ábra. Hajlítónyomaték mérése 4 bélyeggel



1.33. ábra. Kapcsolási vázlat 4 mérőbélyeghez

A mérési feladat most is az, hogy egyrészt meg kell mérni a terhelő M_h hajlító nyomatékot, másrészt a mért feszültségjelből le kell választani (ki kell szűrni) a várhatóan szintén fellépő F húzó-nyomó erő jelét. Az 1.33 ábrán látható az alkalmazott mérőhíd kapcsolása, itt a négy nyúlásmérő bélyeg a teljes mérőhidat alkotja.

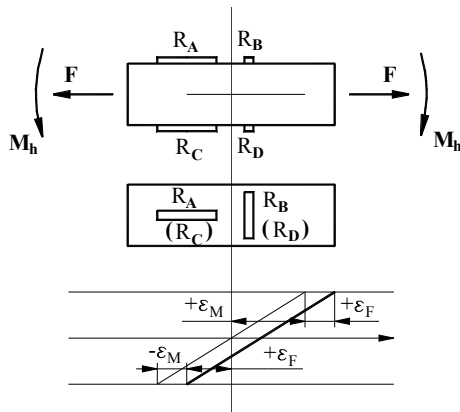
A levezetés többi része megtalálható a Melléklet 8.1.3. alfejezetében. Végeredményben az U_{ki} feszültség képlete (8.4):

$$U_{ki} \cong U \cdot r_M = U \cdot k \cdot \frac{M_h}{E \cdot K_z} = C \cdot M_h$$

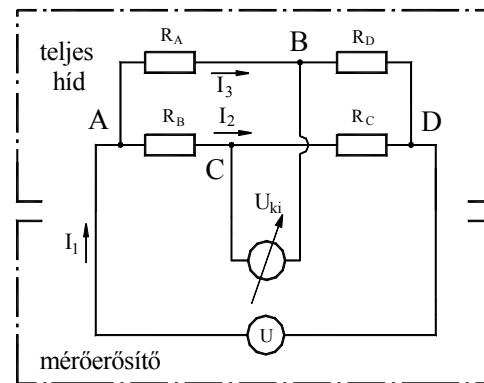
tehát U_{ki} egyrészt arányos az M_h hajlítónyomatékkal, másrészt kétszerese a két mérőbélyeggel mérhető kimeneti feszültségnek, továbbá négyszerese az egyetlen bélyeggel mérhető U_{ki} feszültségnek.

1.3.2.5. Húzó-nyomó terhelés mérése négy bélyeggel, a hajlítás hatásának kiszűrése

Nemcsak a hajlítási igénybevételhez társul rendszerint húzó-nyomó igénybevétel, a húzó-nyomó terheléshez is kapcsolódhat járulékos hajlítás. Pl. egy felfüggesztő elembe ébredő húzó-nyomó igénybevétel mérése esetén a húzáshoz társulhat hajlítás is, ha a húzóerő excentrikusan terheli a felfüggesztő elemet. Ilyenkor a járulékos hajlítás okozta feszültség-jelét kell leválasztani (kiszűrni) a húzás-nyomás feszültségjeléből. Egy lehetséges bélyegrendezés a 1.34. ábrán látható.



1.34. ábra. Húzó-nyomóerő mérése 4 mérőbélyeggel



1.35. ábra. Kapcsolási vázlat húzó-nyomóerő 4 bélyeges méréséhez

Az R_A és R_B , valamint az R_C és R_D bélyegeket egymásra merőlegesen és egymáshoz lehetőleg közel kell felragasztani. A tartó keresztmetszete A_k , keresztmetszeti tényezője K_z . A mérőhíd egy lehetséges kapcsolási vázlatát az 1.35. ábra mutatja be.

Végrehajtva az U_{ki} feszültség képletének levezetését (részletek a Melléklet 8.1.4. alfejezetében), a kimenő feszültség képlete (8.5):

$$U_{ki} \cong U \cdot \frac{1+\nu}{2} \cdot r_{A,F} = U \cdot \frac{1+\nu}{2} \cdot k \cdot \frac{F}{E \cdot A_k} = C \cdot F$$

Tehát az alkalmazott kapcsolással egyrészt kiszűrtük a járulékos hajlítás zavaró feszültségjelét, másrészt a kapott eredmény szerint a mért U_{ki} feszültség arányos az F terhelőerővel.

1.3.3. Jelrögzítő berendezések

A manapság használatos jelrögzítő berendezéseket két nagy csoportra lehet osztani: ezek a grafikus és a mágneses jelrögzítő berendezések

1.3.3.1. Grafikus jelrögzítő berendezések

Az a legfontosabb tulajdonságuk, hogy a grafikusan rögzített jel szabad szemmel, nyomban látható, ellenőrizhető. Ezt az előnyt azonban erősen háttérbe szorítják azok a hátrányok, amelyek a grafikus rögzítési módból erednek: a leolvasás pontossága nem csökkenthető néhány százalék alá, ez már meghatározza az értékelés pontosságát és megbízhatóságát, és az értékelés így is csak viszonylag lassan változó jelek esetében hajtható végre, így csak bizonyos egyszerű értékelési módszerek alkalmazhatók.

Sokféle grafikus jelrögzítő berendezés van használatban, legalábbis a legutóbbi időkig, pl. a vasúti vontató járműveken sok évtizeden át alkalmaztak grafikus sebesség-idő regisztráló műszert, de léteznek nagyobb méretű, sokcsatornás készülékek is. Általában akkor használják ezeket, amikor csak egyszerű döntéseket kell hozni, vagy amikor szemrevételezéssel is fel lehet ismerni egy fontosabb jellemzőt, pl. a vasúti pálya adatainak regisztrálása során a pálya vonalvezetési hibái meghaladtak-e jelentősen valamilyen határértéket. A regisztrált jel értékelésénél használható módszernek itt is alkalmazkodnia kell a leolvasás pontossági korlátaihoz.

1.3.3.2. Mágneses jelerőgztítő berendezések

A mágneses jelerőgztítő berendezések mágnesszalagra, vagy mágneslemezre (floppy lemez, merev lemez, számítógép memóriája stb.) rögzítik a mérési jelet. A rögzített jel formája lehet analóg (az eredeti jellel folytonosan, analóg módon, tehát pontról pontra arányosan változó alakú), vagy digitális (megfelelő darabszámú számjegyek sorozata).

A mágneses jelerőgztítés általános jellemzője, hogy szabad szemmel ugyan nem látható (ez is magyarázza a kezdetben a mágneses rögzítési móddal szemben tanúsított bizalmatlanságot), viszont megfelelő berendezéssel a rögzített jelek újra lejátszhatók, megtekinthetők, kiolvashatók, adott esetben kirajzolhatók, és a grafikus jelerőgztítés értékelési lehetőségeihez képest sokkal kiterjedtebb értékelési módszerek alkalmazására van lehetőség, különösen, ha a jel már digitális formában áll rendelkezésre, illetve átalakítottuk digitális formájúvá.

Az analóg mágneses jelerőgztítés a mérési jelet mágnesszalagra rögzíti ugyanolyan folytonos feszültség-idő függvény alakjában, mint az eredeti mérendő fizikai mennyiség. Ezek a berendezések a mágnesszalagra vivőfrekvenciás alakban rögzítik a mért feszültség-idő jelet, a visszajátzás során analóg módon változó feszültségjelet adnak ki. Általában többcsatornás berendezések, széles (1/2 ") szalagra pl. 14 mérési csatorna és egy hangcsatorna rögzíthető (Philips ANA-LOG 14), de van már kereskedelmi hangkazettára 5 csatornát rögzítő berendezés is. Az eddigi tapasztalatok szerint ezek a típusok gyorsan változnak, beleértve a gyártókat is, általában nem biztos, hogy néhány év múlva egy bizonyos mágnesszalagos egység még ugyanannak a gyárnak a katalógusában lesz megtalálható. Érdekességképpen megemlíthetjük, hogy az analóg mágnesszalagos rögzítőknek a piacon tapasztalható hiánya következtében egy osztrák cég megpróbálkozott kereskedelmi video-magnetofon alkalmazásával úgy, hogy megfelelő adaptert használt mind a bemeneten, mind a kimeneten. Azóta erről a típusról nem jelent meg publikáció.

A digitális jelerőgztítés a mérési jelet diszkrét számértékek halmaza formájában rögzíti és tárolja. Ehhez az szükséges, hogy az eredetileg folytonosan változó fizikai mennyiség mérését nem folytonosan, hanem meghatározott (esetenként igen sűrűn, több kHz frekvenciával) mérjék meg és a mérési eredményt digitális alakban rögzítsék. A mérési gyakorlatban az is sokszor előfordul, hogy a mérési jelet analóg formában rögzítik mágnesszalagra, majd visszajátzás során alakítják át digitális számértékek halmazává (A/D konverzió), és ezt rögzítik megfelelő digitális alakban. Kezdetben a mágneses adathordozók kis kapacitása korábban az analóg mágnesszalagok kapacitása bőségesen meghaladta a digitális adathordozók kapacitását, de ez utóbbiak rohamos fejlődése következtében (beleértve a rögzítés sebességét is) hosszabb időtartamú mérések adatrögzítése is könnyen lehetséges, akár analóg, akár digitális alakban. Ma már nem jelent problémát a Gbyte nagyságrendű számérték-halmaz tárolása akár merevlemezen, akár speciális mágnesszalag-kazettán.

A méréstechnikai gyakorlatban mind a mai napig megfigyelhető volt az a szemlélet, hogy a mérési jelet először lehetőleg analóg formában rögzítik mágnesszalagra, majd az analóg mérési jelet konvertálják digitális számértékekké. Ennek az az oka, hogy sokan az analóg jelerőgztítést úgy tekintik, hogy ez az „eredeti” jelet képes rögzíteni, míg az analógról a digitális alakra történő konverzió információvesztéssel jár, ezért célszerű az „eredeti” alakú jelet rögzíteni elsőként. A bizonyos mértékű információvesztés kétségtelen, viszont ez elhanyagolható mértékűre csökkenthető, ha elegendő sűrűn történik a A/D konverzió során a mintavételezés.

Az analóg mérőmagnetofon esetében viszont egyszerű nemcsak a jel újrakisztása, hanem bizonyos mértékű lassítása, vagy gyorsítása is, ami a digitális jelek esetében már megfelelő software eszközöket igényel. Másrészt a digitális jelek esetében nem jelent különösebb problémát a jelek megállítása és az álló mérési jel szemléltése, ami viszont az analóg berendezés esetében jelenthet problémát.

Itt jegyezzük meg, hogy manapság szinte kizárólagos a digitális adatgyűjtő készülékek használata, mivel az ezek által szolgáltatott digitális adatsorozatok feldolgozására a számítástechnika szinte korlátlan lehetőségeket biztosít. Továbbá ezen adatgyűjtő készülékek által kezelt mérési csatornák száma elméletileg korlátlan, és ezen csatornákról az adatgyűjtés a mintavételezési frekvenciának megfelelően szimultán történhet, az egyes mérőérzékelőktől begyűjtött mérési adatok tehát azonos időpontból származnak. A csatornák számának természetesen határt szab az adatrögzítést és kiértékelést végző számítógép teljesítménye és háttértárolóinak mérete.

1.3.4. A jelek szűrése

A mérési jelek általában többféle frekvenciájú jel-összetevőket tartalmaznak. Pl. egy hajtómű által leadott hajtó nyomaték egyrészt a jármű sebessége által megszabott, az időben többnyire lassan változó $M_h(t)$ összetevőből, másrészt a hajtásból, a nyomatékváltó kapcsolási műveleteiből stb. eredő $M_{kap}(t)$ összetevőből áll. A mérés során az $M(t) = M_h(t) + M_{kap}(t)$ nyomatéknak megfelelő $U_M(t)$ mérési jelhez még hozzáadódhat a mérőberendezés működéséből eredő, többnyire magasabb frekvenciájú „zaj” is. Ezt a zajt a mérési jel feldolgozása során mindenképpen el kell távolítani.

A mérés célja vagy az $M_h(t)$ hajtó nyomaték-összetevő mérése, vagy az $M_{kap}(t)$ járulékos nyomaték-összetevő mérése. Az első esetben a mérési zajon kívül el kell távolítani a járulékos $M_{kap}(t)$ nyomaték-összetevőt is, a második esetben a mérési zajon kívül a lassan változó, alacsony frekvenciájú $M_h(t)$ összetevőt kell eltávolítani. Ezt a műveletet a mérési jel szűrésének nevezzük (1.36. ábra):



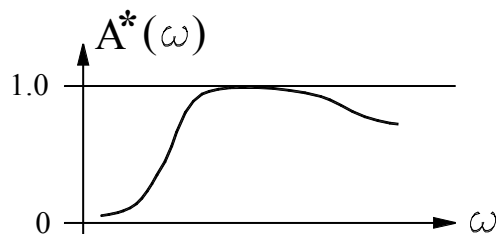
1.36. ábra. A mérési jel szűrése

A szűrés során tehát az eredeti $U_{be}(t)$ bemenő szüretlen feszültségből az $U_{ki}(t)$ kimenő szűrt feszültség-idő függvényt állítjuk elő, és a szűrés mértékét e két függvény hányadosával, a szűrő átviteli (frekvencia-átviteli) függvényével jellemezzük. Mivel a számlálóban és a nevezőben az $U_{be}(t)$ és az $U_{ki}(t)$ függvények általában harmonikus függvényekből (szinusz és koszinusz) tevődnek össze, ezért ezeket célszerű komplex függvényekként figyelembe venni, így a hányadosuk is komplex függvény lesz:

$$\bar{A}(j.\omega) = \frac{\bar{U}_{ki}(t)}{\bar{U}_{be}(t)}, \text{ abszolút értéke } |\bar{A}(j.\omega)| = A^*(\omega) = \left| \frac{\bar{U}_{ki}(t)}{\bar{U}_{be}(t)} \right|.$$

Természetesen a szűrés végeredménye szempontjából az $\overline{A}(j.\omega)$ átviteli függvény $A^*(\omega)$ abszolút értékére van szükségünk, ami láthatóan már valós függvény.

A szűrés fogalma azt jelenti, hogy a jelből elveszünk (csökkentünk) bizonyos jel-összetevőket, ez az úgynevezett „passzív” szűrés. De létezik olyan szűrési eljárás is, amely során egyes jelösszetevők növekedhetnek is, ezek az „aktív” szűrők, ezek tehát már a műveleti erősítőkre emlékeztetnek. Az 1.37. ábra egy passzív szűrő átviteli jelleggörbéjét szemlélteti:

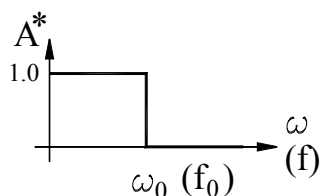


1.37. ábra. Passzív szűrő átviteli jelleggörbéje

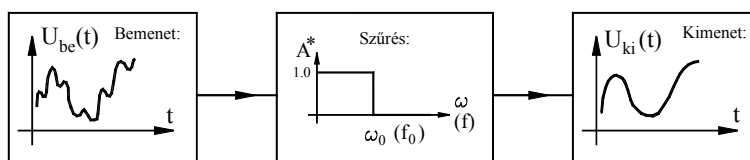
A mérési eredmények feldolgozásának gyakorlatában az előbb említett két esettel együtt három tipikus szűrési feladattal találkozunk: a „felülvágó” (= alul-áteresztő), az alulvágó (= felül-áteresztő) szűrés és a sávszűrés (= „lyuk”-szűrés). Ezek a következők:

1.3.4.1. Alul-áteresztő (felülvágó) szűrő

Az alul-áteresztő szűrő elméleti (ideális) átviteli jelleggörbéjét a 1.38. ábra mutatja. Ez a szűrő az ω_0 (f_0) névleges határ-körfrekvencia (határfrekvencia) alatt minden minden összetevőt ideálisan átenged, felette mindent eltávolít. A szűrés menete tehát (1.39. ábra):



1.38. ábra. Alul-áteresztő szűrő elméleti jelleggörbéje



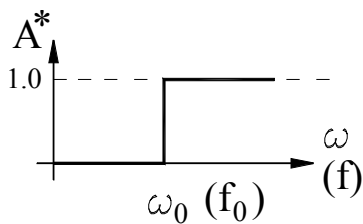
1.39. ábra. Az alul-áteresztő szűrés folyamata

Ezt a szűrőt szokták használni, ha a mérési jelnek viszonylag magasabb frekvenciájú, parazita zavaró jelösszetevői vannak, mert ez a szűrő ezeket kiszűrve „kiszívja” a jelet.

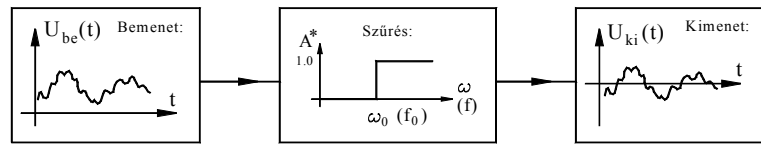
1.3.4.2. Felül-áteresztő (alulvágó) szűrő

Az elméleti (ideális) frekvencia-átviteli függvényt a 1.40. ábra, a szűrés menetét pedig a 1.41. ábra mutatja. Ez a szűrő az ω_0 (f_0) névleges határ-körfrekvencia (határfrekvencia) felett minden minden összetevőt ideálisan átenged, alatta mindent ideálisan eltávolít.

Ezt a szűrőt legtöbbször arra használják, hogy kiszűrjék a jel állandó (zérus frekvenciájú) összetevőjét, ekkor a jel úgynevezett „nullközepű” lesz.

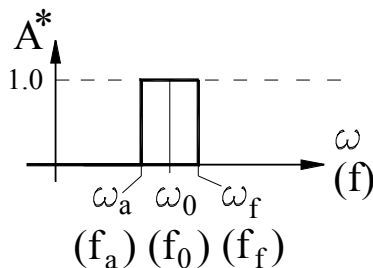


1.40. ábra A felül-áteresztő szűrő elméleti jelleggörbéje

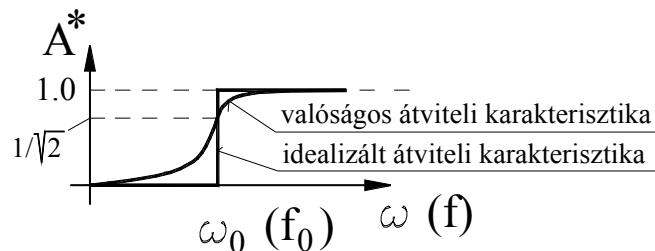


1.41. ábra. Az felül-áteresztő szűrés folyamata

1.3.4.3. Sávszűrő („lyukszűrő”)



1.42. ábra. Sávszűrő elméleti jelleggörbéje



1.43. ábra. Valóságos átviteli karakterisztika

A sávszűrő elméleti (ideális) frekvencia-átviteli jelleggörbét a 1.43. ábra mutatja. Ennek a szűrőnek két határfrekvenciája van: ω_a az alsó, ω_f a felső határ-körfrekvencia. A szűrő egyik jellemző adata a névleges körfrekvenciája: $\omega_0 = (\omega_a + \omega_f)/2$, a másik jellemző adata a sáv szélesség: $[\omega_a ; \omega_f]$, amelyet általában a két határ hányadosával adnak meg. A kereskedelmi forgalomban kapható sávszűrők egyik fajtája az **oktáv-szűrő**, amelynél ez az arány 2,0:

$$\frac{\omega_f}{\omega_a} = 2,0$$

A sávszűrők másik fajtájánál az oktávot (vagyis a kétszeres frekvencia-arányt) három részre osztják, ezeket terc-szűrőknek hívják, itt a felső és az alsó frekvenciakorlát hányadosa:

$$\frac{\omega_f}{\omega_a} = \sqrt[3]{2} \cong 1,260 ;$$

tehát mind a terc-, mind az oktáv-szűrőknél a frekvenciasávok határai mértani sort alkotnak. Ezeket a sávszűrőket a gyárak úgy készítik, hogy egy megadott (viszonylag nagy, pl. 10 Hz – 40 kHz) frekvencia-intervallumot (elvileg) egyenletesen fedjenek le.

Eddig a szűrőknek csak az idealizált, elméleti frekvencia-átviteli jelleggörbéit említettük, amelyek az ω_0 határ-körfrekvencián ugrásszerűen változnak meg. A valóságban természetesen ilyen ugrásszerű megváltozást nem lehet megvalósítani, a frekvencia-átviteli függvény egy véges körfrekvencia-intervallumban változik meg (1.43. ábra):

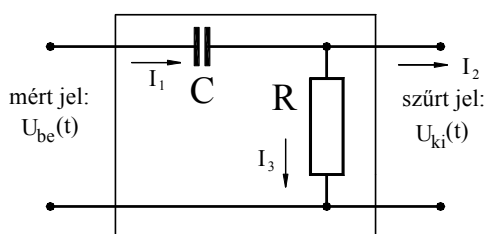
Ilyen esetekben az ω_0 határ-körfrekvenciát azzal az ω körfrekvenciával adják meg, amelynél az átviteli karakterisztika értéke $1/\sqrt{2}$.

Az átviteli függvény valóságos alakja elsősorban attól függ, hogy analóg, vagy digitális jeleket kell-e szűrni, másodsorban a szűrőt felépítő elemektől függ. Az alábbiakban röviden összefoglaljuk az analóg és a digitális jelek szűrésének módját, a szűrők felépítését és a legfontosabb elméleti alapokat. További részletek a hivatkozott szakirodalomban találhatóak meg.

1.3.4.4. Analóg jelek szűrése

Folytonos, analóg feszültségjeleket ohmikus ellenállásokból, kondenzátorokból és induktív elemekből álló áramkörökkel szűrhetünk (a szakirodalomban ezeket LR és LRC elemeknek is nevezik). Ezekből passzív szűrőt lehet összeállítani. Vizsgáljuk meg egy analóg felül-áteresztő szűrőnek a lehető legegyszerűbb változatát, amely mindössze egyetlen C kondenzátorból és R ohmikus ellenállásból áll (1.44. ábra).

A levezetés kedvéért tételezzük fel, hogy mind az $U_{be}(t)$, mind az $U_{ki}(t)$ jel különböző körfrekvenciájú és amplitúdójú harmonikus függvények összegéből állnak, tehát célszerű ezeket – a villamosságban szokásos módon – komplex függvényként kezelni: $\bar{U}_{be}(t)$ és $\bar{U}_{ki}(t)$.



1.44. ábra. Analóg felül-áteresztő szűrő kapcsolási vázlata

Az átviteli függvény meghatározásához az $\bar{U}_{ki}(t)$ jelet $\bar{U}_{be}(t)$ függvényében határozzuk meg. Ezt a szokásos alakú **Kirchhoff** törvények segítségével tehetjük meg, de az **Ohm**-törvényt komplex alakban kell használni:

$$\bar{U}(t) = \bar{I}(t) \cdot \bar{Z}$$

ahol a \bar{Z} impedancia ohmos ellenállásra R , kondenzátorra $1 / j \cdot \omega \cdot C$ és induktív elemre $j \cdot \omega \cdot L$.

A Kirchhoff-huroktörvény értelmében az $\bar{U}_{be}(t) - C - R$ körben a feszültségek összegét kell felírunk. A C és R tagok kapcsolódási pontján alkalmazzuk a szokásos közelítést, hogy az $\bar{I}_2(t)$ áram elhanyagolható $\bar{I}_1(t)$ -hez képest: $\bar{I}_2(t) \ll \bar{I}_1(t)$, ekkor: $\bar{I}_3(t) \cong \bar{I}_1(t)$.

(Szűrők kimenetén általában előírják, hogy a kapcsolódó berendezésnek legalább mekkora bemeneti ellenállásúnak kell lennie, ez általában a $M\Omega$ sokszorosa.)

A kondenzátoron és az ohmikus ellenálláson eső feszültségek összege:

$$\bar{U}_{be}(t) = \bar{I}_1(t) \cdot \left[\frac{1}{j \cdot \omega \cdot C} + R \right],$$

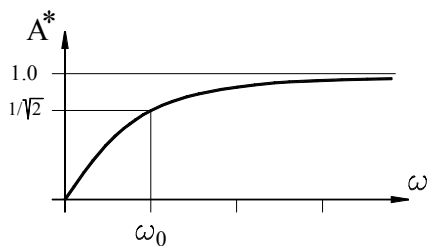
innen az $\bar{I}_1(t)$ áram, a kimenő feszültség és a frekvencia-átviteli függvény:

$$\bar{I}_1(t) = \frac{\bar{U}_{be}(t)}{\frac{1}{j\omega C} + R}, \quad \bar{U}_{ki}(t) = \bar{I}_3(t) \cdot R = \frac{\bar{U}_{be}(t) \cdot R}{\frac{1}{j\omega C} + R} \quad \text{és} \quad \bar{A}(j\omega) = \frac{\bar{U}_{ki}(t)}{\bar{U}_{be}(t)} = \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R}$$

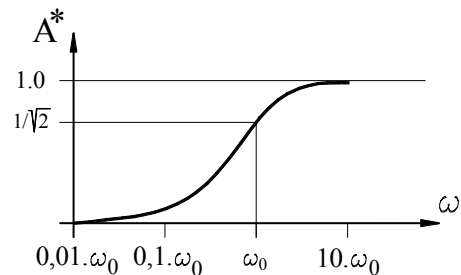
Ennek az abszolút értékére van szükségünk:

$$\begin{aligned} |\bar{A}(j\omega)| = A^*(\omega) &= \left| \frac{R}{\frac{1}{j\omega C} + R} \right| = \left| \frac{R}{R - \frac{j}{\omega C}} \right| = \left| \frac{R \cdot (R + \frac{j}{\omega C})}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \right| = \\ &= \frac{R}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} \cdot \left| (R + \frac{j}{\omega C}) \right| = \frac{R \cdot \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}} \end{aligned}$$

Ha ω értéke minden határon túl csökken ($\omega \rightarrow 0$), $A^*(\omega)$ értéke is 0-hoz tart; ha pedig ω értéke minden határon túl nő, $A^*(\omega)$ értéke 1,0-hoz tart (1.45. ábra):



1.45. ábra. A frekvencia átviteli függvény abszolút értéke



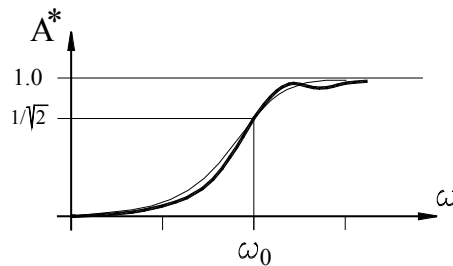
1.46. ábra. Frekvencia átviteli görbe logaritmusos léptékben

Az $1/\sqrt{2}$ átviteli értékhez tartozó ω_0 határ-körfrekvencia értéke, és abból a körfrekvencia:

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega_0^2 C^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{és} \quad \omega_0 = \frac{1}{R \cdot C}$$

A gyakorlatban elterjedt módszer, hogy logaritmusos léptéket alkalmaznak abból a célból, hogy főleg a kis frekvencia-értékeknél pontosabban szemléltessék a frekvencia-átviteli görbe menetét. Így például az előbb bemutatott jelleggörbe a 1.46. ábra szerinti alakú lesz, ha a frekvencia-tengely léptéke logaritmusos.

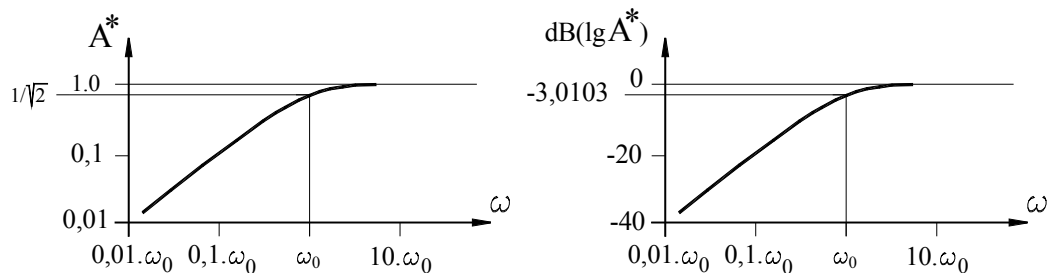
Természetesen a gyakorlatban megvalósított felül-áteresztő szűrők jóval összetettebb felépítésűek, hogy az idealizált átviteli jelleggörbét jobban megközelítsék. Ugyanakkor előfordul, hogy az ω_0 környezetében meredekebben emelkedő görbére kismértékű járulékos, hullámszerűen változó görbe adódik hozzá (1.47. ábra).



1.47. ábra. Valóságos frekvencia-átviteli görbe

Végül említést kell tennünk a **decibel-skáláról** és annak használatáról. A frekvencia-átviteli jelleggörbék ábrázolása során szokásos módszer, hogy az ordináta-tengelyt (az átviteli hányados értékét) is logaritmikus léptékű skálával ábrázolják. Az A^* átviteli hányados értékeit szokásos úgy is feltüntetni, hogy az 1,0 értékű alapszinthez 0-t rendelve, a többi érték logaritmusát, illetve annak 20-szorosát tüntetik fel. Így például $A^* = 0,1$ érték esetén a decibel érték -20 lesz.

$$\text{dB}(\lg A^*) = 20 \cdot \lg A^*$$



1.48. ábra. A decibel skála származtatása

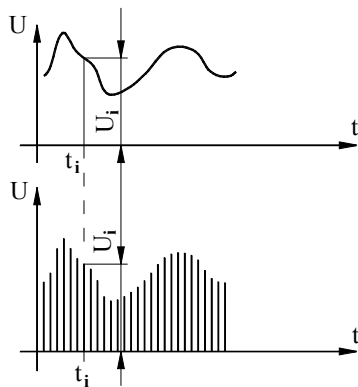
Ilyen módon az 1.46. ábrán látható átviteli függvény skálázása az 1.48 szerinti lesz.

1.3.4.5. Digitális jelek szűrése

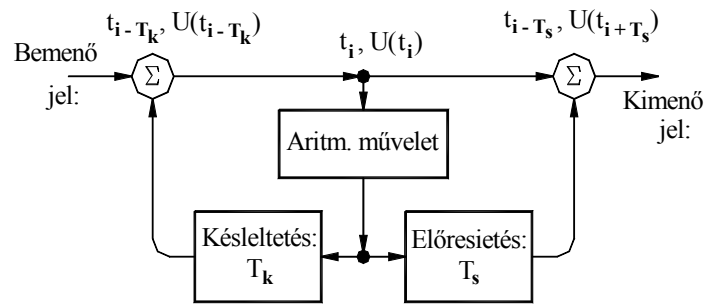
A digitális jelek diszkrét számértékek sorozatából állnak, amelyek vagy úgy keletkeznek, hogy a folytonosan változó fizikai jelet szintén folytonosan változó feszültségjel alakjában mérjük meg, majd ezt a rögzített jelet elegendő sűrű t_i időközönként ($i = 1, \dots, N$) megmérjük, vagy a mérendő fizikai mennyiséget eleve csak t_i időközönként mérjük meg. Ezeket úgy ábrázolhatjuk, hogy a folytonos görbe helyett csak a t_i időközönként meghatározott feszültségértékeket mutatjuk be (1.49. ábra).

A folytonos jel digitális számértékeké történő átalakításának eredménye a $[(t_i, U_i), i=1, \dots, N]$ számpárok halmaza, ezekkel csak aritmetikai műveletek végezhetők, így a jelsorozat szűrését is csak meghatározott aritmetikai műveletek segítségével lehet megoldani.

A gyakorlatban kialakult módszerek a szűrt jelet úgy határozzák meg, hogy végigfutva a diszkrét számértékek sorozatán, az aktuális t_i időponthoz tartozó U_i feszültségértéket (miután ezzel bizonyos aritmetikai műveleteket, pl. z-transzformáció stb. végrehajtottak) hozzáadják a t_i időpontnál egy megfelelő T_k késleltetési idővel korábbi $(t_i - T_k)$ időponthoz tartozó $U(t_i - T_k)$ jelértékhez, és/vagy egy T_s előresietési idővel későbbi $U(t_i + T_s)$ jelhez (1.50. ábra).



1.49. ábra. Folytonos jel mintavételezése



1.50. ábra. Digitális szűrés vázolata

A gyakorlatban megtervezett szűrőkapcsolások ennél sokkal összetettebbek, általában többféle késleltetési és előresietési időt alkalmaznak, különböző aritmetikai műveletekkel. A részletek ismertetése messzire vezetne, további részleteket [[10]-ben és [11]-ben lehet találni.

1.3.5. Mérési adatgyűjtő rendszerek

A mérési feladatok jelentős részében nem egyetlen érzékelő által szolgáltatott mérési jel feldolgozása és értékelése a feladat. Jellegzetes példa erre a szilárdsági mérések esete, ahol nem ritka a száznál is több nyúlásmérő bélyeg alkalmazása.

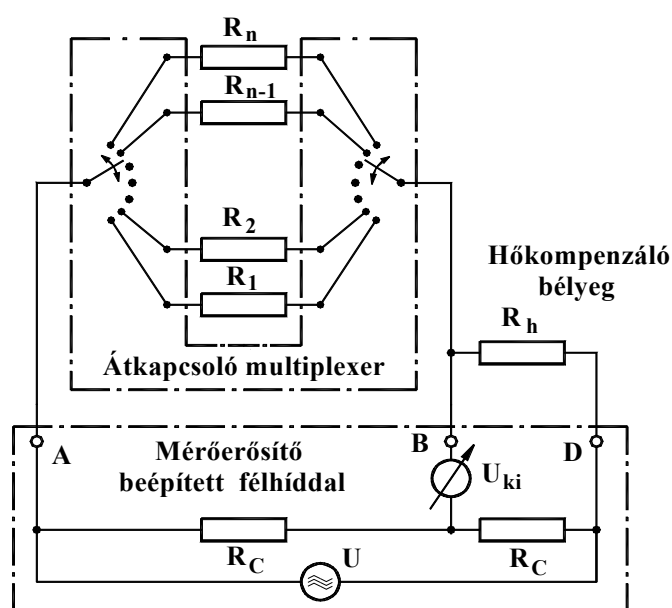
Más esetekben sok mérőhely mérési eredményeinek hosszú időn át végzett gyűjtése esetenként különleges problémákat vethet fel. Statikus, vagy csak lassan változó jelek esetén lehetőség van arra, hogy a jeleket szolgáltató csatornákra egymás után rákapcsolódva a jelekből csak meghatározott időközönként vegyünk mintát és csak ezeket regisztráljuk. Gyorsan változó jelek esetén ezt a mintavételi időközt erősen le kell csökkenteni, így egy jel esetén igen rövid idő marad a mintavételre, a regisztrálásra stb. Ez a probléma addig volt nehezen leküzdhető, amíg a csatornák váltása (a „pollozás”) csak mechanikus berendezéssel volt végrehajtható; manapság a modern csatornaváltók elektronikusan váltják a csatornákat, így a mintavételi időközt erősen le lehet csökkenteni.

A szilárdsági mérésekre említett példát vázlatosan az 1.51. ábrán láthatunk. Az ábra az 1.3.2.2. fejezetben tárgyalt problémának kibővített változata, n db nyúlásmérő bélyeggel és egyetlen hő-kompenzáló bélyeggel végrehajtott szilárdsági mérés esetén. Amint azt a Mérőerősítők c. fejezetben bemutattuk, a mai mérőerősítők a Wheatstone-híd felét beépítve is tartalmazzák (a két db R_C ellenállást), emellett építettek olyan mérőerősítő-típust is, amelynél lehetőség volt arra, hogy több, akár 100 db nyúlásmérő bélyeget is beköthessenek. Az ábrán feltüntetett n db nyúlásmérő bélyegnek közös az R_h hő-kompenzáló bélyege.

A mérőerősítő össze van építve egy átkapcsoló multiplexerrel, amely az n db mérőbélyeg mindegyikét ciklikusan, egymás után rákapcsolja a mérőerősítőre, és az végrehajtja a mérést.

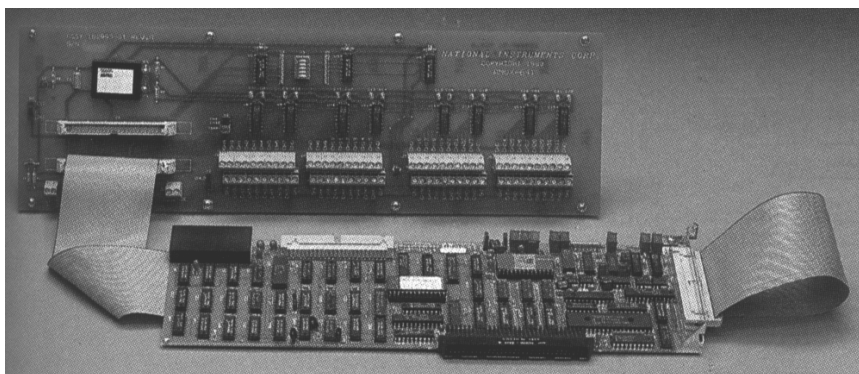
Az ábra nem tünteti fel a mért eredmények további útját, a tárolást, értékelést stb. A mérés, vagyis az U_{ki} feszültség megmérése a mérőerősítőbe beépített fél-híddal történik, amely az A , a B és a D pontokon át kapcsolódik az átkapcsoló multiplexerhez, tehát a nyúlásmérő bélyegek által

alkotott fél-híddhoz, az 1.26. ábrának megfelelően. A nyúlásmérő bélyeg-váltás átkapcsolási ciklusa (a „lekérdezési” ciklus) periódusidejének eléggé rövidnek kell lennie ahhoz, hogy az egyes bélyegek mérési jeléből a két, egymás utáni mintavételezés közötti idő alatt a mérési jelek ne változzanak alapvetően, meg tudják őrizni alapvető tulajdonságaikat, de a periódusidőnek eléggé hosszúnak is kell lennie ahhoz, hogy a mérőerősítő a mérést végrehajthassa, beleértve azokat a járulékos műveleteket is (pl. a minták tárolása stb.), amelyek szükségesek a mérési adatok teljes feldolgozásához. Néhány évtizeddel ezelőtt a mechanikus szerkezetű *Hottinger UG 50/2* típusú átkapcsoló még 3 ~ 5 másodpercenként volt csak képes az átkapcsolást végrehajtani, a mai, PC-vel vezérelt mérőerősítők (pl. a Hottinger cég által gyártott *SPIDER 8*) már kHz nagyságrendű frekvenciával is képesek a mérési adatgyűjtést végrehajtani.



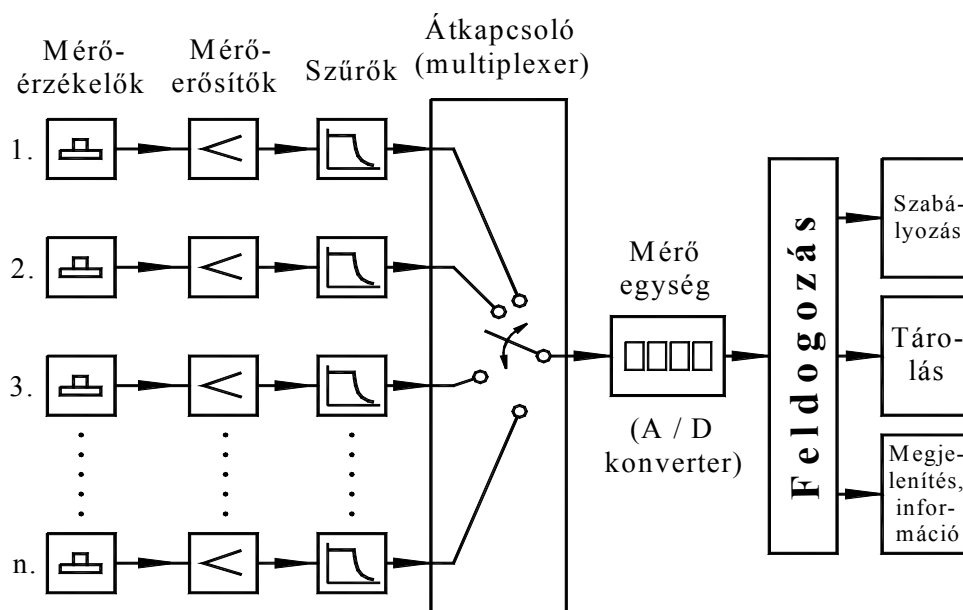
1.51. ábra. Szilárdsági mérés átkapcsolással

Az analóg mérési jelek átkapcsolását végző multiplexert (méréspont-váltónak is nevezik) külön is gyártják, az 1.52. ábrán a *National Instruments (USA)* cég által gyártott *AMUX-64 T* típusú analóg multiplexert mutatja be, PC-k számára készített kártya formájában.



1.52. ábra. AMUX-64 T típusú analóg multiplexer

Az általános célú mérési-adatgyűjtő rendszerek vázlatát az 1.53. ábrán láthatjuk. Az ábrán látható adatgyűjtő rendszer „ n ” darab, egymástól független mérőhelyet tartalmaz. A rendszer elemei mind az előzőekben bemutatott berendezések, mindegyik mérőhely és az átkapcsoló multiplexer között külön adatgyűjtő vonal van kiépítve. Egy-egy vonalban a mérőérzékelőkön, mérőerősítőkön stb. kívül természetesen más berendezések is használhatók, illetve bizonyos elemek elhagyhatók. A multiplexer ciklikusan, bizonyos időre rákapcsolja az egyes mérőágakat az A/D konverteren át a feladattól függően a szabályozás, a tárolás stb. feladatát végző egységre. Egyszerűbb adatgyűjtő berendezésre példa lehet egy dízelmozdony teljesítményszabályozása, ahol a szabályozásnak a mozdony terhelése, a dízelmotor töltése, a főgenerátor gerjesztése stb. között kell egyensúlyt tartania, tehát e mennyiségek érzékelőit stb. kell ciklikusan a szabályozó központi egységére kapcsolni. Bonyolultabb adatgyűjtő rendszerre példa lehet akár egy teljes erőmű szabályozása.



1.53. ábra. Mérési-adatgyűjtő rendszer vázlata

A bemutatott vázlat alapján felépített adatgyűjtő rendszereknek fontos tulajdonsága, hogy noha az érzékelők általában analóg mérési jeleket szolgáltatnak, a multiplexer és az A/D konverter után már csak diszkrét számértékek állnak rendelkezésre a folytonos mérési jelekből. Ez meghatározza a multiplexertől és a konvertertől megkívánt működési sebességet, hogy az A/D konverzió következtében csak meghatározott időpontokhoz tartozó diszkrét számértékek sora elegendő pontossággal képviselje az eredeti, folytonos mérési jelet.

A digitális adatgyűjtők egy korszerű képviselője a HBM cég által forgalmazott *Spider8* típusú készülék, amelyről a Járműmérés Labor c. jegyzetben lehet részletesebb leírást találni.

2. Metrológia, méréselmélet

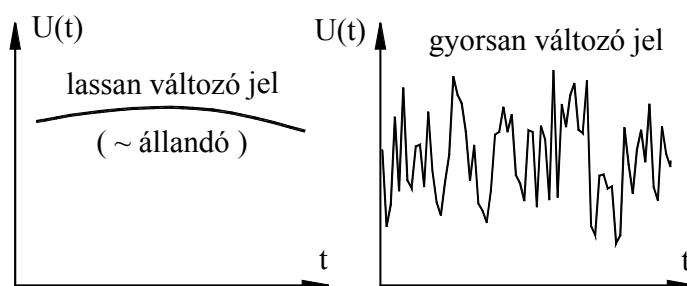
Az 1.2. fejezetben röviden bemutattuk a metrológia tudományának két fő területét: a mérés technikát és a méréselméletet, ezen belül az 1.3 fejezetben a mérés technikával részletesen is foglalkoztunk. Ennek a fejezetnek a méréselmélet a témája, ezen belül is a mért jel értékelése.

A metrológiai alapok ismertetése során említettük, hogy a mérési jel lehet állandó értékű (vagy lassan változó), és lehet az időben gyorsan változó. A kétféle jeltípus értékelése eléggé eltér egymástól, ezért ezeket különválasztva tárgyaljuk. az alábbiakban először az értékelés néhány általános szempontját mutatjuk be.

2.1. Az értékelés fogalma, a folytonos jel átalakítása digitális számjegyekké

Amint azt a mérőeszközök, mérőberendezések ismertetésénél láttuk, a mért jel általában a mérendő fizikai mennyiséggel analóg módon változó feszültségjel, amihez mindig hozzá kell kapcsolni a szükséges átszámítási léptéket. Így jutottunk el az **általánosított mérési jel** fogalmához.

A mérendő fizikai mennyiség az időben mindig folytonosan változik, még ha ez a változás adott esetben igen lassú is lehet (pl. egy helyiség belső hőmérséklete), ennek megfelelően a mérendő mennyiséghez kapcsolódó villamos feszültség is változik (2.1. ábra).

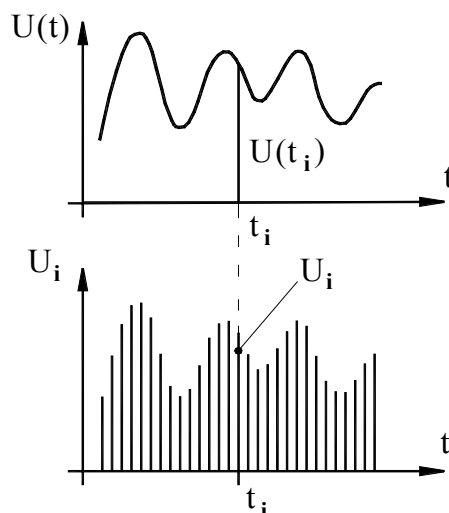


2.1. ábra. Lassan és gyorsan változó mérési jelek

Ez az $U(t)$ függvény folytonos, minden pillanatban értelmezve van, így végtelen sok pontból áll, tehát végtelen sok információt is tartalmaz. Ezek közül ki kell választani (vagy belőlük ki kell számítani) azt a néhány számértéket, amelyek a felhasználó szempontjából a legfontosabb tulajdonságokat képviselik (pl. spektrum, különböző frekvenciájú összetevők, átlagértékek stb.). Az információk számának ezt a csökkentését nevezzük a **mérés értékelésének**.

Az értékelés adott esetben jelentős mennyiségű számítást igényel, amelyet általában csak **elektronikus számítógéppel** van értelme végrehajtani. Ehhez viszont a folytonos mérési jelet digitális számértékek halmazává kell átalakítani, a szokásos elnevezéssel élve **analóg-digitál konverzióknak** kell alávetni a mérési jelet.

Az analóg-digitál konverzió azt jelenti, hogy meghatározott időpontokban (másodpercenként akár tíz-, vagy százezerszer is) a mért folytonos $U(t)$ feszültségjelből mintát veszünk ($U = U_i$ a $t = t_i$ időpontban) és a feszültségmintát megmérjük. A mérés eredménye egy k_i egész szám, amely az U_i diszkrét feszültségértékhez tartozik. A mérési eredménynek ez a számértéke bináris alakban jelenik meg a konverter kimenetén, amit az értékeléshez használt PC már közvetlenül fel tud használni. Az eredeti folytonos $U(t)$ mérési jel helyett most diszkrét U_i számértékek sora képviseli a mért fizikai folyamatot (2.2. ábra):



2.2. ábra. Digitalizált jelsorozat

Mindenekelőtt a konverzió Δt_k időközét kell meghatározni. Az esetek nagy többségében a mérési jelek A/D konverziója egyenlő időközönként történik, és ezt a konverter beállítható órajele szabályozza, de minden A/D konverter külső indítójelet is tud fogadni, szabálytalan időközökben is. A mérési eredmények jelenleg tárgyalt értékelési feladataihoz az A/D konverziót állandó Δt_k időközökben, illetve állandó f_k frekvenciával végezzük.

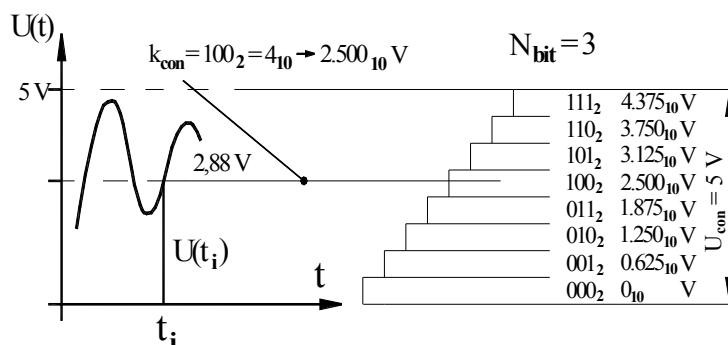
A konverzió Δt_k lépésköze, illetve f_k frekvenciája úgy határozható meg, hogy előzetesen ki kell tűzni a mérési jel frekvencia-összetevői közül a megőrzendő legnagyobb f_{max} frekvenciát. A tapasztalat szerint egy adott f frekvencia esetén a T periódusidőn belül legalább négyszer, de ha mód van rá, legalább tízszer kell mintát venni, tehát ha a becslés szerint a megőrzendő legnagyobb frekvencia f_{max} értékű, a periódusidő T_{min} , akkor az analóg-digitál konverzió ajánlott legkisebb Δt_k időköze:

$$\Delta t_k \leq \frac{T_{min}}{10} = \frac{1}{10 \cdot f_{max}}, \text{ és ezzel } N_k = \frac{T_{jel}}{\Delta t_k}$$

darab diszkrét mérési jel adódik a konverzióval, ha a mérési jel időtartama T_{jel} .

Az A/D konverzió eredményeként kapott k_i szám, valamint a mérendő $X(t)$ fizikai mennyiségnek a $t = t_i$ időponthoz tartozó U_i feszültség értéke közötti összefüggés meghatározásához vizsgáljuk meg az A/D konverzió folyamatát. Tekintsük példaként egy folytonos $U(t)$ mérési jelnek a 2.3. ábrán látható részletét, és kísérjük figyelemmel a jelnek a t_i időponthoz tartozó $U(t_i)$ értékén végrehajtott analóg-digitál konverziót. A könnyebb áttekinthetőség kedvéért te-

gyük fel, hogy a konverter mindössze $N_{bit} = 3$ bites. A valóságos konverterek 8, 12, 16, 24, vagy akár 32 bitesek is lehetnek, a példában csak az ábrázolhatóság kedvéért választottuk ezt a csekély bitszámot.



2.3. ábra. Az A/D konverzió

A konverzió menetét két fő adat szabja meg, az egyik az U_{con} feszültségtartomány, amelyen belül a konverter fel tudja dolgozni a folyamatos feszültségjelet, ez esetünkben legyen **0-5 V** (lehet \pm tartomány is, továbbá más számérték is, amelyet általában software eszközökkel lehet beállítani); valamint a konverter N_{bit} bitszáma, amely esetünkben $N_{bit} = 3$. Ez utóbiből következik, hogy a konverter által ábrázolható legnagyobb szám $N_{con} = 7_{10} = 111_2$ lehet (decimális, illetve bináris alakban), itt az ábrázolható számtartomány $0 \sim 7_{10} = 0 \sim 111_2$ lesz. Ennek megfelelően $2^{N_{bit}}$, tehát nyolcféle feszültségszintet különböztet meg a konverter, amelyekhez a következő bináris számértékeket rendeli: 0_2 , 001_2 , 010_2 , 011_2 , 100_2 , 101_2 , 110_2 és 111_2 . Mivel ebben az esetben a legnagyobb feldolgozott feszültségszint $U_{con,n} = 5$ V, ezek a feszültségszintek rendre: 0 V, 0,625 V, 1,25 V, 1,875 V, 2,5 V, 3,125 V, 3,75 V, és 4,375 V lesznek.

Tegyük fel, hogy a $t = t_i$ időponthoz tartozó U_i feszültség értéke $U_i = 2,88$ V. A konverter kikeresi, hogy a konvertálandó U_i mért feszültség melyik két szomszédos diszkrét feszültségpár közé esik. Ez úgy zajlik le, hogy először a felső, vagy az alsó tartomány-félbe való tartozást kell eldönteni. Most az 5. sávba esik, tehát a felső félbe, ezért az első bit 1 lesz. Ezután a felső félen belül lesz eldöntve, hogy az alsó, vagy a felső részbe esik a jel, itt az 5. az alsót jelenti, így a második bit 0 lesz. Végül hasonló gondolatmenettel a harmadik bit is 0 lesz, tehát a konvertálandó $U(t_i)$ feszültséghez a $k_{con} = 100_2 = 4_{10}$ számérték lesz hozzárendelve, az ehhez tartozó feszültségérték 2,5 V, ez lesz a t_i időponthoz tartozó $U(t_i)$ feszültség-érték konvertált számértéke.

A konverterek mindig a legfelső bittől kezdve állítják be a konverzió végeredményét, ebből az is következik, hogy ha például egy 16 bites konverter használatakor csak 12 bitre van szükségünk, elegendő csak a felső 12 bit bekötése, illetve kiolvasása, az alsó 4 bitet egyszerűen nem kell használni.

Mivel a konverzió során kapható legnagyobb egész számérték $K_{con, max} = 2^{N_{bit}} - 1 = 7$, a konverter számára beállított legnagyobb feszültségérték $U_{con} = 5$ V, a bemutatott konverter q_{con} léptéke:

$$q_{con} = \frac{U_{con}}{K_{con, max}} = \frac{5}{7} = 0,714286 \text{ V}$$

Ha ehhez hozzávesszük az általánosított mérési jel fogalmának bevezetése során definiált q_m léptéket (lásd: 1.3.1. fejezet), akkor a $t = t_i$ időpontban a konverzió eredményeként kapott k_i egész számhoz tartozó $X(t_i)$ fizikai mennyiséget a következőképpen kaphatjuk meg:

$$X(t_i) = k_i \cdot q_{con} \cdot q_m \left[V \cdot \frac{[\text{fizikai mennyiség}]}{V} = [\text{fizikai mennyiség}] \right]$$

Mivel a konverzió során a bitszámnak megfelelő számú sávba történik a mért feszültségérték besorolása, a konverzió során elkövetett abszolút hiba legfeljebb a sáv szélességének a fele:

$$H_{con,max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{U_{con}}{2^{Nbit}}, \text{ és a relatív hiba maximuma: } h_{con,max} = \frac{H_{con,max}}{U_{con}}$$

Ezek számértékei a jelen esetben ugyan feltűnően nagyok (0,3125 V és 0,0625 = 6,25 %), de a gyakorlatban használt, ennél sokkal nagyobb bitszámok esetén ezek több nagyságrenddel kisebb értékűek.

2.2. Az időben állandó jelek értékelése

Az időben állandó (vagy lassan változó) jelek esetén az alkalmazott mérőérzékelők az 1. fejezetben bemutatott berendezések lehetnek, de a jelek leolvasása szabad szemmel is történhet, pl. egy mérőerősítő voltmérőjén egyszerűen le is olvashatjuk a mérési jel számértékét, és a további értékelést is elvégezhetjük, de éppúgy regisztrálhatjuk is, ahogy azt az időben gyorsabban változó jelek esetében kell tenni.

2.2.1. A mérési hibák

Amint azt a bevezetőben említettük, a mérési jel számértékét mindig terheli mérési hiba. Mivel a mérési hibák jelentős részében a hiba nagyságát pontosan nem ismerjük, továbbá a mérőműszer érzékenysége, és így a mért számérték értékes számjegyeinek száma – elvileg – minden határon túl növelhető, kimondhatjuk, hogy az x mérési eredményt elvi pontossággal soha sem ismerjük, így az x_p pontos érték helyett a mért x értéket kell használnunk a további feldolgozás során. Így az elkövetett H_x hiba értéke:

$$H_x \stackrel{\text{def}}{=} x - x_p$$

ahol a $\stackrel{\text{def}}{=}$ szimbólum azt jelenti, hogy ez az összefüggés egyben a H_x mennyiség fogalmának meghatározása is. A legtöbb gyakorlati esetben a mérési hiba h_x fajlagos értékét használják, így ennek az értéke:

$$h_x \stackrel{\text{def}}{=} \frac{H_x}{x_p} = \frac{x - x_p}{x_p} = \frac{x}{x_p} - 1$$

Mivel az x_p értékét soha sem ismerjük, a mérési hiba nagyságát sem ismerjük. x_p értékét csak több mérés eredményének ismeretében tudjuk behatárolni, tehát csak **közelítőleg** tudjuk meghatározni. Ezt a közelítő értéket nevezzük **helyes** értéknek.

Az alábbiakban a mérési hibák fontosabb csoportjait mutatjuk be.

2.2.2. A mérési hibák osztályozása

A hibák nagyságának meghatározásához meg kell vizsgálni a hibák kiváltó okait, majd az okok ismeretében lehet meghatározni a jellegüket. A mérési hibák két nagy csoportra oszthatók:

- a) a rendszeres hibák ;
- b) a véletlenszerű hibák.

2.2.2.1. A rendszeres hibák

A rendszeres hibák többféle eredetűek lehetnek, ilyen pl. a „null-hiba” és a „kalibrálási” (hitelesítési) hiba. A „null-hiba” azt jelenti, hogy a skála kezdőpontja nem esik egybe a műszer mutatójának azzal az állásával (illetve azzal a mutatott számértékével), amikor a mérendő mennyiség zérus értékű. A „kalibrálási” hiba azt jelenti, hogy a skálabeosztás nem megfelelő, pl. a skáláról következetesen kisebb, vagy nagyobb értéket olvashatunk le a valóságos értéknél.

Mindkét fajta rendszeres hiba úgy szüntethető meg, hogy a mérőműszert összehasonlítjuk egy sokkal pontosabb mérőrendszerrel. Így a rendszeres hiba értékére közelítő értéket kaphatunk, mivel a pontosabb ellenőrző műszernél is van magasabb pontossági osztályú műszer stb. Fontos tulajdonsága a rendszeres hibáknak, hogy **determinisztikus** jellegűek, tehát a hibák kiváltó okait ismerjük, így a mérési hiba reprodukálható. Általánosságban megállapíthatjuk, hogy a rendszeres hibák a mérési eredményt **torzítottá** teszik.

A rendszeres hibákat a mérőműszer cseréjével, illetve a skála újra kalibrálásával ki lehet küszöbölni (egy kitűzött határérték alá lehet csökkenteni).

2.2.2.2. A véletlenszerű hibák

A véletlenszerű hibákat olyan zavaró hatások okozzák, amelyek kiváltó okait nem ismerjük pontosan. Ezek az időben nem hatnak állandóan, hanem az időben véletlenszerűen változnak. Ezek a mérési hibák a mérés eredményét **bizonytalanná** teszik.

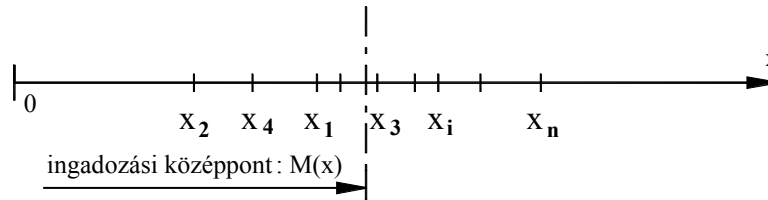
A továbbiakban a mérési eredményt bizonytalanná tevő véletlenszerű hibák számszerű jellemzésével foglalkozunk. Mivel a véletlenszerű hibák véletlenszerűen változnak, ezeket pontosan soha sem tudjuk meghatározni, ezek nagyságát csak becsülni lehet. A becslést úgy lehet végrehajtani, hogy több („ n ” számú) mérést hajtunk végre, azonos körülmények között (azonos mérőműszerek, azonos mérési módszerek). Legyen egy mérési sorozat eredményei az alábbiak:

$$x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n$$

A mért értékek nagysága véletlenszerűen változik, ez azt jelenti, hogy két, vagy több „ n ” elemű méréssorozat azonos indexű elemei általában nem azonosak. Az egyes mérési eredményeket terhelő mérési hibák véletlenszerűen, **sztochasztikusan** változó jellegűek, sem az egyes mérési eredmények, sem az egész méréssorozat **nem reprodukálható**.

Mivel a mért értékek nagysága véletlenszerűen változik, ezért a mért x értéket általánosságban **valószínűségi változónak**, az egyes x_i értékeket **realizációnak** nevezzük.

Ábrázoljuk az elébb említett N darab mérési eredményt a számegyenesen (2.4. ábra). A mért értékek az x -tengelyen (a számegyenesen) szemmel láthatóan az egyenes egy pontja körül helyezkednek el, ezt a pontot **ingadozási középpontnak** nevezzük.



2.4. ábra. Mérési sorozat

Minél nagyobb az eredmények N darabszáma, az ingadozási középpont közelében egyre sűrűbbek a mérési eredmények, és egyre nagyobb a legnagyobb és a legkisebb mérési eredmény közötti különbség is. Jelöljük ezt a pontot $M(x)$ -szel, ezt az x értéket az x valószínűségi változó **várható értékének** nevezzük, és az ismeretlen x_p pontos értékkel egyenlőnek tekintjük:

$$x_p = M(x)$$

$M(x)$ értékét becsléssel kell megállapítanunk, de a becsléstől meg kell követelni, hogy **torzítatlan** legyen. A gyakorlatban legtöbbször használt becslési módszer a **számtani közép** meghatározása (\bar{x}_N -et **várható értéknek** is nevezik):

$$M(x) \cong \bar{x}_N \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i$$

Erről a módszerről belátható, hogy **torzítatlan**. Továbbá a nagy számok törvénye szerint minél nagyobb a mérések N darabszáma, \bar{x}_N annál jobban közelíti $M(x)$ -et, tehát az x_p pontos értékét is:

$$x_p = M(x) = \lim_{N \rightarrow \infty} \bar{x}_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i$$

2.2.3. A mérési eredmények szóródásának mértéke

Az x_i mérési eredmények (a realizációk) $M(x)$, illetve \bar{x}_N körül különbözőképpen, véletlenszerűen szóródnak. A szóródás mértékének meghatározására a következő módszerek kínálóznak:

1. A terjedelem

A terjedelem a maximális és a minimális mérési eredmény különbsége: $d = x_{\max} - x_{\min}$

Ez a mérték nem ad felvilágosítást arról, hogy tömörülnek-e egy pont körül a mérési eredmények, vagy egyenletesen vannak elszóródva.

2. A közepes eltérés

A közepes eltérést úgy határozhatjuk meg, hogy az egyes x_i mérési eredményeknek az \bar{x}_N várható értéktől való eltérésének a várható értékét számítjuk ki. Az i -ik eredmény eltérése:

$$\delta_i = x_i - \bar{x}_N$$

Az eltérések várható értéke (számtani közepe), behelyettesítve \bar{x}_N értékét:

$$\bar{\delta}_N = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i - \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{x}_N = \bar{x}_N - \frac{1}{N} \cdot N \cdot \bar{x}_N = \bar{x}_N - \bar{x}_N = 0.$$

Ez tehát teljességgel alkalmatlan módszer, mivel a váltakozó előjelű eltérések végső soron egymást kiegyenlítik.

3. Az abszolút közepes eltérés

Az abszolút közepes eltérést úgy kaphatjuk meg, hogy a δ_i eltérések abszolút értékének várható értékét határozzuk meg:

$$\tilde{\delta}_N = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N |\delta_i| = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N |x_i - \bar{x}_N|$$

Ebben az összefüggésben már csak pozitív értékeket kell összegezni, ez tehát már alkalmas módszer a szóródások jellemzésére. Hátránya, hogy az abszolút érték kezelése a további számításokban bizonyos nehézségeket okozhat.

4. Az eltérés-négyzetek középértéke, a szórás

Az eltérések változó előjelének hatását a négyzetre emeléssel is kiküszöbölhetjük. Mivel az eltérés képletében alkalmazott \bar{x}_N középértéket az $x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N$ valószínűségi változókból kell meghatározni, ezért ez magában hordoz bizonyos fokú torzítást, emiatt ezt a középértéket **empirikus szórásnak** nevezzük. A **szórásnégyzet**:

$$\sigma_N^2 \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \delta_i^2 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_N)^2, \text{ illetve } \sigma_N \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_N)^2}$$

az **empirikus szórás**.

\bar{x}_N használata miatt az empirikus szórás csak **torzított** becslése az eltéréseknek. Ha ismer-nénk az pontos x_p értéket, ennek felhasználásával megkaphatnánk a D_N **elméleti szórás**. x_p értékét nem ismerjük, de levezethető ([4]-38. o.), hogy σ_N torzításának mértéke $(N-1)/N$, ezért σ_N helyett a **torzítatlan szórás** a következőképpen kaphatjuk meg:

$$S_N^{*2} = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N \delta_i^2 = \frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_N)^2; \text{ illetve: } S_N^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_N)^2}.$$

Az így meghatározott szórás **korrigált empirikus szórásnak** nevezzük. A gyakorlati számításokban főleg a kis darabszámú mérési adat esetén célszerű alkalmazni. Egy megadott N darabszám esetén a megfelelő szórás típus kiválasztására az lehet a támpont, hogy milyen mér-

tékü torzítást engedünk meg. Az alábbi táblázat N függvényében adja meg $(N-1)/N$ értékét:

N	2	3	5	7	10	20	30	50	100
$(N-1)/N$	0,50	0.667	0.80	0,857	0,90	0,950	0,967	0,980	0,990

Látható a táblázatból, $N = 30$ mért adat esetén a torzítás $0,9666666 \approx 0,97$, tehát az eltérés 3 %, de $N = 100$ esetén már 0,990, tehát az eltérés már 1 %. Általános esetben az $N = 30$ –at tekinthetjük határnak, de ha ennél kisebb torzítást akarunk biztosítani, $N \leq 100$ esetében is az S_N^* korrigált empirikus szórással kell becsülnünk a mérési eredmények szóródását.

5. A relatív szórás

Ha többféle mérés-sorozatot készítünk ($x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_N, y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_N$ stb.) és a szórások értékét össze kell hasonlítani, ez csak akkor ad értékelhető eredményt, ha a különféle mérés-sorozatok \bar{x}_N, \bar{y}_N stb. várható értéke azonos. Ha nem azonos (és általában ez a helyzet), akkor az összehasonlítást a **relatív szórással** végezhetjük el. Ennek elméleti értéke:

$$r(x) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{D(x)}{M(x)} = \frac{D(x)}{x_p}$$

A gyakorlati mérések esetén $D(x)$ értékét a σ_N empirikus, illetve az S_N^* korrigált empirikus szórással, x_p értékét pedig az \bar{x}_N várható értékkel közelítjük, így a relatív szórás képlete:

$$r_N = \frac{\sigma_N}{\bar{x}_N} ; \quad \text{illetve} \quad r_N = \frac{S_N^*}{\bar{x}_N}$$

2.2.4. A mérési eredményekből számított mennyiségek hibái

A gyakorlatban sok olyan mérési feladat fordul elő, amelyben a kérdéses mennyiséget közvetlenül nem tudjuk megmérni, csak más olyan mennyiségeket, amelyekből számítással kaphatjuk meg a keresett mennyiséget. Ilyen eset lehet pl. a mechanikai teljesítmény mérése, amit közvetlenül nem lehet mérni, mivel több tényező függvénye, amelyeket csak külön-külön lehet mérni, ezek az M_h hajtó nyomaték és az ω_h szögsebesség. Így végül a P_m teljesítményt úgy mérjük, hogy mérjük az M_h hajtó nyomatékot, valamint az ω_h szögsebesség helyett az n_h fordulatszámot, és ezekből a teljesítményt az alábbi képlettel számíthatjuk:

$$P_m^W = M_h^{Nm} \cdot \omega_h^{r/s} = M_h \cdot n_h^{1/p} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot M_h^{Nm} \cdot n_h^{1/p}$$

Az M_h hajtó nyomatékot Nm-ben mérjük, az n_h fordulatszámot 1/p-ben, mivel a fordulatszámot mérő műszerek ilyen egységben vannak kalibrálva. Mind az M_h hajtó nyomatékra, mind az n_h fordulatszámra N db mért értékünk van: $M_{h,i}$, ($i = 1, 2, \dots, i, \dots, N$) és $n_{h,i}$, ($i = 1, 2, \dots, i, \dots, N$). Mindkét mennyiségre kiszámíthatjuk az \bar{M}_h és \bar{n}_h várható értéket:

$$\bar{M}_N = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N M_{h,i}, \quad \bar{n}_N = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N n_{h,i}, \quad \text{a relatív hibákat: } h_{M,i} = \frac{M_{h,i}}{\bar{M}_N} - 1 \text{ és } h_{n,i} = \frac{n_{h,i}}{\bar{n}_N}$$

$$\text{és az empirikus szórásokat: } \sigma_{Mh} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (M_{h,i} - \bar{M}_N)^2} \quad \text{és} \quad \sigma_{nh} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (n_{h,i} - \bar{n}_N)^2},$$

valamint – ha szükséges – a korrigált empirikus szórásokat:

$$S_{Mh}^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (M_{h,i} - \bar{M}_N)^2} \quad \text{és} \quad S_{nh}^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (n_{h,i} - \bar{n}_N)^2}$$

Kérdés viszont, hogy a számított P_m teljesítménynek mekkora a várható értéke, mekkorák a relatív hibái, valamint a kétféle szórás értéke. Mivel ezeket az értékeket a felhasznált számítási képlet várhatóan jelentősen befolyásolja, így a következőkben ezeket vesszük sorra, külön-külön tárgyalva az egy, illetve több mérési eredményből számítható mennyiségeket.

2.2.4.1. A keresett mennyiség egyetlen változó függvénye

A sokféle lehetséges függvénykapcsolat közül az állandó szorzótényezővel való szorzás és a hatványozás függvénykapcsolatát, valamint a törtfüggvényt mutatjuk be.

A mért érték állandó együtthatóval van szorozva

A bevezetőben már említettük, hogy a [rad/sec]-ban számított ω szögsebesség helyett többnyire az n fordulatszámot mérjük 1/p-ben; ekkor a szögsebességet megadó képlet:

$$\omega^{r/s} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n^{1/p} = a \cdot n^{1/p}$$

Az n fordulatszámot N -szer mérjük, a mérési eredmények: n_i , ($i = 1, 2, \dots, N$)

$$\text{A mért fordulatszám-értékek várható értéke: } \bar{n}_N = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N n_i$$

valamint az empirikus, illetve a korrigált empirikus szórás:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n}_N)^2}, \quad \text{illetve: } S_n^* = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n}_N)^2}$$

$$\text{A fordulatszám-mérések relatív hibája: } h_{n,i} = \frac{H_i}{\bar{n}_N} = \frac{n_i - \bar{n}_N}{\bar{n}_N}$$

Ha mérni tudnánk a fordulatszám n_p pontos értékét, a szögsebesség pontos értéke a következő lenne: $\omega_p = a \cdot n_p$. Az n_p helyett mért n érték a következő: $n = n_p + \Delta n$, és ezzel a szögsebesség: $\omega = a \cdot n = a \cdot n_p + a \cdot \Delta n$. Így a szögsebesség abszolút hibája:

$$H_\omega = \Delta\omega = \omega - \omega_p = a \cdot n_p + a \cdot \Delta n - a \cdot n_p = a \cdot \Delta n,$$

$$\text{és a szögsebesség relatív hibája: } h_{\omega} = \frac{H_{\omega}}{\omega_p} = \frac{\Delta\omega}{\omega_p} = \frac{a \cdot \Delta n}{a \cdot n_p} = \frac{\Delta n}{n_p} = h_n$$

A szögsebesség relatív hibája tehát egyrészt megegyezik a fordulatszám-mérésének relatív hibájával, másrészt független az a szorzótényezőtől. Írható tehát:

$$h_{\omega,i} = h_{n,i} = \frac{n_i - \bar{n}_N}{\bar{n}_N}$$

melyet természetesen minden mérési eredményre külön-külön kell meghatározni.

A szórások meghatározásához vizsgáljuk meg az empirikus szórás képletét:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n}_N)^2}$$

Vegyük észre, hogy az összegzésben a négyzetre emelendő $(n_i - \bar{n}_N)$ különbség az abszolút hibával egyezik meg: $H_i = n_i - \bar{n}_N$, így $\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (n_i - \bar{n}_N)^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N H_{n,i}^2}$.

Az abszolút hibát kifejezhetjük a relatív hibával: $h_{n,i} = \frac{H_{n,i}}{\bar{n}_N}$, ebből: $H_{n,i} = h_{n,i} \cdot \bar{n}_N$, így:

$$\sigma_n = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N H_{n,i}^2} = \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N h_{n,i}^2 \cdot \bar{n}_N^2} = \bar{n}_N \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N h_{n,i}^2}$$

Ha most ezt az eredményt a szögsebességekre akarjuk alkalmazni, akkor a szögsebességek $\bar{\omega}_N$ várható értékére és $h_{\omega,i}$ relatív hibáira van szükségünk. Az $\bar{\omega}_N$ várható értéket egyszerűen kaphatjuk az átszámítási képletből, behelyettesítve a mért értékek \bar{n}_N várható értékét:

$$\text{mivel a számítási képlet: } \omega^{r/s} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot n^{1/p} = a \cdot n \text{ ezért: } \bar{\omega}_N = a \cdot \bar{n}_N$$

és a relatív hibák: $h_{\omega,i} = h_{n,i}$ ahol $i = 1, 2, \dots, N$

Végül a szögsebesség mérési eredményeinek empirikus szórása: $\sigma_{\omega} = \bar{\omega}_N \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N h_{\omega,i}^2}$

A korrigált empirikus szórás képletét értelemszerűen vezethetjük le.

Végeredményben tehát kimondhatjuk, hogy ha csak egy állandó szorzóval kell megszorozni a mérési eredményeket, tehát a képlet: $y = a \cdot x$, akkor a számított y_i értékek várható értéke: $\bar{y}_N = a \cdot \bar{x}_N$ a relatív hibák: $h_{y,i} = h_{x,i}$, és ezekkel az empirikus szórás:

$$\sigma_y = \bar{y}_N \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N h_{y,i}^2} \text{ (a korrigált empirikus hasonlóan).}$$

A mért értéket négyzetre kell emelni (hatványozni):

Mivel a hatványozás egymást követő szorzásokat jelent, így a hatvány relatív hibája a 2.2.4.2. fejezetben tárgyalt „szorzat” relatív hibájaként is értelmezhető. Tehát, ha $y = x^2 = x \cdot x$, akkor

$$h_y = h_x + h_x = 2 h_x.$$

A mért értékből négyzetgyököt kell vonni

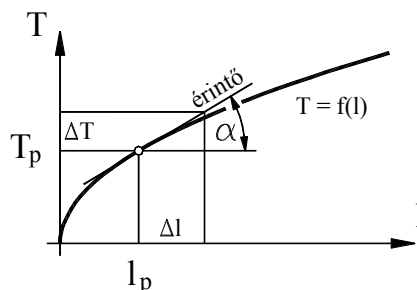
Vizsgáljuk a matematikai inga lengésidejének mérési feladatát, amely során az l ingahossz-
szat mérjük, és a T lengésidőt az alábbi képlettel számítjuk: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$.

Ebben az esetben az előző pontokban használt egyszerű módhoz képest általánosabb érvényű módszert kell alkalmaznunk, amit a 2.5. ábra segítségével mutatunk be. A számított T idő keresett relatív hibája:

$$h_T = \frac{T - T_p}{T_p} = \frac{\Delta T}{T_p}$$

ahol T_p a számított lengésidő pontos értéke, amit a \bar{T}_N várható értékkel közelítünk. Köze-
lítsük most ΔT értékét a $T = f(l)$ függvény érintője segítségével:

az érintő meredeksége az $l = l_p$ helyen: $\operatorname{tg} \alpha = \frac{dT}{dl} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \sqrt{l_p}} = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{l_p}}$



2.5. ábra. A lengésidő és az ingahossz összefüggése

ezzel a ΔT érték közelítőleg: $\Delta T \approx \Delta l \cdot \operatorname{tg} \alpha = \Delta l \cdot \frac{\pi}{\sqrt{g}} \cdot \frac{1}{\sqrt{l_p}} = \frac{\pi}{\sqrt{g}} \cdot \frac{\Delta l}{\sqrt{l_p}}$

és a lengésidő pontos T_p értéke: $T_p = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_p}{g}}$

Ezekkel a lengésidő relatív hibája: $h_T = \frac{\Delta T}{T_p} = \frac{\frac{\pi}{\sqrt{g}} \cdot \frac{\Delta l}{\sqrt{l_p}}}{2\pi \cdot \sqrt{\frac{l_p}{g}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\Delta l}{l_p}$.

Viszont a hossz relatív hibája: $h_l = \frac{\Delta l}{l_p}$, így végül a lengésidő relatív hibája: $h_T = \frac{1}{2} \cdot h_l$

A T lengésidő várható értéke (N db mért l_i hosszérték esetén): $\bar{T}_N = 2 \cdot \pi \cdot \sqrt{\frac{\bar{l}_N}{g}}$

Így a számított lengésidő empirikus, illetve korrigált empirikus szórása:

$$\sigma_T = \bar{T}_N \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N h_{T_i}^2} = \frac{\bar{T}_N}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N h_{l_i}^2}; \text{ illetve } S_T^* = \frac{\bar{T}_N}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{i=1}^N h_{l_i}^2}$$

Végeredményben kimondhatjuk, hogy az $y = \sqrt{x}$ alakú függvény esetén y relatív hibája:

$$h_y = \frac{1}{2} \cdot h_x$$

A mért számérték a nevezőben van

Csak az $y = \frac{1}{x}$ függvényt vizsgáljuk. Az előző pontban bemutatott módszert követve, az

$x = x_p$ helyen az érintő meredeksége (az első derivált): $tg \alpha = \frac{dy}{dx} = -\frac{1}{x_p^2}$

Ezzel Δy közelítőleg: $\Delta y \approx \Delta x \cdot tg \alpha = -\frac{\Delta x}{x_p^2}$. y pontos értéke: $y_p = 1 / x_p$, így y relatív hibája:

$$h_y = \frac{y - y_p}{y_p} = \frac{\Delta y}{y_p} = \frac{-\frac{\Delta x}{x_p^2}}{\frac{1}{x_p}} = -\frac{\Delta x}{x_p} = -h_x$$

Tehát ha a mért érték a nevezőben van, akkor a számított eredmény relatív hibája:

$$h_y = -h_x$$

A szórások számítási módszere megegyezik az előző pontokban bemutatott módszerrel.

2.2.4.2. A számított mennyiség több változó függvénye

A mért mennyiségeket össze kell szorozni:

Két változó esetére példa a P_m mechanikai teljesítmény mérése, amikor az M_h hajtó nyomatékot és az n_h fordulatszámot, és ezekből a mérési adatokból a teljesítményt a következő képlettel kapjuk meg:

$$P_m^W = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot M_h^{Nm} \cdot n_h^{1/p}$$

Ez a következő általános formulának felel meg: $y = x_1 \cdot x_2$

A két mért x_1 és x_2 adat a pontos érték függvényében:

$$x_1 = x_{1p} + \Delta x_1, \text{ valamint } x_2 = x_{2p} + \Delta x_2$$

és a relatív hibájuk: $h_{x1} = \frac{\Delta x_1}{x_{1p}}$ és $h_{x2} = \frac{\Delta x_2}{x_{2p}}$

A számított y érték pontos értéke: $y_p = x_{1p} \cdot x_{2p}$, és a mért értékekből számított eredmény

$$y = x_1 \cdot x_2 = (x_{1p} + \Delta x_1)(x_{2p} + \Delta x_2)$$

A számított y érték relatív hibája:

$$\begin{aligned} h_y &= \frac{\Delta y}{y_p} = \frac{y - y_p}{y_p} = \frac{(x_{1p} + \Delta x_1)(x_{2p} + \Delta x_2) - x_{1p} \cdot x_{2p}}{x_{1p} \cdot x_{2p}} = \\ &= \frac{x_{1p} \cdot x_{2p} + \Delta x_1 \cdot x_{2p} + \Delta x_2 \cdot x_{1p} + \Delta x_1 \cdot \Delta x_2 - x_{1p} \cdot x_{2p}}{x_{1p} \cdot x_{2p}} = \frac{\Delta x_1 \cdot x_{2p} + \Delta x_2 \cdot x_{1p} + \Delta x_1 \cdot \Delta x_2}{x_{1p} \cdot x_{2p}} \approx \\ &\approx \frac{\Delta x_1 \cdot x_{2p} + \Delta x_2 \cdot x_{1p}}{x_{1p} \cdot x_{2p}} = \frac{\Delta x_1}{x_{1p}} + \frac{\Delta x_2}{x_{2p}} \end{aligned}$$

és mivel $h_{x1} = \frac{\Delta x_1}{x_{1p}}$ és $h_{x2} = \frac{\Delta x_2}{x_{2p}}$, ezért írható:

$$\text{ha } y = x_1 \cdot x_2, \text{ akkor } h_y = h_{x1} + h_{x2}$$

Több változó szorzata esetén ez értelemszerűen alkalmazható; állandó együttható, hatványozás stb. esetén az előző pontokban előadottak érvényesek.

A mért mennyiségek hányadosát kell meghatározni

Az általános összefüggés: $y = \frac{x_1}{x_2} = x_1 \frac{1}{x_2}$, tehát az előzőek alapján $h_y = h_{x1} + h_{1/x2} = h_{x1} - h_{x2}$

$$\text{Ezért írható, hogy ha } y = \frac{x_1}{x_2}, \text{ akkor } h_y = h_{x1} - h_{x2} \cdot$$

A számítandó mennyiség összetett kifejezés függvénye

Előfordul, hogy a keresett mennyiséget olyan képletből kell meghatározni, amely szorzatot, hányadost, gyökvonást stb. egyszerre tartalmaz, mint pl. a következő kifejezés:

$$y = \frac{x_1^n \cdot x_2^m}{\sqrt{x_3} \cdot \sqrt{x_4^k}} \cdot$$

Ilyenkor célszerű az egyes műveleteket a szokásos prioritási szabályok szerint rangsorolni. Legmagasabb a hatványozás, illetve gyökvonás prioritása, utána következik a szorzás, illetve osztás (a többi művelet nem szokott előfordulni). Mindenekelőtt célszerű a gyökvonásokat törtkitevőjű hatványokká alakítani:

$$y = \frac{x_1^n \cdot x_2^m}{\sqrt{x_3} \cdot \sqrt{x_4^k}} = \frac{x_1^n \cdot x_2^m}{x_3^{1/2} \cdot x_4^{k/2}}$$

Ezek után az eddig elmondottak ismeretében y relatív hibáját a következő sorrendben határozhatjuk meg:

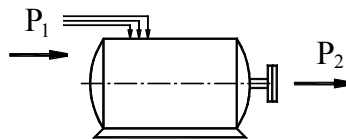
$$h_y = h[x_1^n \cdot x_2^m] - h[x_3^{1/2} \cdot x_4^{k/2}] = h[x_1^n] + h[x_2^m] - h[x_3^{1/2}] - h[x_4^{k/2}]$$

$$\text{Ebből kaphatjuk: } h_y = n \cdot h_{x1} + m \cdot h_{x2} - \frac{1}{2} \cdot h_{x3} - \frac{k}{2} \cdot h_{x4}$$

Tehát először az egyes mérési adatok h_{x1} , h_{x2} stb. relatív hibáját kell meghatározni, majd ezeket ellátni a szükséges együtthatókkal és előjelekkel.

Az elmondottak használatát a következő számpéldával mutatjuk be.

2.1. számpélda. Villamos motor hatásfokának meghatározása méréssel



2.6 ábra. Villamos motor hatásfokának mérése

Bemenő villamos teljesítmény P_1 , a kimenő mechanikai teljesítmény P_2 . A bemenő villamos teljesítmény mérése megfelelő villamos mérőműszerrel közvetlenül végrehajtható, de a mechanikai teljesítmény közvetlenül nem mérhető, helyette a leadott M_h hajtó nyomatékot és az n_h fordulatszámot tudjuk mérni, amelyekből a P_2 mechanikai teljesítményt, majd abból a hatásfokot a következő képletekkel kaphatjuk meg:

$$P_2^W = M_h^{Nm} \cdot \omega_h^{r/s} = M_h^{Nm} \cdot n_h^{1/p} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot M_h^{Nm} \cdot n_h^{1/p}, \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{2 \cdot \pi}{60} \cdot \frac{M_h^{Nm} \cdot n_h^{1/p}}{P_1^W}$$

$N = 5$ mérést végrehajtva, a mért és számított értékeket a következő táblázat mutatja:

	i	1	2	3	4	5	Átlag	s^*
Mért adatok	P_1^W	37200	35900	37500	35900	36300	36560	746.99
	M_h^{Nm}	230	225	232	223	238	229.6	5.9414
	$n_h^{1/p}$	1524	1476	1464	1470	1458	1478.4	26.359
	h_{P1}	0.017505	-0.01805	0.025711	-0.01805	-0.00711		
	h_{Mh}	0.001742	-0.02003	0.010453	-0.02875	0.036585		
	h_{nh}	0.030844	-0.00162	-0.00974	-0.00568	-0.0138		
	h_η	0.015081	-0.00361	-0.025	-0.01637	0.029898	0.9723	0.0219

A táblázat számításához felhasznált képletek:

A mérési eredmények várható értéke, relatív hibái, korrigált empirikus szórása:

$$\bar{P}_{1,N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{1,i}, \quad \bar{M}_{h,N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N M_{h,i}, \quad \bar{n}_{h,N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_{h,i},$$

$$h_{P1,i} = \frac{P_{1,i}}{\bar{P}_{1,N}} - 1, \quad h_{Mh,i} = \frac{M_{h,i}}{\bar{M}_{h,N}} - 1, \quad h_{nh,i} = \frac{n_{h,i}}{\bar{n}_{h,N}} - 1$$

$$s_{P1}^* = \bar{P}_{1,N} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N h_{P1,i}^2}, \quad s_{Mh}^* = \bar{M}_{h,N} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N h_{Mh,i}^2}, \quad s_{nh}^* = \bar{n}_{h,N} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N h_{nh,i}^2}$$

A számított η hatásfok várható értéke, relatív hibái, korrigált empirikus szórása:

$$\bar{\eta} = \frac{2\pi \cdot 229.6 \cdot 1478.4}{60 \cdot 36560} = 0.9723, \quad h_{\eta,i} = h_{Mh,i} + h_{nh,i} - h_{P1,i}, \quad s_{\eta}^* = \bar{\eta} \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N h_{\eta,i}^2}.$$

2.2.5. A mérési eredmények szóródásának valószínűsége, a sűrűségfüggvény

Az előző fejezetben megismert d terjedelem, a $\tilde{\delta}_N$ abszolút közepes eltérés, a σ_N empirikus szórás és az S_N^* korrigált empirikus szórás, valamint az r_N relatív szórás mind egy-egy jellemző adatot adott meg a mérési eredmények szóródásáról, de ezek mind egy-egy átlagos értéket jelentettek.

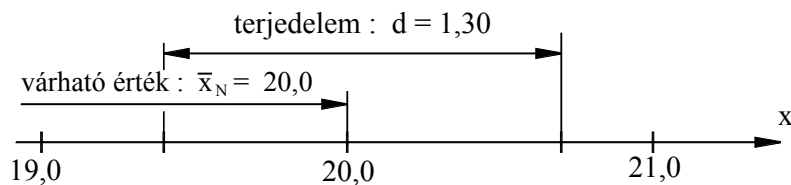
Ha az $x_i, i = 1, \dots, N$ mérési adathalmaz minden elemére érvényes szóródási összefüggést akarunk felállítani, akkor ezt az $x_i, i = 1, \dots, N$ mérési eredmények valószínűségének számításba vételével tehetjük meg. Az összefüggéseket [12] forrásmű 2.5.5 fejezete nyomán vezetjük le. Az összefüggések könnyebb megértése és az eredmények jobb áttekinthetősége érdekében az alábbi szám-példa adatait dolgozzuk fel, amelyben az alábbi $N = 20$ darab mérési eredmény található:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	20,4	20,0	19,8	20,1	20,7	20,2	19,7	19,6	20,1	19,9
i	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x_i	19,4	19,6	20,1	20,1	20,3	20,1	19,7	20,1	20,0	20,1

A mérési eredmények terjedelme: $d = x_{\max} - x_{\min} = 20,7 - 19,4 = 1,30$

A mérési eredmények középértéke: $\bar{x}_N = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N x_i = \frac{1}{20} \cdot (20,4 + \dots + 20,1) = \frac{400,0}{20} = 20,00$

Ábrázoljuk a számegyenesen az \bar{x}_N várható (közép) értéket és a d terjedelmet (2.6. ábra).



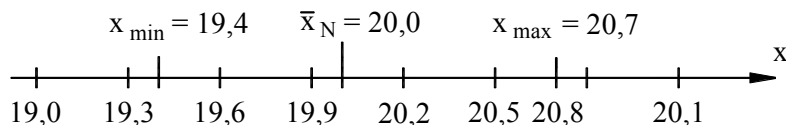
2.6. ábra. Mérési eredmények terjedelme és középértéke

Vegyünk fel alkalmasan megválasztott számú és méretű résztartományt és gyűjtsük össze az egyes résztartományokba eső mérési eredményeket. A résztartományok N_t számát célszerű viszonylag kicsinek és páratlan számúnak választani, legyen $N_t = 5$. (Később kitérünk arra, hogy nagyobb, vagy kisebb N_t szám felvételének mi lehet a következménye). Ekkor a résztartományok hossza (célszerű egyenlőnek választani):

$$\Delta x = \frac{d}{N_t} = \frac{1,30}{5} = 0,260$$

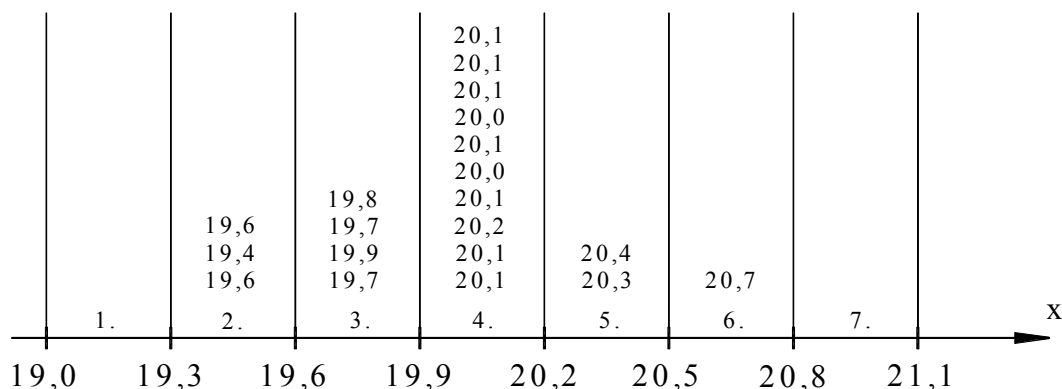
A könnyebben áttekinthető számolás céljából kerekítsük fel a résztartományok hosszát $\Delta x = 0,30$ -ra, ekkor a terjedelem is megnő: $d = N_t \cdot \Delta x = 5 \cdot 0,30 = 1,50$.

Továbbá ugyancsak az ábrázolás jobb áttekinthetősége érdekében csatoljunk még egy-egy résztartományt a terjedelem elé és mögé, amelyekbe mérési eredmény **nem fog beleesni**, így $N_t = 7$ lesz. Ábrázoljuk most a kibővített számú és hosszúságú intervallumokat a számegyenesen úgy, hogy x_{min} és x_{max} az eredeti öt résztartományba essék (2.7. ábra)



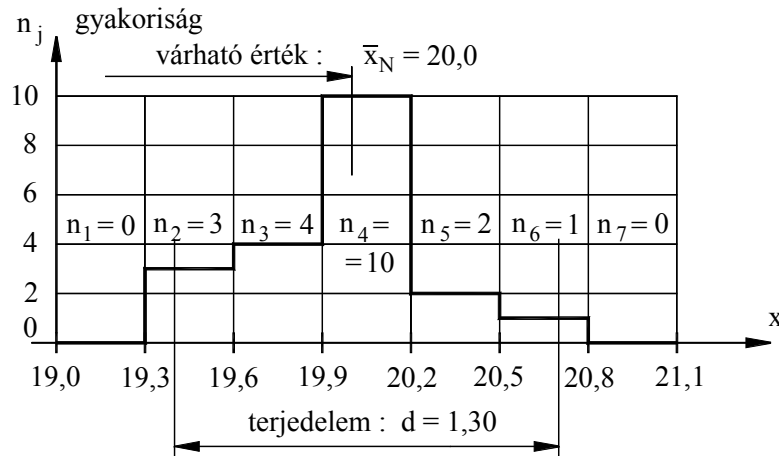
2.7. ábra. Kibővített intervallumok

Most gyűjtsük össze az egyes részintervallumokba eső mérési adatokat. Minden részintervallumot tekintünk balról zárt és jobbról nyitott tartománynak. Így pl. az $x_8 = 19,6$ a 19,3–19,6 tartományba esik (2.8. ábra), mert megegyezik a felső határral (19,6), és a tartomány jobbról nyitott (lásd a résztartomány határainak jelképét a 2. résztartomány alatt).



2.8. ábra. Az intervallumokba eső mérési adatok

Látjuk, hogy a 7 egymást követő résztartományba eső mérési eredmények darabszámai rendre: 0, 3, 4, 10, 2, 1, 0, ezek összege $N = 20$. A 2.9. ábrán lépcsős diagram alakjában ábrázoltuk ezeket a darabszámokat, ezt a diagramot **gyakorisági görbének** nevezik. Más szokásos elnevezése még: **gyakoriság hisztogram**.



2.9. ábra. Gyakoriság hisztogram

Ez a diagram az egyes n_j darabszámokat ábrázolja, amelyekre írható:

$$N = \sum_{j=1}^{N_t} n_j = \sum_{j=1}^7 n_j = 0 + 3 + 4 + 10 + 2 + 1 + 0 = 20$$

Ez a diagram már jóval többet árul el az egyes mérési eredmények szóródásának mértékéről, mint a várható érték, a különféle szórások stb. Itt vissza kell térnünk a résztartományok számának és hosszának felvételére. Általában célszerű ezeket úgy felvenni, hogy a d terjedelmen belül ne legyen olyan résztartomány, amelybe nem esett mérési eredmény, vagyis $n_j = 0$ lenne, továbbá az n_j rész-darabszámok egy irányban haladva először monoton emelkedjenek, majd csökkenjenek. Ezt sokszor csak próbálgatással lehet elérni, célszerű ilyen esetben a lehető legnagyobb N_t számú (és páratlan számú) részintervallumot alkalmazni.

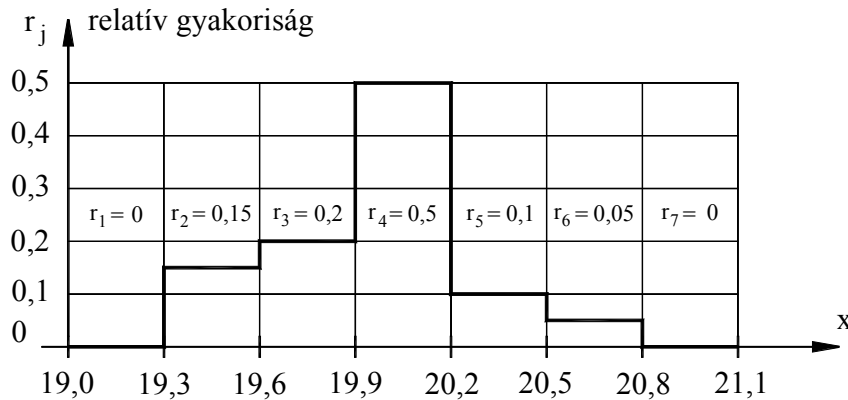
A 2.9. ábrán látható hisztogram tovább is fejleszthető azáltal, hogy az egyes részintervallumokhoz tartozó n_j darabszámok helyett relatív darabszámot (relatív gyakoriságot) tüntetünk fel:

$$r_j = \frac{n_j}{N} = \frac{n_j}{20}$$

Vegyük észre, hogy egy részintervallum szempontjából n_j a **kedvező esetek számát** jelenti, míg az N teljes darabszám az **összes esetet**, tehát a tört p_j **valószínűséget** jelent (természetesen csak a részintervallumon belüli átlagos valószínűséget):

$$r_j \approx p_j, j = 1, \dots, N_t.$$

Az $r_j(x)$ relatív gyakorisági görbét a 2.10. ábrán láthatjuk. Látható, hogy a relatív gyakorisági görbe és a gyakorisági görbe ugyanaz a lépcsős diagram, csak az ordináta-tengely léptéke más.



2.10. ábra. Relatív gyakoriság diagram

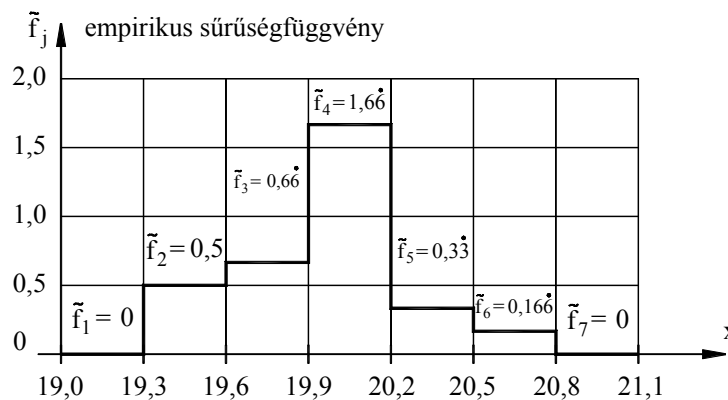
Ennek a diagramnak csak az a hátránya, hogy az ordinátái a részintervallumok hosszától függenek (szűkebb résztartományokba kevesebb mérési eredmény fog kerülni). Ezen úgy lehet segíteni, hogy a diagram függvényértékeit a résztartományok Δx hosszától függetlenné tesszük, elosztva az r_j relatív gyakoriságot Δx -szel, így az új ordináták a következők lesznek:

$$\frac{r_1}{\Delta x}, \frac{r_2}{\Delta x}, \dots, \frac{r_{Nt}}{\Delta x} \quad (\text{ha } \Delta x_1 = \Delta x_2 = \dots = \Delta x_{Nt} = \Delta x)$$

Ezt az új függvényt **empirikus sűrűség-függvények** nevezzük, általánosítva:

$$\tilde{f}_1(\Delta x_1) = \frac{r_1}{\Delta x} = \frac{n_1}{N \cdot \Delta x}; \dots, \tilde{f}_{Nt}(\Delta x_{Nt}) = \frac{r_{Nt}}{\Delta x} = \frac{n_{Nt}}{N \cdot \Delta x}$$

Ezt a lépcsős diagramot a 2.11. ábrán láthatjuk.



2.11. ábra. Empirikus sűrűség-függvény

Az $r_j(x)$ relatív gyakoriság-függvény (2.10. ábra) és az $\tilde{f}_j(x)$ empirikus sűrűségfüggvény (2.11. ábra) között tehát az a fontos különbség van, hogy amíg a relatív gyakoriságfüggvény *ordinátája* egy közelítő (átlagos) valószínűséget ad meg a mérési eredmények egy csoportjára, addig az empirikus *sűrűségfüggvény alatti terület adja* meg a valószínűséget, pl. a 19,6 és 19,9 közötti résztartományban $p_3 \approx r_3 = 0,20 = 20\%$ a közelítő valószínűség arra, hogy a mérési eredmények belesznek ebbe a résztartományba. Az empirikus sűrűségfüggvény értéke ebben a résztartományban $\tilde{f}_3 = 0,66$, $\tilde{f}_3 \cdot \Delta x = p_3 = 0,66 \cdot 0,3 = 0,20 = 20\%$ pedig a görbe alatti

ti terület, de az empirikus sűrűségfüggvény ezt úgy adja meg, hogy a [19,6; 19,9] tartományra $p_3 = 0,20 = 20\%$. Általánosabban fogalmazva: $p_3 = \int_{19,6}^{19,9} \tilde{f}_3(x) \cdot dx = 0,66 \cdot 0,30 = 0,20 = 20\%$.

Ha a görbe alatti terület alsó és felső határát (az integrálás alsó és felső határát) kiterjesztjük a teljes ábrázolt [19,0; 21,1] tartományra akkor a görbe alatti terület (a valószínűség):

$$p_{1-7} = \int_{19,0}^{21,1} \tilde{f}(x) \cdot dx = \sum_{j=1}^{Nt} \tilde{f}_j(x) \cdot \Delta x = (0 + 0,5 + 0,66 + 1,66 + 0,33 + 0,166 + 0) \cdot 0,3 = 0,99 \cong 1,0$$

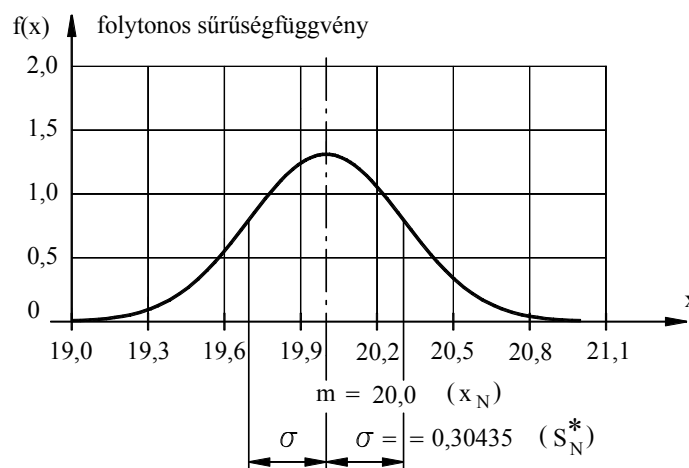
ami azt a nyilvánvaló tényt mutatja, hogy a mérési eredményeknek a **végtelen nagy tartományba** való beleesésének valószínűsége $p = 1,0 = 100\%$.

Ha most a mérési eredmények N számát és a résztartományok N_t számát minden határon túl növeljük, emellett a résztartományok Δx hosszát minden határon túl csökkentjük ($N \rightarrow \infty$, $N_t \rightarrow \infty$, $\Delta x \rightarrow 0$), akkor a lépcsős $\tilde{f}(x)$ függvény a folytonos $f(x)$ függvényhez tart, amelyet a **folytonos sűrűségfüggvénynek** nevezünk. A folytonos sűrűségfüggvény képletét abból a feltételezésből kaphatjuk meg, hogy a műszaki gyakorlatban a mérési eredmények eloszlása általában megfelel az ú. n. **normális**, vagy **Gauss-eloszlás** feltételeinek, ekkor a sűrűségfüggvény képlete ([13].-18.8.3 fejezet):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

Itt m a várható érték (N db mérési eredmény esetén \bar{x}_N), σ pedig a szórás (N db mérési eredmény esetén σ_N , illetve S_N^*). Ezt a függvényt a 2.12. ábrán mutatjuk be. A bemutatott számpéldára a várható érték: $\bar{x}_N = 20,0$, az empirikus szórás értéke:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_N)^2} = \sqrt{\frac{1}{20} \cdot [(20,4 - 20,0)^2 + \dots + (20,1 - 20,0)^2]} = 0,29665$$



2.12. ábra. A mérési eredményekre illeszkedő Gauss-eloszlás

A korrigált empirikus szórás értéke pedig:

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_N)^2} = \sqrt{\frac{1}{20-1} \cdot [(20,4 - 20,0)^2 + \dots + (20,1 - 20,0)^2]} = 0,30435$$

A függvény szimmetrikus, harang-alakú, a szimmetriatengely az $x = m = 20,0$ helyen, a várható érték helyén metszi az x -tengelyt. A két inflexiós pont az $x_a = m - \sigma = 20,0 - 0,30435 = 19,69565$ és az $x_f = m + \sigma = 20,0 + 0,30435 = 20,30435$ helyen van. A görbét a várható érték és a szórás teljesen meghatározza, egy konkrét, N darabszámú mérési eredmény \bar{x}_N várható értékével és a σ_N empirikus, vagy az S_N^* korrigált empirikus szórás értékével meghatározható a folytonos sűrűség-függvény minden adata.

Egy mérési adathalmazhoz tartozó sűrűségfüggvény birtokában tetszőszerinti $[x_a, x_f]$ intervallumra meghatározható annak a valószínűsége, amellyel a mérési eredmények beleesnek az $[x_a, x_f]$ tartományba:

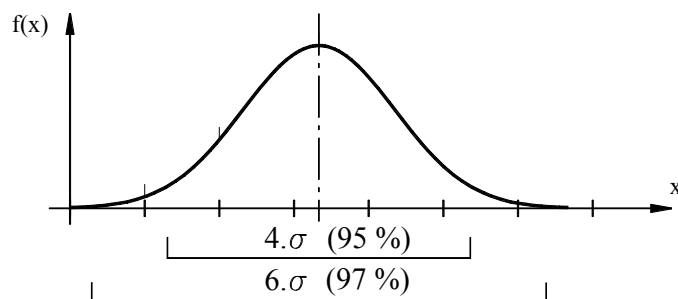
$$p(x_a, x_f) = \int_{x_a}^{x_f} f(x) \cdot dx = \int_{x_a}^{x_f} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(x-m)^2}{2 \cdot \sigma^2}} \cdot dx$$

továbbá nyilvánvaló, hogy a $[-\infty, +\infty]$ tartományba való beleesés valószínűsége:

$$p(-\infty, +\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \cdot dx = 1,0 ,$$

mivel ebbe a tartományba **minden** mérési eredmény **biztosan** beleesik.

Itt meg kell jegyezni, hogy a Gauss-eloszlás sűrűségfüggvénye zárt alakban nem integrálható, mert az e^{-x^2} szerkezetű függvényeknek nincs primitív függvénye. Az ilyen függvényt csak numerikusan lehet integrálni, a kézikönyvek – pl. [13] – táblázatosan közlik ennek az integrálnak az eredményét, az ú. n. **hibafüggvényt** ([13].-18.8.3 fejezet). Mivel a legtöbb gyakorlati esetben a mérési eredmények többé-kevésbé szimmetrikusan helyezkednek el a várható érték körül, a valószínűséget is a várható értékre szimmetrikusan elhelyezkedő tartományra adhatjuk meg. Tájékoztatásul meg lehet jegyezni, hogy ha a valószínűség $p = 0,95 = 95 \%$, a hozzá tartozó tartományra az alsó és felső határok jó közelítéssel rendre $x_{alsó} \approx \bar{x}_N - 2 \cdot S_N^*$, valamint $x_{felső} \approx \bar{x}_N + 2 \cdot S_N^*$ lesznek; továbbá ha a valószínűség $p = 0,97 = 97 \%$, akkor a tartományhatárok $x_{alsó} \approx \bar{x}_N - 2 \cdot S_N^*$, és $x_{felső} \approx \bar{x}_N + 2 \cdot S_N^*$ lesznek (2.13. ábra):

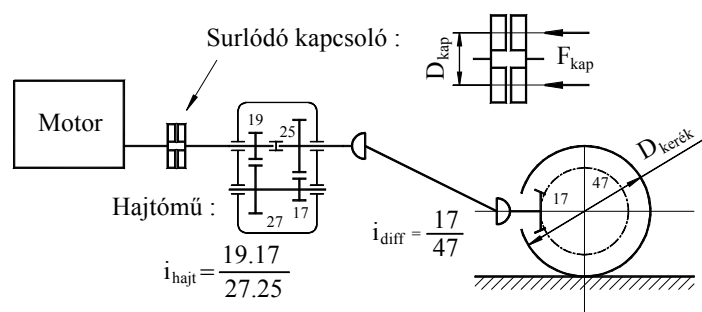


2.13. ábra. Adott valószínűségű tartományok Gauss-eloszlás esetén

A mérési eredményekből meghatározható valószínűségi jellemzők jól felhasználhatók a korszerű műszaki méretezésben és bizonyos méretezési problémák rugalmasan oldhatók meg. Az alábbiakban vázlatosan bemutatunk egy egyszerű méretezési példát.

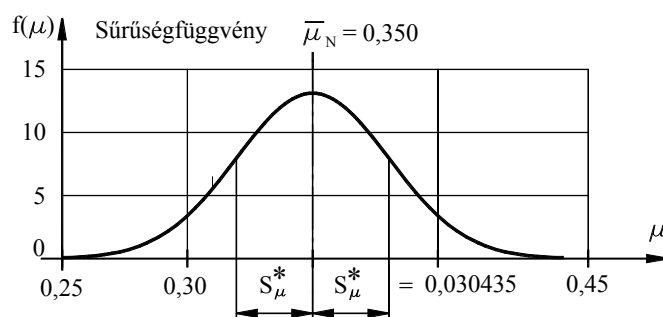
2.2. Számpélda. Méretezés a mérési eredmények valószínűségének felhasználásával

Egy közúti motoros jármű súrlódó tengelykapcsolójának főméreteit kell meghatározni. A jármű hajtásának vázlatát a 2.14. ábrán láthatjuk. A hajtás főadatai: kerék átmérője $D_{kerék} = 500 \text{ mm}$, a jármű tömege $m = 850 \text{ kg}$ (a forgó tömegek redukciójával együtt), a jármű előírt minimális gyorsulása $a_{min} = 0.3 \text{ m/s}^2$. A hajtómű módosítása $i_{hajt} = 19 \cdot 17/27 \cdot 25 = 0,47852$, a differenciálmű kúpkérpárjának módosítása $i_{diff} = 17/47 = 0,3617$. A súrlódó tengelykapcsolóban a súrlódó betéteket összeszorító erő $F_{kap} = 450 \text{ N}$. Meg kell határozni a súrlódó betétek közepes D_{kap} átmérőjét. A súrlódó tengelykapcsolóban a betétek között ébredő μ súrlódási együttható értékét mérésel határozták meg, mely szerint a mért súrlódási együttható középértéke $\mu_k = 0,35$, a mérési sorozat korrigált empirikus szórása pedig $s^*_{\mu} = 0.030435$.



2.14. ábra. Motoros jármű hajtásrendszerének vázlatja

és a sűrűség-függvény (2.15. ábra):
$$f(\mu) = \frac{1}{s^* \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mu - \mu_k)^2}{2s^{*2}}} = \frac{1}{0,0304 \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\mu - 0,35)^2}{20,0304^2}}$$



2.15. ábra. A súrlódási tényező mérés Gauss-görbéje

A súrlódó kapcsoló közepes D_{kap} átmérőjének meghatározásához mindenképp tisztázunk kell, hogy mekkora μ súrlódási tényezővel kell számolnunk. Az előző fejezetben előadottak szerint a mérési eredményeket, illetve a \bar{x}_N várható értéket, az S^*_N korrigált empirikus szórást és az $f(\mu)$ sűrűségfüggvényt úgy használhatjuk fel, hogy akár felveszünk egy p_{μ}

valószínűségi értéket és meghatározzuk ehhez azt a $[\mu_{min}, \mu_{max}]$ sárlódási együttható-tartományt, amelybe bármelyik μ_i érték $p_\mu\%$ valószínűséggel fog beleesni, vagy fordítva, a felvett $[\mu_{min}, \mu_{max}]$ intervallumhoz megkaphatjuk a hozzá tartozó $p_\mu\%$ valószínűségi értéket.

A méretezési feladat végrehajtásában ez azt jelenti, hogy egyrészt a méretezés eredménye alapján gyártott berendezések (pl. a szóban forgó közúti járművek) közül az össz-darabszámnak csak a vállalt p_μ valószínűségnek megfelelő része teljesíti az előírt feltételeket, pl. jelen esetben az előírt a_{min} minimális gyorsulást, az $(1 - p_\mu)$ része nem; másrészt ezt a p_μ valószínűséget szabadon választhatjuk meg (természetesen bizonyos ésszerű korlátok között), pl. a megrendelő és a gyártó közötti megegyezés alapján. Ebből az következik, hogy ha kisebb p_μ valószínűséget választunk meg, akkor a beleesés alsó és felső határa (pl. itt μ_{min} és μ_{max}) viszonylag közelebb lesznek egymáshoz, de az összes darabszámból viszonylag kevesebb fog beleesni ebbe a valószínűségi intervallumba. Fordítva, ha tágítjuk a valószínűségi intervallumot (jelen esetben a $\mu_{min} - \mu_{max}$ tartományt), akkor nagyobb mértékben fognak ugyan szóródni az elkészített berendezések jellemző adatai, viszont a p_μ valószínűség közelebb lesz a 100 %-hoz és több érték fog beleesni a valószínűségi intervallumba. Ez tehát egyfajta rugalmasságot nyújt a megrendelőnek és a gyártónak egyaránt, hogy **ugyanannak a szóródó értékcsoportnak** felhasználásában milyen valószínűségi és érték-szóródási kompromisszumot határoznak meg.

Tegyük fel, hogy esetünkben $p = 95\%$ -ban állapotodott meg a gyártó és a megrendelő. Ez azt jelenti, hogy a súrlódó betétek súrlódási együtthatói a következő tartományba esnek bele 95%-os valószínűséggel:

$$\mu_{min} = \bar{\mu}_N - 2 \cdot S_N^* = 0,350 - 2 \cdot 0,030435 = 0,28913$$

$$\mu_{max} = \bar{\mu}_N + 2 \cdot S_N^* = 0,350 + 2 \cdot 0,030435 = 0,41087$$

A súrlódó kapcsoló által leadott minimális és maximális nyomatéka a μ_{min} és μ_{max} határértékekkel:

$$M_{kap, min} = \mu_{min} \cdot F_{kap} \cdot \frac{D_{kap}}{2} \quad \text{és} \quad M_{kap, max} = \mu_{max} \cdot F_{kap} \cdot \frac{D_{kap}}{2}$$

Nyilvánvaló, hogy a minimális $M_{kap, min}$ nyomatékkal is el kell érni az előírt $a_{min} = 0,3 \text{ m/s}^2$ gyorsulást. Az indulás pillanatában az összes módosítás a tengelykapcsoló és a hajtott kerék között: $i_{össz} = i_{hajt} \cdot i_{diff} = \frac{19 \cdot 17}{27 \cdot 25} \cdot \frac{17}{47} = 0,17308$. A szükséges minimális $F_{gy, min}$ gyorsító-erő:

$$F_{gy, min} = m \cdot a_{min} = 850 \cdot 0,3 = 255 \text{ N}$$

Másrészt a gyorsító-erő és a tengelykapcsoló nyomatéka közötti összefüggés:

$$F_{gy, min} = \frac{M_{kap, min}}{\frac{D_{ker \acute{e}k}}{2}} = \frac{\mu_{min} \cdot F_{kap} \cdot D_{kap}}{\frac{2 \cdot i_{össz}}{\frac{D_{ker \acute{e}k}}{2}}}$$

Innen a tengelykapcsoló D_{kap} közepes átmérője:

$$D_{kap} = \frac{F_{gy, \min} \cdot D_{ker \acute{e}k \cdot \acute{o}ssz}}{\mu_{\min} \cdot F_{kap}} = \frac{255,0,5,0,17308}{0,28913,450} = 0,1696 \text{ m} \cong 170 \text{ mm}$$

Ekkor a tengelykapcsolón $p = 97$ %-os valószínűséggel ki lehet fejteni akkora hajtó nyomatékot, ami az előírt minimális gyorsulást elő tudja idézni. Ugyanakkor a μ_{\min} -nél nagyobb súrlódási együttható is előfordulhat, tehát nagyobb gyorsulású járművek is fognak készülni, viszont a nagyobb súrlódási együtthatóhoz tartozó nagyobb tengelykapcsoló-nyomatékot a hajtás minden elemének el kell viselnie, ezeket erre kell méretezni. Ez a nagyobb kapcsoló-nyomaték a következő értékű:

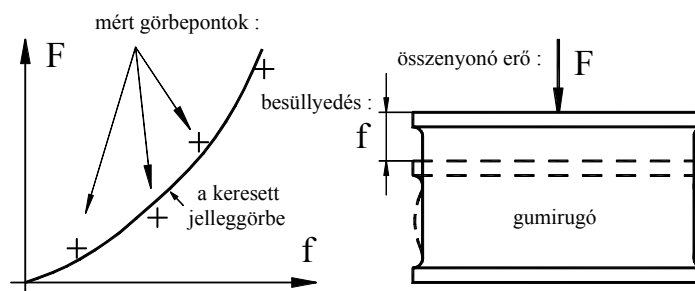
$$M_{kap, \max} = \mu_{\max} \cdot F_{kap} \cdot \frac{D_{kap}}{2} = 0,41087 \cdot 450 \cdot \frac{0,170}{2} = 15,72 \text{ Nm}$$

Természetesen meg kell jegyezni, hogy nemcsak a tengelykapcsolót célszerű ilyen módon méretezni, hanem a hajtás minden olyan elemét, amelyre ismertek a szóródási jellemzők (várható érték, empirikus szórás, sűrűségfüggvény) akár a terhelésekre, akár az anyaguk teherbíráására stb. Ez a szám példa nem foglalkozik a „biztonsági tényező” fogalmával, vagyis azzal, hogy a minimálisan szükséges méretek, keresztmetszetek stb. helyett egy meghatározott mértékű biztonsági többletet is célszerű beépíteni a méretekbe, keresztmetszetekbe stb. Ezzel a megfelelő szaktárgyak foglalkoznak.

2.2.6. Jelleggörbék illesztése a mért pontokra

Gyakori mérés technikai feladat, hogy jelleggörbét kell meghatározni, pl. egy gumirugó jelleggörbét. Ennek során meghatározott számú jelleggörbe-pontot kell kimérni, de a mért értékeket terhelő véletlenszerű hibák miatt ezek a mért értékek nem esnek egy meghatározott, monoton változó görbére (2.16. ábra).

A keresett jelleggörbe algebrai függvényét becslés, illetve a tapasztalat alapján kell megállapítani, és a görbe adatait úgy kell megválasztani, hogy a mért pontokhoz a lehető legközelebb legyen, például úgy, hogy az eltérések négyzetösszege a legkisebb legyen.



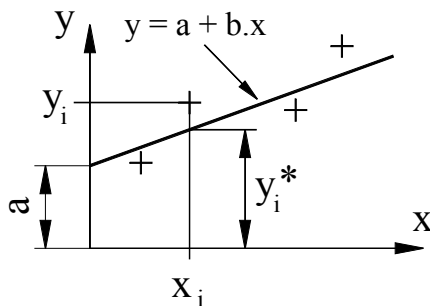
2.16. ábra. Gumirugó jelleggörbe mérése

Ennek a módszernek - a **legkisebb négyzetek módszerének** – fontos tulajdonsága, hogy nem tudja meghatározni a legjobban illeszkedő görbe függvényét, azt nekünk kell becsléssel, vagy a tapasztalat alapján felvenni. Többféle görbével is lehet kísérletezni, ekkor a számítási módszer rangsorolni tudja a görbéket és ki lehet választani a viszonylag legjobban illeszkedő görbét.

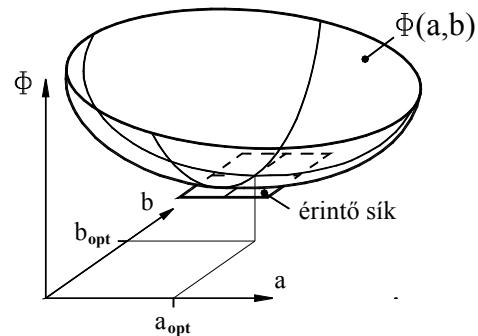
A mérési gyakorlatban a keresett jelleggörbe képletét többnyire egyenes, illetve másodfokú parabola alakjában határozzák meg és e függvények képletében az egy, kettő, vagy néha nagyobb számú ismeretlen együtthatók kiszámítása a feladat. A számítási módszert két ismeretlen együttható esetére mutatjuk be.

2.2.6.1. Az illesztendő jelleggörbének kettő, vagy több ismeretlen együtthatója van

A gyakorlati esetekben lineáris, vagy kvadratikus függvény illesztése a feladat. Vizsgáljuk először az $y = a + b \cdot x$ egyenletű egyenes illesztési feladatát (2.17. ábra).



2.17. ábra. Egyenes illesztése pontsorozatra



2.18. ábra. Kétféltváltozós célfüggvény minimumhelye

Az i -ik pont eltérése az egyenestől: $d_i = y_i - y_i^* = y_i - a - b \cdot x_i$

A kiindulási feltételeknek megfelelően ezen eltérés értékeknek a négyzetösszege kell minimális legyen, tehát írható, hogy

$$\Phi(a, b) = \sum_{i=1}^N d_i^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - a - b \cdot x_i)^2 = \min!$$

Ezt a függvényt **célfüggvénynek** nevezzük. A $\Phi(a, b)$ célfüggvénynek most is meg kell keresni a minimumhelyét, ahol $a = a_{opt}$ és $b = b_{opt}$. A célfüggvény kétféltváltozós felületet [$\Phi = f(a, b)$] határoz meg (2.18. ábra), a minimumhelye ott van, ahol vízszintes helyzetű sík (az a - b síkkal párhuzamos sík) érinti a felületet, az érintési pont a keresett helyen van.

Az érintési pont $a = a_{opt}$ és $b = b_{opt}$ koordinátáit a $\Phi(a, b)$ célfüggvénynek az a és b szerint vett parciális deriváltjaival határozhatjuk meg. Ezek a deriváltak megadják a Φ - a , illetve Φ - b metszősík által kimetszett görbék meredekségét, így ahol ezek értéke zérus, ott kapjuk meg a_{opt} és b_{opt} értékét.

A parciális deriváltak:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(a, b)}{\partial a} &= \frac{\partial}{\partial a} \sum_{i=1}^N (y_i - a - b \cdot x_i)^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial a} (y_i - a - b \cdot x_i)^2 = \sum_{i=1}^N 2 \cdot (y_i - a - b \cdot x_i) \cdot (-1) = \\ &= -2 \cdot \sum_{i=1}^N y_i + 2 \cdot a \cdot N + 2 \cdot b \cdot \sum_{i=1}^N x_i = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Phi(a,b)}{\partial b} &= \frac{\partial}{\partial b} \sum_{i=1}^N (y_i - a - b \cdot x_i)^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\partial}{\partial b} (y_i - a - b \cdot x_i)^2 = \sum_{i=1}^N 2 \cdot (y_i - a - b \cdot x_i) \cdot (-x_i) = \\ &= -2 \cdot \sum_{i=1}^N x_i y_i + 2 \cdot a \cdot \sum_{i=1}^N x_i + 2 \cdot b \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 = 0\end{aligned}$$

A két deriváltból két-ismeretlenes lineáris egyenletrendszer kapunk a -ra és b -re:

$$\begin{aligned}a \cdot N + b \cdot \sum_{i=1}^N x_i &= \sum_{i=1}^N y_i \\ a \cdot \sum_{i=1}^N x_i + b \cdot \sum_{i=1}^N x_i^2 &= \sum_{i=1}^N x_i \cdot y_i\end{aligned}$$

A két egyenlet a -ra és b -re megoldható, és a megoldás adja a_{opt} és b_{opt} értékét.

Nem különbözik sokban e levezetés, ha az illesztendő görbe $y = a + b \cdot x^2$ egyenletű parabola, csupán x helyére kell x^2 -et helyettesíteni.

2.2.6.2. Kettő, vagy több jelleggörbe függvény illesztésének összehasonlítása

Előfordulhat olyan mérési eset, amikor a felrajzolt mérési pontthalmazról nem tűnik ki egyértelműen, hogy milyen függvénnyel leírt jelleggörbét kellene illeszteni a mért pontthalmazra. Mivel a legkisebb négyzetek módszere nem tud felvilágosítást adni a legjobban illeszthető függvény szerkezetéről, célszerű többféle függvénnyel is próbálkozni, mivel a legkisebb négyzetek módszere a **célfüggvény számértéke alapján rangsorolhatjuk** az egyes függvények közelítésének minőségét.

2.3. Az időben változó mennyiségek értékelése

Az időben változó (esetenként igen gyorsan változó) mennyiségek $U(t)$ időfüggvényének feldolgozásához és értékeléséhez az egész $U(t)$ időfüggvényt kell felhasználnunk. Mindenekelőtt a mérési gyakorlatnak megfelelően a jeleket osztályoznunk kell a típusuk függvényében, mivel a mérési jelek értékelési műveletei nagymértékben függenek a jelek típusától. Az egyes jeltípusok osztályozását az alábbi táblázat mutatja be:

mérési jelek	Determinisztikus	periodikus	egyetlen összetevő
			több összevő
		transziens	
	Sztocasztikus	stacionárius	ergodikus
		nem ergodikus	
	nem stacionárius		

A következőkben külön-külön ismertetjük részletesen az egyes jeltípusok feldolgozásának és értékelésének módját, valamint a két legfontosabb alcsoport meghatározását.

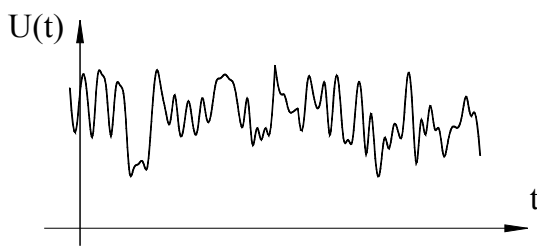
Determinisztikus jelek: a fizikai folyamatot kiváltó erő-, vagy más hatás meghatározott eredetű és reprodukálható, pl. egy villamos motor nem megfelelően kiegyensúlyozott forgórésze által keltett rezgések. Elvileg meghatározható a jelet leíró matematikai formula is.

Sztochasztikus jelek: a fizikai folyamatot sok, véletlenszerűen fellépő hatás váltja ki, a folyamat megismételt előidézésekor a mért jelek nem pontosan ugyanazok, csak bizonyos jellemzőik lehetnek állandók, a folyamat és a mérési jelek teljes pontossággal nem reprodukálhatók.

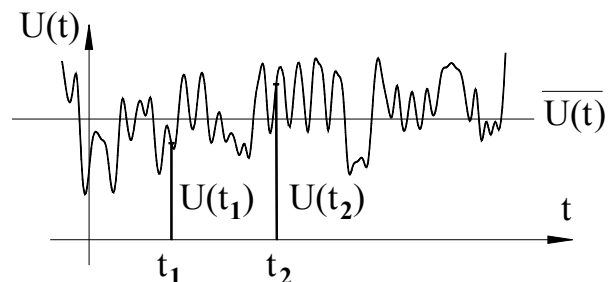
Mindenekelőtt a két legfontosabb alosztály, a determinisztikus és a sztochasztikus jelek megkülönböztethetőségét kell tárgyalnunk, amelynek során azt vizsgáljuk, hogy a jel valamely t időpontban felvett $U(t)$ értékéből következtetni lehet-e egy Δt idővel későbbi $U(t+\Delta t)$ értékére, és ha igen, ez az ok-okozati összefüggés milyen mértékű. A továbbiakban megkíséreljük, hogy számszerű mérőszámot határozzunk meg ezen ok-okozati összefüggés mértékére, vagyis a sztochaszticitás mértékére.

2.3.1. A determinisztikus/sztochasztikus jelleg számszerű mértéke

Általános esetben egy mérési jerről nem mindig lehet egyszerűen megállapítani, hogy determinisztikus-e, vagy sztochasztikus. A tipikus gyakorlati esetekben a mérési jel átmenetet képez a tisztán determinisztikus és a tisztán sztochasztikus között (2.19. ábra):



2.19. ábra. Mérési jel



2.20. ábra. A mérési jel eltolt értékei

A sztochaszticitás mértékének (illetve a determinisztikus jelleg fokának) eldöntésére a valószínűség-elméletből azt a gondolatmenetet használhatjuk fel a [4]-4-11. fejezetében leírtak nyomán, hogy ha van egy a és egy b esemény ($a_i, i=1, \dots, N$ és $b_i, i=1, \dots, N$), akkor a és b akkor függetlenek egymástól, ha

$$\overline{a \cdot b} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N (a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b}) = 0 \quad ,$$

tehát ha az egyes a_i és b_i eseményeknek és az \bar{a} , valamint \bar{b} várható értékük különbsége szorzatának várható értéke zérus, a két esemény egymástól ideálisan független. Itt \bar{a} és \bar{b} az a és b események várható értéke:

$$\bar{a} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N a_i \quad \text{és} \quad \bar{b} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N b_i$$

Ezt a gondolatmenetet a következőképpen használhatjuk fel a sztochaszticitás fokának megítélésére. Ha a mérési jelünk T_{jel} időtartamú folytonos $U(t)$ függvény, akkor az egyik ese-

mény a jel bármelyik $U(t_1)$ értéke lesz, ahol $0 \leq t_1 \leq T_{jel}$, a másik esemény pedig a jel bármelyik $U(t_2)$ értéke lesz, ahol $0 \leq t_2 \leq T_{jel}$, (2.20. ábra):

ahol $\overline{U(t)}$ az $U(t)$ jel várható értéke:
$$\overline{U(t)} = \frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} U(t) \cdot dt$$

Ekkor tehát az $[U(t_1) - \overline{U(t)}]$ és az $[U(t_2) - \overline{U(t)}]$ mennyiségek szorzatának várható értékét kell meghatározni, és ez dönti majd el a sztochaszticitás mértékét, másszóval, hogy milyen mértékben következik $U(t_2)$ értéke $U(t_1)$ -ből:

$$\frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} [U(t_1) - \overline{U(t)}][U(t_2) - \overline{U(t)}] dt = ?$$

Ha ez zérus, akkor az $U(t)$ jel ideálisan sztochasztikus.

A gyakorlatban azt az egyszerűsítést vezették be, hogy az $U(t)$ jelet **nullközépűvé** alakítják át, tehát olyanná, amelynek a számtani középértéke (várható értéke) zérus: $\overline{U(t)} = 0$, tehát most csak az $U(t_1) \cdot U(t_2)$ szorzat várható értékét kell meghatározni:

$$\frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} U(t_1) \cdot U(t_2) \cdot dt$$

Ezt a műveletet **autokorrelációnak**, a kapott eredményt pedig az $U(t)$ jel **autokorrelatogramjának** nevezik, ezt általában $\Phi_{UU}(\tau)$ -val jelölik, ahol a kettős UU index arra utal, hogy az $U(t)$ jelnek sajátmagától való függését vizsgáljuk, továbbá a τ argumentum (a következőkben részletezett módon) t_1 -nek és t_2 -nek a különbsége:

$$\Phi_{UU}(\tau) = \frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} U(t_1) \cdot U(t_2) \cdot dt$$

Itt meg kell jegyezni, hogy a matematikai levezetésekben az autokorreláció-függvényt $-\infty$ és $+\infty$ között integrálják, így a függvény alakja az alábbi lenne:

$$\Phi_{UU}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{+T} U(t_1) \cdot U(t_2) \cdot dt$$

Viszont a gyakorlatban elvégzett mérések során a felvett jelek egytől-egyig véges, T_{jel} hosszúságú jelek, amelyeknek a megelőző időszakaszuk (a negatív t -tartománybeli $U(t)$ értékek) nem ismertek. Ezért a továbbiakban elhagyjuk a $\lim_{T \rightarrow \infty}$ határátmenetet, és csak a 0 és T_{jel} között integrálunk. Amint már említettük, a t_1 és t_2 változók helyett egy általános t -t és a kettő közötti τ különbséget alkalmazzák független változónak: $t_1 = t$ és $t_2 = t_1 + \tau$. Így az autokorrelációs függvény a következő lett:

$$\Phi_{UU}(\tau) = \frac{1}{T_{jel}} \int_0^{T_{jel}} U(t) \cdot U(t + \tau) \cdot dt,$$

ahol τ a $\Phi_{UU}(\tau)$ autokorrelatogram független változója, az U index pedig az $U(t)$ függvényre utal, a kettőzés pedig az autokorrelációt jelenti.

Az elmondottak alapján az autokorrelációs függvény alakjára, menetére a következő megállapításokat tehetjük:

a) az autokorrelációs függvény **páros függvény**:

$$\Phi_{UU}(\tau) = \Phi_{UU}(-\tau) \text{ , ugyanis}$$

$$\Phi_{UU}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T U(t) \cdot U(t + \tau) \cdot dt \text{ és } \Phi_{UU}(-\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T U(t) \cdot U(t - \tau) \cdot dt$$

de bevezetve a következő új változót: $t' = t - \tau$, ekkor $t = t' + \tau$ és így:

$$\Phi_{UU}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T U(t' + \tau) \cdot U(t') \cdot dt' \text{ ,}$$

ez pedig ugyanolyan szerkezetű képlet, mint amilyen a vesszőtlen t -hez tartozott, tehát a $-\tau$ -hoz és a $+\tau$ -hoz tartozó autokorrelációs függvény ugyanaz.

b) az autokorrelációs függvény értéke $\tau = 0$ -nál:

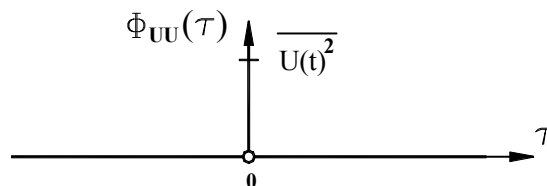
$$\Phi_{UU}(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T U(t) \cdot U(t) \cdot dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T U(t)^2 \cdot dt = \overline{U(t)^2} \text{ ,}$$

tehát $\tau = 0$ -nál az autokorrelációs függvény értéke mindig a **négyzetes középérték**.

A következőkben hasonlítsuk össze az ideálisan sztochasztikus és az ideálisan determinisztikus függvények autokorrelatogramját. Az ideálisan sztochasztikus jel autokorrelatogramjának - a bevezetőben ismertetett valószínűségelméleti tétel alapján - végig zérusnak kell lennie, kivéve a $\tau = 0$ helyet:

$$\Phi_{UU}(\tau) = \begin{cases} \overline{U(t)^2} & \text{ha } \tau = 0 \\ 0 & \text{ha } \tau \neq 0 \end{cases}$$

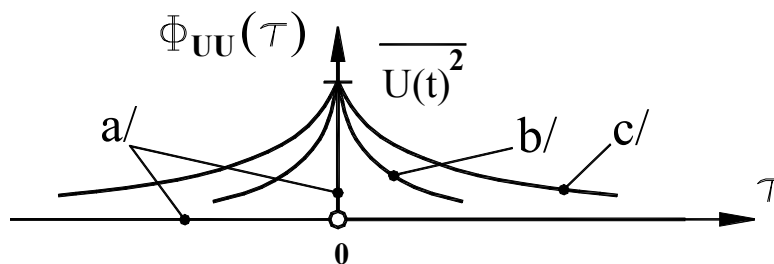
Az ideálisan sztochasztikus jel autokorrelációs függvénye a 2.21. ábrán látható.



2.21. ábra. Ideálisan sztochasztikus jel autokorrelációs függvénye

Ilyen lehetne az ú. n. **ideális fehér zaj** autokorrelatogramja, ha ilyen függvényt (mérési jelet) elő lehetne állítani. Az ilyen jel – elvileg – végtelen sok, különböző körfrekvenciájú

összetevőből áll, az összetevők körfrekvenciáinak egyenletesen kell eloszolnia 0 és ∞ között. Ha ilyen jelet nem is, de véges körfrekvencia-intervallumú, ú. n. **sávkorlátozott fehér zajt** már elő lehet (villamos mennyiségekkel) állítani, ezeknek a közelítő autokorrelatogramját a 2.22. ábra mutatja be, együtt az ideális fehér zaj autokorrelatogramjával. Az ábrán az **a/** görbe az ideális fehér zajhoz, a **b/** görbe a nagyobb körfrekvencia-intervallumú sávkorlátozott fehérzajhoz, a **c/** görbe pedig a kisebb körfrekvencia-tartományú fehér zajhoz tartozik ([4].-70.o.)



2.22. ábra. Sávkorlátozott fehér zajt közelítő autokorrelációs függvénye

Tehát a sztochasztikus mérési jel autokorrelatogramjának értékei között a $\tau = 0$ helyhez tartozó $\Phi_{UU}(0)$ érték a legnagyobb, és a növekvő $|\tau|$ értékekhez monoton csökkenő ordináták tartoznak.

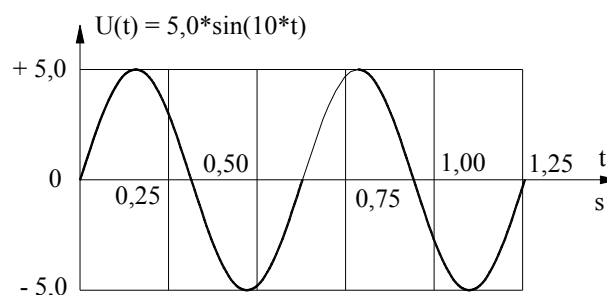
Az ideálisan determinisztikus mérési jelek között a vasúti járműmérési gyakorlatban a leggyakrabban a **periodikus** és a **tranzien** jelek fordulnak elő, általában több harmonikus összetevővel. Mivel a periodikus jelek közül az egyszerű **harmonikus jelek** (szinusz, vagy koszinusz függvény), továbbá a tranzien jelek közül a **súlyfüggvény** (igen nagy értékű, igen rövid ideig tartó erőhatásra adott mozgásválasz) autokorrelatogramja analitikusan is meghatározható, célszerű a determinisztikus jelek autokorrelációs függvényének tulajdonságait ezeken vizsgálni. A következő számpéldában határozzuk meg egy **szinusz** függvény autokorrelatogramját.

2.3. számpélda. Határozzuk meg az $U(t) = U_0 \cdot \sin \omega \cdot t$ függvény autokorrelatogramját.

Legyen a kiindulási függvény számértékei a következők: $U_0 = 5 \text{ V}$, $\omega = 10 \text{ r/s}$; ezekkel:

$$U(t) = 5 \cdot \sin 10 \cdot t$$

A kiindulási $U(t)$ függvényt a 2.30 ábrán láthatjuk:



2.23. ábra. Szinuszos jel

Mivel a szinusz függvény $-\infty$ és $+\infty$ között értelmezve van, ezért az autokorreláció-függvény meghatározásánál alkalmazni kell a $-T$ és $+T$ határokat, valamint a $\lim_{T \rightarrow \infty}$ határátmenetet. Így az $U(t)$ függvény autokorrelatogramja:

$$\begin{aligned}\Phi_{UU}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \cdot \int_{-T}^{+T} U_0 \cdot \sin \omega t \cdot U_0 \cdot \sin \omega(t + \tau) \cdot dt = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{U_0^2}{2T} \int_{-T}^{+T} \sin^2 \omega t \cdot \cos \omega \tau \cdot dt + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{U_0^2}{2T} \int_{-T}^{+T} \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \omega \tau \cdot dt = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{U_0^2}{2T} [A(\tau) + B(\tau)],\end{aligned}$$

ahol:

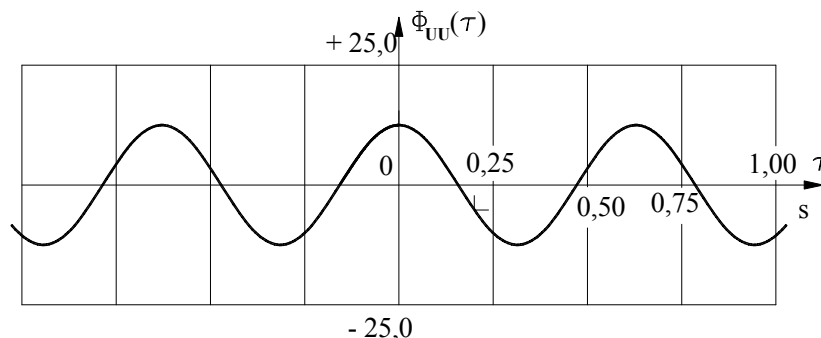
$$\begin{aligned}A(\tau) &= \int_{-T}^{+T} \cos \omega \tau \cdot \left[\frac{1}{2} - \frac{\cos 2\omega t}{2} \right] \cdot dt = \cos \omega \tau \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot t - \frac{1}{4\omega} \cdot \sin 2\omega t \right]_{-T}^{+T} = \\ &= \cos \omega \tau \cdot \left[\frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega} \cdot \sin 2\omega T + \frac{T}{2} - \frac{1}{4\omega} \cdot \sin 2\omega T \right] = \cos \omega \tau \cdot \left[T - \frac{1}{2\omega} \cdot \sin 2\omega T \right], \text{ és} \\ B(\tau) &= \int_{-T}^{+T} \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot \sin \omega \tau \cdot dt = \sin \omega \tau \cdot \int_{-T}^{+T} \sin \omega t \cdot \cos \omega t \cdot dt = \sin \omega \tau \cdot \int_{-T}^{+T} \frac{1}{2} \cdot \sin 2\omega t \cdot dt = \\ &= \frac{1}{4} \cdot \sin \omega \tau (\cos 2\omega T - \cos 2\omega T) = 0\end{aligned}$$

Ezekkel:

$$\begin{aligned}\Phi_{UU}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{U_0^2}{2T} \cdot [A(\tau) + B(\tau)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{U_0^2}{2T} \cdot \left\{ \cos \omega \tau \cdot \left[T - \frac{1}{2\omega} \cdot \sin 2\omega T \right] + 0 \right\} = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} U_0^2 \cdot \left[\frac{\cos \omega \tau}{2} - \frac{1}{4\omega T} \sin 2\omega T \right] = \frac{U_0^2}{2} \cdot \cos \omega \tau\end{aligned}$$

Az eredményül kapott **autokorrelatogram** (2.24. ábra): $\Phi_{UU}(\tau) = \frac{25}{2} \cdot \cos 10 \cdot \tau$

A $\Phi_{UU}(\tau)$ autokorrelatogramot a 2.31 mutatja be:



2.24. ábra. A szinusz függvény autokorrelatogramja

Látható, hogy a szinusz függvény autokorrelációs függvénye olyan koszinusz függvény, amelynek az amplitúdója állandó, és a szögsebessége (és így a frekvenciája is) megegyezik a kiindulási szinusz függvény szögsebességével. A $\tau = 0$ helyen a függvényérték (a koszinusz függvény amplitúdója) megegyezik a szinusz függvény négyzetes középértékével. Ha a periódusidő $T_p = \frac{2\pi}{\omega}$, akkor

$$\begin{aligned}\overline{U^2(t)} &= \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} U^2(t) dt = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} U_0^2 \sin^2 \omega t dt = \frac{U_0^2}{T_p} \int_0^{T_p} \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\omega t \right] dt = \\ &= \frac{U_0^2}{2T_p} \left[t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right]_0^{T_p} = \frac{U_0^2}{2T_p} \cdot T_p = \frac{U_0^2}{2}.\end{aligned}$$

Levezethető, hogy a koszinusz függvény autokorrelatogramja is olyan koszinusz függvény, amelynek az amplitúdója kiindulási függvény négyzetes közepe (ami megegyezik a szinusz függvény négyzetes közepével), frekvenciája pedig megegyezik a kiindulási koszinusz függvényével. Ezért általánosságban is igaz, hogy a determinisztikus-periodikus jel autokorrelatogramja is állandó amplitúdójú periodikus függvény.

A determinisztikus jelek második csoportjába tartozó tranziens jelek autokorreláció-függvényét a következő számpéldában mutatjuk be, amelyben egy egyszabadságfokú dinamikai modell **súlyfüggvényét** vizsgáljuk.

2.4 számpélda. Determinisztikus-tranziens függvény autokorrelatogramját.

A lehetséges determinisztikus-tranziens függvények közül a leggyakrabban a viszonylag rövid ideig ható erőhatások válaszfüggvényei fordulnak elő, ezek hasonló lefutásúak, mint az egy-szabadságfokú dinamikai modelleknek a Dirac-delta erőhatásra (vagyis a végtelen rövid idő alatt ható, végtelen nagy erőre) adott válasz-függvényéhez, vagyis a **súlyfüggvényhez**. Ebben a számpéldában egy súlyfüggvény autokorreláció-függvényét határozzuk meg.

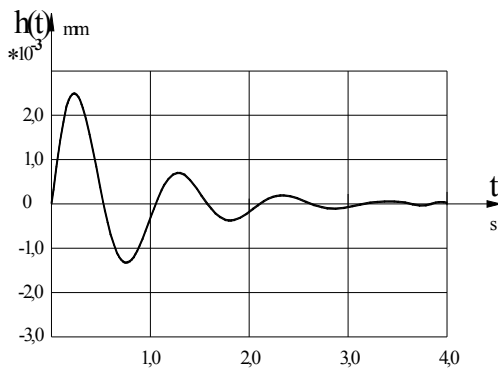
Mivel ennek a számpéldának a kidolgozása sokkal terjedelmesebb, mint a szinusz-függvény autokorreláció-függvényének kidolgozása, ezért itt is a számításnak csak a leglényegesebb pontjait ismételjük meg. A Melléklet 8.2.1. alfejezetében a példa kidolgozásának részletei megtalálhatók.

$$\text{A súlyfüggvény képlete: } h(t) = \frac{1}{m\gamma} \cdot \sin \gamma t e^{-\beta t} = K \cdot \sin \gamma t e^{-\beta t}$$

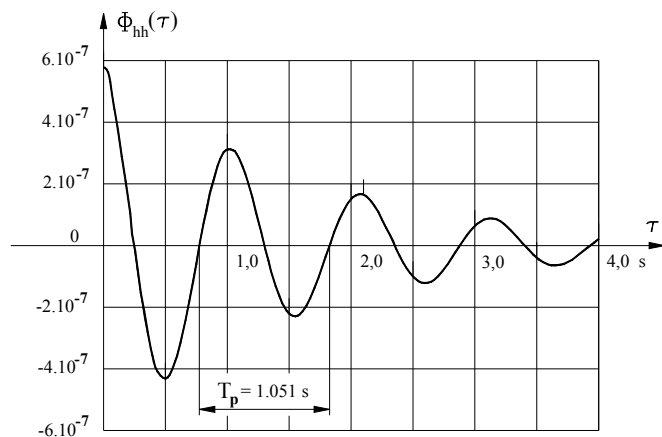
Behelyettesítve a Mellékletben található adatokat, a súlyfüggvénynek a függvénygörbéje a 2.25. ábrán látható.

A súlyfüggvény autokorreláció-függvénye általános alakban:

$$\begin{aligned}\Phi_{hh}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} h(t)h(t+\tau) dt = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} K \cdot \sin \gamma t e^{-\beta t} \cdot K \cdot \sin \gamma(t+\tau) e^{-\beta(t+\tau)} dt \cdot\end{aligned}$$



2.25. ábra. Súlyfüggvény



2.26. ábra. A súlyfüggvény autokorrelatogramja

Az autokorreláció-függvény meghatározásakor nem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy a súlyfüggvény értelmezési tartománya – szigorúan véve – három szakaszból áll:

- 1.: $-\infty < t < 0$: a negatív időtartomány (a zérust kivéve); itt a függvény zérus: $h(t) \equiv 0$;
- 2.: $t = 0$: itt a gyorsulásfüggvény végtelen rövid ideig végtelen nagy;
- 3.: $0 < t < \infty$: a súlyfüggvény képlete ebben a tartományban van értelmezve.

Ennek megfelelően az autokorreláció-függvény meghatározását is három részben kell elvégezni ($I_1(t)$, $I_2(t)$ és $I_3(t)$):

$$\begin{aligned} \Phi_{hh}(\tau) = & \lim_{T \rightarrow \infty, \varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{T - \varepsilon} \cdot \int_{-T}^{-\varepsilon} h(t) \cdot h(t + \tau) \cdot dt + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2 \cdot \varepsilon} \cdot \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} h(t) \cdot h(t + \tau) \cdot dt + \\ & + \lim_{T \rightarrow \infty, \varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{T - \varepsilon} \cdot \int_{+\varepsilon}^{+T} h(t) \cdot h(t + \tau) \cdot dt = I_1(\tau) + I_2(\tau) + I_3(\tau) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Az $I_1(t)$, $I_2(t)$ és $I_3(t)$ integrálokat külön-külön kell meghatározni. A számítás részleteit a Mellékletben (8.2.1. fejezet) találhatjuk meg. Ezeknek a képletei és az autokorrelációs függvény $T_{jel} = 4$ s hosszúságú tranziens jel esetére (8.7):

$$\Phi_{hh}(\tau) = e^{-2 \cdot \beta \cdot \tau} \cdot X \cdot \cos(\gamma \cdot \tau + \varepsilon) = e^{-0,6 \cdot \tau} \cdot 5,8242 \cdot 10^{-7} \cdot \cos(5,970 \cdot \tau + 0,1007) .$$

Az így kapott autokorrelatogramot a 2.26. ábrán láthatjuk:

A $\Phi_{hh}(\tau)$ autokorreláció-függvény képletéből látható, hogy az autokorrelatogram megőrzi az eredeti $h(t)$ súlyfüggvény exponenciálisan csökkenő jellegét és annak $-\beta$ kitevőjét, továbbá a súlyfüggvény szinuszosztetevőjének γ körfrekvenciáját a koszinusz-függvényösszetevőben. Az ábrán csak a pozitív τ tartományhoz tartozó autokorrelatogramot tüntettük fel, mivel az integrálást is csak a $0 \leq \tau \leq 4$ s tartományban végeztük el, így a kapott függvény is csak ehhez a tartományhoz tartozik (8.6):

$$\Phi_{hh}(\tau) = e^{-2 \cdot \beta \cdot \tau} \cdot X \cdot \cos(\gamma \cdot \tau + \varepsilon) \Big|_{0 \leq \tau \leq 4,0} .$$

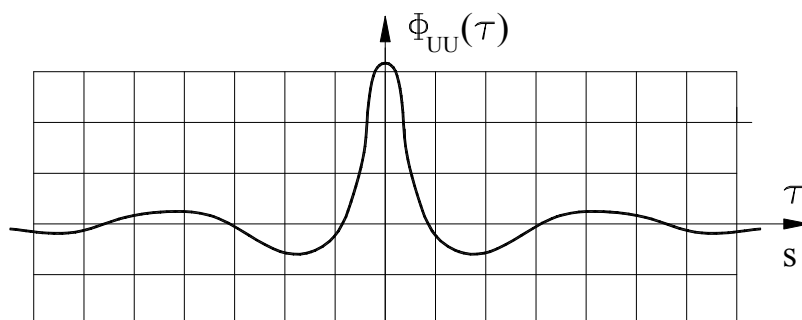
Végeredményben megállapítható, hogy a determinisztikus-tranziens jelek autókorrelációfüggvénye megőrzi az eredeti jelnek a periodikusan csökkenő jellegét, beleértve a jel csökkenésének exponenciális kitevőjét, valamint a jel periodikus összetevőjének körfrekvenciáját is.

Összefoglalva a determinisztikus mérési jelek autókorreláció-függvényeinek tulajdonságait, megállapítható, hogy ha a mérési jelnek periodikus összetevői vannak, az autokorrelatogrammban is megjelenik a periodikus jelleg, amelynek körfrekvenciája megegyezik a mérési jel körfrekvenciájával. Ha állandó amplitúdójú ez a periodikus összetevő, a korrelatogram is állandó amplitúdójú; ha a mérési jel tranziens jellegű, az autokorrelatogram is csökkenő amplitúdójú.

2.3.1.1. A gyakorlatban előforduló mérési jelek autókorrelációs függvényei.

A vasúti jármű-méréstechnikai gyakorlat tapasztalata szerint a regisztrált mérési jelek a legtöbb esetben tartalmaznak sztochasztikus és periodikus összetevőket is, ezért az ilyen jelek autókorrelációs függvénye – a publikált kutatási jelentések szerint – a 2.27. ábrán látható autokorrelatogramhoz hasonló.

Az ábrán látható, hogy hogyan a $\tau = 0$ környezetében az autokorrelatogramnak helyi maximuma van: $\Phi_{UU}(0) = U(t)^2$, ami a mérési jel négyzetes középértéke, majd az autokorrelatogram az $|\tau| \gg 0$ tartományban rohamosan csökkenve átmegy egy többé-kevésbé csökkenő amplitúdójú periodikus görbébe. Ha ezek az amplitúdók állandósulnak, akkor a jel periodikus, ha csökkennek, akkor a jel periodikus-tranziens jellegű.



2.27. ábra. Mért jel autokorrelatogramja

Visszatérve a determinisztikus/sztochasztikus jelleg számszerű mértékének meghatározásához, csak annyit állapíthatunk meg, hogy a vasúti járművek valóságos $U(t)$ mérési jelének autókorrelációs függvénye a $\tau = 0$ helyen a mérési jel $U(t)^2$ **négyzetes középértékét** adja meg, és a $|\tau| \gg 0$ tartományban valamilyen periodikus függvény, amelynek a szögsebessége megegyezik a mérési jel periodikus összetevőjének szögsebességével (legalább is az alapharmonikus összetevő szögsebességével). Ezek az adatok a determinisztikus/sztochasztikus jelleg számszerű mértékéről semmi további részletet nem adnak meg, mindössze az autokorrelatogramnak a négyzetes középértékről a periodikus szakaszra való lecsökkenés meredekségét tudjuk szubjektíve összehasonlítani, ha két, vagy több autokorrelatogramot összehasonlítunk.

2.3.1.2. Az autókorreláció-függvény gyakorlati meghatározása

Egy mérési jel autókorrelációs függvénye elvileg analóg módon is meghatározható, ha a folytonos jelet analóg áramkörökkel integráljuk. Az integrálást viszonylag egyszerűen lehet analóg áramkörökkel végrehajtani, de az $U(t+\tau)$ késleltetett jelet már nehéz előállítani, mivel analóg áramkörökkel csak csekély mértékű késleltetés hajtható végre. Emiatt a gyakorlatban csak azóta lehetett végrehajtani az autókorreláció műveletét, amióta a jelet digitális számértékek halmazává lehetett átalakítani.

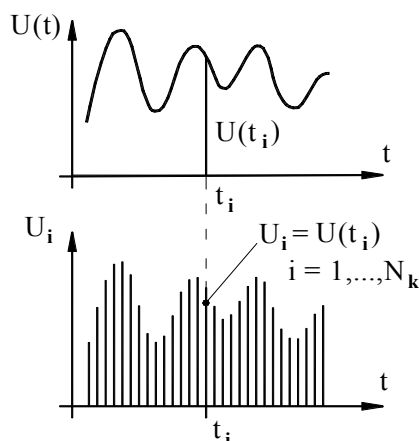
Ha a T_{jel} hosszúságú folytonos analóg $U(t)$ jelet analóg-digitál konverzió útján N_k db U_i diszkrét érték halmazává alakítjuk át (2.28. ábra), a jel diszkrét értékeinek darabszáma:

$$N_k = \frac{T_{jel}}{\Delta t_k}, \text{ ahol a } \Delta t_k \text{ konverziós időközt a konverzió során megőrzendő legmagasabb}$$

f_{max} összetevő-frekvencia T_{min} rezgésidőjének legalább a tizedrészére kell megválasztani:

$$\Delta t_k \leq \frac{T_{min}}{10} = \frac{1}{10 \cdot f_{max}}.$$

Így a diszkrét feszültségértékek sora: $U_i, i = 1, 2, \dots, N_k$, és a hozzájuk tartozó diszkrét időértékek: $t_i, i = 1, 2, \dots, N_k$



2.28. ábra. Analóg jel diszkrétizálása

Emellett nemcsak az U_i jelekhez tartozó t_i időpillanatok lesznek meghatározott diszkrét számértékek, hanem a τ időkésleltetést is diszkrét értékek sorával kell előállítani. Meg kell határozni (többnyire becslés útján) a legnagyobb τ_{max} időkésleltetést (a T_{jel} 10 ~ 20 %-ra javasolják felvenni), valamint az egyes τ_i diszkrét késleltetési időpontok közötti $\Delta\tau$ lépésközt, amit célszerű a konverzió lépésközével egyenlőnek felvenni:

$$\Delta\tau = \Delta t_k, \text{ emellett } \tau_{max} = N_\tau \cdot \Delta\tau, \text{ így } \tau_j = j \cdot \Delta\tau, j = 1, \dots, N_\tau \text{ és } \tau_0 = 0.$$

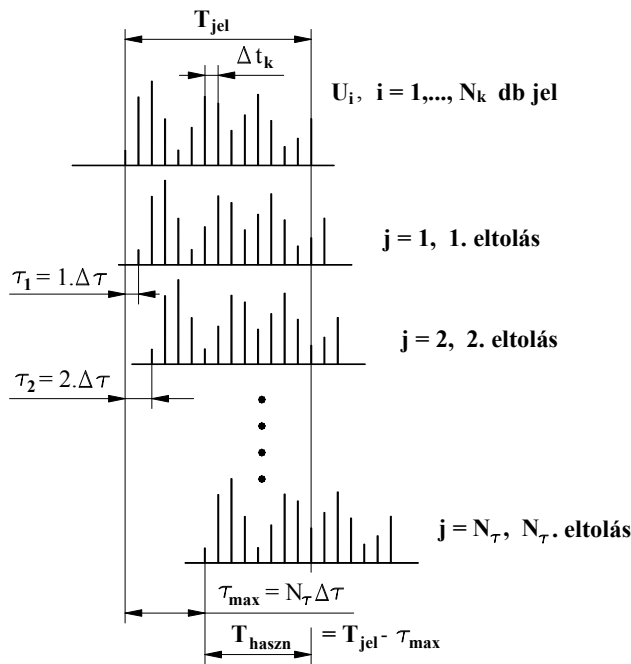
A τ_{max} , N_τ és $\Delta\tau$ felvételekor meg kell fontolni, hogy a rendelkezésre álló T_{jel} jelhossz véges, és az egyes τ_j késleltetési értékekhez tartozó összegzést (integrálást) csak akkora jelhosszon lehet végrehajtani, amely a legnagyobb eltolás (késleltetés) mellett is a két jelben közös rész maradt (2.29. ábra). A használható jelhossz:

$T_{haszn} = T_{jel} - \tau_{max}$ és a használható jelek darabszáma: $N_{haszn} = N_k - N_\tau$
Ekkor a j -ik eltoláshoz (τ_j -hez) tartozó korrelatogram-függvényérték:

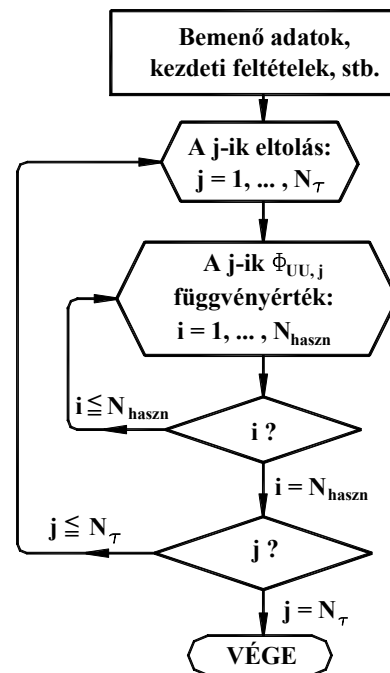
$$\Phi_{UU,j} = \Phi_{UU}(\tau_j) = \frac{1}{T_{haszn}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{haszn}} U_i \cdot U_{i+j} \cdot \Delta t_k =$$

$$= \frac{1}{N_{haszn} \cdot \Delta t_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_{haszn}} U_i \cdot U_{i+j} \cdot \Delta t_k = \frac{1}{N_{haszn}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{haszn}} U_i \cdot U_{i+j}, \text{ ahol } j = 0, 1, 2, \dots, N_\tau$$

A korreláció-függvény numerikus meghatározásának algoritmusát így viszonylag könnyen össze lehet állítani. Az algoritmus legfontosabb részét a 2.30. ábrán láthatjuk.



2.29. ábra. Időeltolás diszkrét sorozaton



2.30. ábra. Autókorrelatogram meghatározásának algoritmus

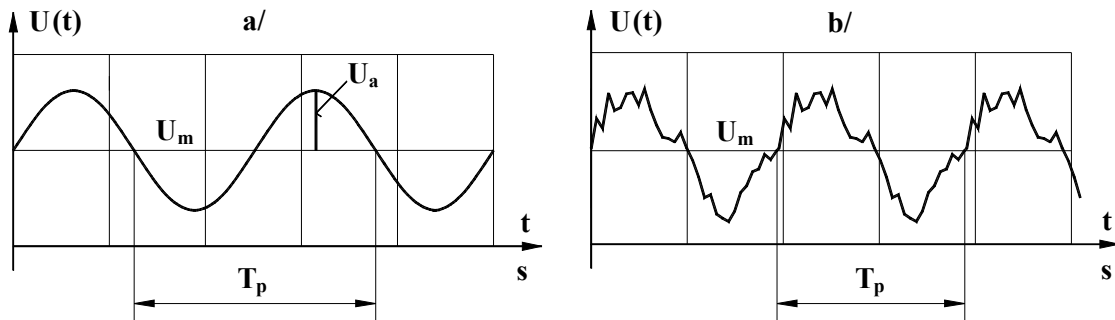
2.3.2. A determinisztikus jelek értékelése

Folytatva a jelek osztályozását az értékelésük alapján, a determinisztikus jelek két nagy csoportba oszthatók: a determinisztikus-periodikus, valamint a determinisztikus-tranziens jelekre.

2.3.2.1. A determinisztikus-periodikus jelek

A determinisztikus-periodikus jelek egyetlen, vagy több periodikus összetevővel bírnak (2.31. ábra a) és b) rész). Közös tulajdonságuk, hogy a mérési jelek ordinátái jól meghatározott T_p periódus-időközönként ismétlődnek:

$$U(t) = U(t + T_p).$$



2.31. ábra. Determinisztikus-periodikus jelek

A T_{jel} hosszúságú mérési jel T_p periódusidejének meghatározása két szomszédos helyi maximum-, vagy minimum-hely alapján történhet (pl. $U_{max}(t_1)$ és $U_{max}(t_2)$):

$$\text{ha } U_{max}(t_1) = U_{max}(t_2) \text{ , és}$$

$$t_1 < t < t_2 \text{-re } |U(t)| < |U_{max}(t_1)| \text{ , akkor:}$$

$$T_p = t_2 - t_1$$

Ilyen periodikus mérési jelet kapunk, ha egy gép (pl. egy villanymotor) kiegyensúlyozatlan forgórésze lengéseket gerjeszt a környezetében, mivel meghatározott harmonikus függvény szerint változó kiegyensúlyozatlan tömeget fejt ki a környezetére. Noha a villanymotor esetében a gerjesztő erő függvénye csak egyetlen harmonikus összetevőből áll, egy forgattyús mechanizmusú gép (pl. egy dugattyús légsűrítő) gerjesztő erejének függvénye magasabbrendű összetevőket is tartalmaz, ezért a környező vázszerkezet válasz-rezgése is több harmonikus összetevőt fog tartalmazni.

2.3.2.2. Periodikus jel egyetlen harmonikus összetevővel

A 2.31. a) ábrán látható, egyetlen harmonikus összetevőt tartalmazó mérési jel legfontosabb értékelő adatai az U_m középérték, az U_a amplitúdó és a T_p periódusidő (illetve ω szögsebesség és f frekvencia). Meghatározva az előforduló U_{max} és U_{min} értékét, az amplitúdó nagysága:

$$U_a = \frac{1}{2} \cdot (U_{max} - U_{min}) \text{ a középérték pedig: } U_m = \frac{1}{2} \cdot (U_{max} + U_{min})$$

Az U_a amplitúdó és az U_m középérték kifáradási szilárdsági mérések értékelésénél szükséges, a T_p periódusidő, az ω szögsebesség és az f frekvencia rezgéskeltő erőhatások forrásainak azonosításában adhat segítséget. Ezekon kívül mérési jelek összehasonlításában lehet felhasználni az effektív értéket:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} U(t)^2 \cdot dt}$$

Ha a mért periodikus mérési jelet digitális számértékekké kell konvertálni, periódusonként legalább 10 diszkrét mérési jel szükséges, tehát a konverzió időköze:

$$\Delta t_k \leq \frac{T_p}{10}, \text{ és } N_k = \frac{T_p}{\Delta t_k}$$

pedig a diszkrét jelek N_k darabszáma egyetlen periódusidő hosszúságú jel konvertálása során (a gyakorlatban célszerű ennek többszörösét alkalmazni).

Megállapítva U_{max} és U_{min} értékét, ekkor a jel-amplitúdó:

$$U_a = \frac{1}{2} \cdot (U_{max} - U_{min}), \text{ és } U_m = \frac{1}{2} \cdot (U_{max} + U_{min}).$$

Végül az effektív érték:

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} U_i^2}.$$

2.3.2.3. Periodikus jel több harmonikus összetevővel

A 2.31.b) ábrán látható alakú periodikus, több összetevős jel többféle harmonikus függvény összegeként írható le, jól meghatározható periódusidővel. Az egyes harmonikus összetevők amplitúdóját és körfrekvenciáját a **Fourier-együtthatókkal** határozhatjuk meg, így a periodikus $U(t)$ függvényt előállíthatjuk a **Fourier-összetevők** összegeként az alábbi alakban:

$$U(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [U_{ck} \cdot \cos(k \cdot \omega_0 \cdot t) + U_{sk} \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot t)],$$

ahol ω_0 értéke az alap-harmonikus összetevő körfrekvenciája: $\omega_0 = 2 \cdot \pi \cdot f_0 = \frac{2 \cdot \pi}{T_p}$

Az egyes szinuszos és koszinuszos összetevők U_0 , U_{ck} és U_{sk} amplitúdóit a mért $U(t)$ periodikus függvényből az alábbi módon kaphatjuk meg:

$$U_0 = \frac{1}{T_p} \cdot \int_0^{T_p} U(t) \cdot dt, \quad U_{ck} = \frac{2}{T_p} \cdot \int_0^{T_p} U(t) \cdot \cos(k \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot dt, \quad U_{sk} = \frac{2}{T_p} \cdot \int_0^{T_p} U(t) \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot t) \cdot dt$$

A gyakorlatban természetesen nem lehet végtelen sok összetevőt meghatározni. Meg kell becsülnünk, hogy mekkora az a legnagyobb f_{max} frekvencia-összetevő, amelyet még meg kívánunk őrizni. Ekkor az $U(t)$ jel T_p periódus-hosszúságú szakaszából az alábbi Δt_k időközönként kell az A/D konverziót végrehajtani, és így a diszkrét feszültségértékek N_k darabszáma:

$$\Delta t_k = \frac{T_{min}}{10} = \frac{1}{10 \cdot f_{max}}, \text{ és } N_k = \frac{T_p}{\Delta t_k}.$$

Fontos, hogy f_{max} értékét úgy válasszuk meg, hogy a legkisebb T_{min} periódusidőnek a T_p periódus egészszámú többszöröse legyen:

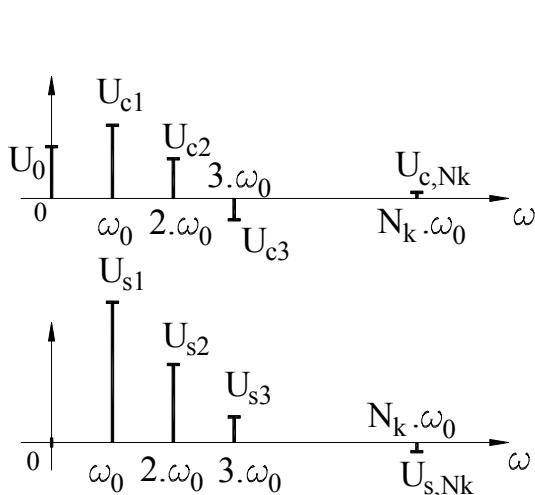
$$N_k = \frac{T_p}{T_{min}}.$$

Ekkor az $U(t)$ jel **Fourier-összetevői** az alábbiak lesznek:

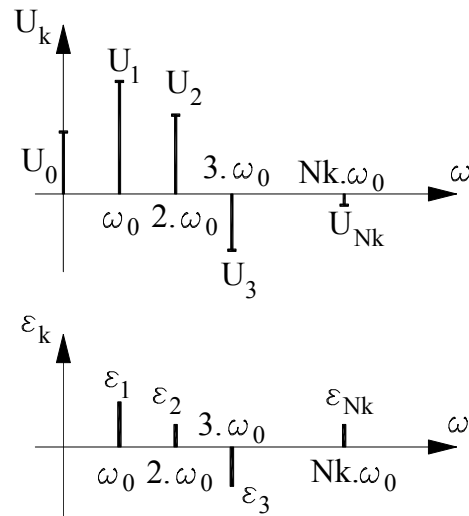
$$U_0 = \frac{1}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} U_i, \quad U_{ck} = \frac{2}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} U_i \cdot \cos(k \cdot \omega_0 \cdot i \cdot \Delta t_k), \quad k = 1, \dots, N_k$$

$$U_{sk} = \frac{2}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} U_i \cdot \sin(k \cdot \omega_0 \cdot i \cdot \Delta t_k), \quad k = 1, \dots, N_k$$

A kiszámított N_k darab U_{ck} és U_{sk} együtthatók a 2.32. ábrán láthatók az ω körfrekvencia függvényében:



2.32. ábra. Periodikus jel vonalas spektruma



2.33. ábra. Amplitúdó és fázisszög

Az U_{ck} és U_{sk} amplitúdók függvényét úgy lehet tekinteni, mint a periodikus $U(t)$ jel vonalas spektrumát, amely koszinusz- és szinuszos összetevőket tartalmaz. Sok esetben kényelmesebb (pl. ismétlődő igénybevételek mérésénél, kifáradásra való ellenőrzésnél), ha a kétfajta harmonikus függvény helyett egyfajta harmonikus függvényből állnak a Fourier-együtthatók. Ebben az esetben az $U(t)$ függvény:

$$U(t) = U_0 + \sum_{i=1}^{N_k} U_k \cdot \cos(k \cdot \omega_0 \cdot t + \varepsilon_k)$$

alakú lesz, ahol U_k amplitúdó és az ε_k fázisszög értéke:

$$U_k = \sqrt{U_{ck}^2 + U_{sk}^2} \quad \text{és} \quad \varepsilon_k = \arctg \frac{U_{sk}}{U_{ck}}$$

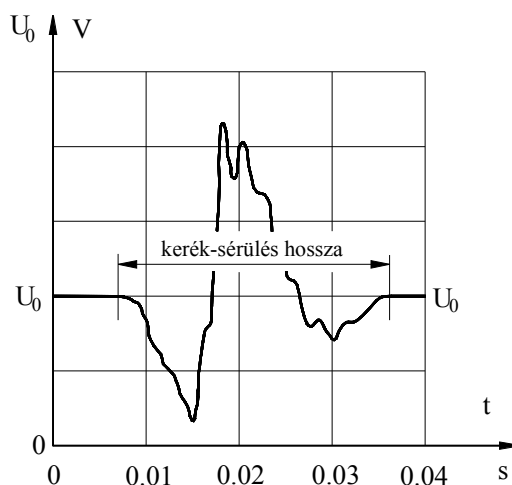
A 2.33. ábra bemutatja az így meghatározott U_k amplitúdókat és ε_k fázisszögeket a hozzájuk tartozó ω_k szögsebességekkel együtt az ω körfrekvencia függvényében:

Az így meghatározott amplitúdó- és körfrekvencia értékpárok függvényét szintén úgy lehet tekinteni, mint a periodikus $U(t)$ jel vonalas spektrumát. Ezek segítségével végre lehet hajtani pl. egy fáradási szilárdsági vizsgálat károsodás-halmozódási számítását.

Itt meg kell még jegyezni, hogy ha a Fourier-összetevők meghatározásához induláskor felvett f_{max} legnagyobb frekvencia-összetevő értékét nem becsültük eléggé pontosan, akkor az összetevőkre való felbontást egyszerűen meg lehet ismételni egy célszerűbben felvett értékkel. Ha pl. f_{max} értéke túlságosan kicsi lett és a hozzá tartozó $U_{f_{max}}$ amplitúdó még elég nagy ahhoz, hogy várhatóan még nagyobb frekvenciájú és számottevő amplitúdójú összetevők is lehessenek, akkor az N_{komp} összetevő-darabszámot 1-2-vel meg lehet növelni.

2.3.2.4. A determinisztikus-tranziens jelek

A determinisztikus-tranziens jelek általában rövid időtartamú, gyorsan csillapodó, ún. "lecsengő" jelek (2.34 ábra), amelyeket rövid időtartamú, impulzusszerű erőhatások váltanak ki, és amelyek értéke viszonylag rövid idő után ugyanahhoz az U_0 értékhez tart, amely volt az impulzuserő hatása előtt. Ilyen mérési jelet kapunk pl., ha a sínről a kerékre ható erőt mérjük sínillesztésen, vagy keréklaposodáson való áthaladás közben.



2.34. ábra. Determinisztikus tranziens jel

A determinisztikus-tranziens jelek értékelhetők egyrészt a csúcserőértékük alapján, másrészt az effektív értékük alapján. A szükséges számítások elvégzése érdekében a jelet most is digitálisra kell konvertálni. Ha a becslés alapján megállapított legnagyobb frekvenciájú összetevő f_{max} frekvenciájú, és a tranziens jelszakasz hossza T_{jel} , akkor a konverzió Δt_k időköze, a konvertált jelek N_k darabszáma és a jel effektív értéke:

$$\Delta t_k = \frac{1}{10 \cdot f_{max}}, \quad N_k = \frac{T_{jel}}{\Delta t_k} \quad \text{és} \quad U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} U_i^2}$$

A jel csúcserőértékét maximumkereső algoritmussal kaphatjuk meg.

A csúcserő és az effektív érték egymagában akkor értékeli a jelet, ha szemmel láthatóan nincs számottevő, más frekvenciájú összetevője. De ha van, akkor ennek a meghatározása nem történhet diszkrét **Fourier-összetevőinek** meghatározásával, mert a jel nem periodikus. Viszont **Fourier-transzformációval** megkaphatjuk az amplitúdó-sűrűségi spektrumot, amelyből információt kaphatunk az egyéb frekvenciájú összetevőiről. A Fourier-transzformáció csak ak-

kor hajtható végre, ha a jel gyors lecsillapodását matematikailag az "abszolút integrálhatóság" feltételének teljesülésével igazoljuk:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |U(t)| dt < K, \text{ ahol } K \text{ valós szám.}$$

Ha az abszolút integrálhatóság feltétele teljesül, akkor az $U(t)$ függvény Fourier-transzformáltját így kaphatjuk meg:

$$F(j.\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) \cdot e^{-j.\omega.t} dt,$$

ahol $F(j.\omega)$ az ω körfrekvencia komplex függvénye, tehát van valós és képzetes összetevője:

$$F(j.\omega) = A(\omega) - j.B(\omega);$$

ahol mind az $A(\omega)$, mind a $B(\omega)$ mennyiségek az ω körfrekvencia függvényei, és mivel:

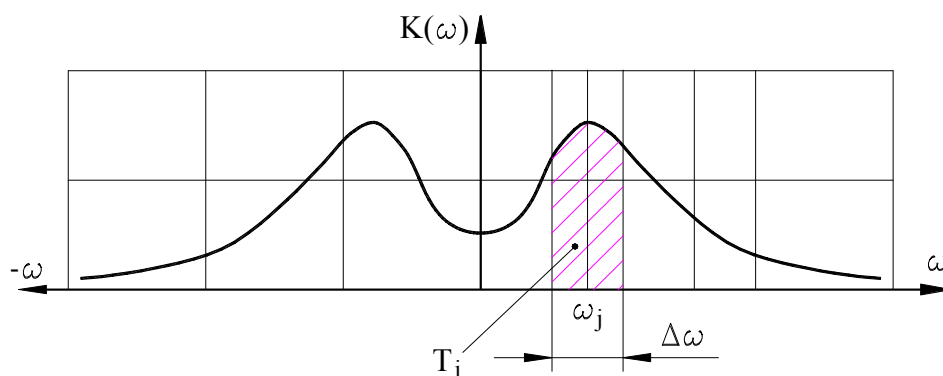
$$\int_{-\infty}^{+\infty} U(t) \cdot e^{-j.\omega.t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) \cdot \cos(\omega.t) dt - j \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) \cdot \sin(\omega.t) dt$$

ezért a valós és a képzetes összetevő:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) \cdot \cos(\omega.t) dt \text{ és } B(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(t) \cdot \sin(\omega.t) dt,$$

és az $F(j.\omega)$ függvény abszolút értéke: $K(\omega) = \sqrt{A(\omega)^2 + B(\omega)^2}$

A $K(\omega)$ függvény - hasonlóan az $F(j.\omega)$ függvényhez - az ω körfrekvenciának folytonos függvénye, ellentétben a periodikus függvényeket előállító vonalas amplitúdó-spektrummal. E függvény ordinátái nem amplitúdókat jelentenek, hanem egy meghatározott ω_j közepes körfrekvenciához tartozó $\Delta\omega$ szögsebesség-sávhoz tartoznak, és a függvényt amplitúdó-sűrűségi spektrumnak nevezik (2.35. ábra).



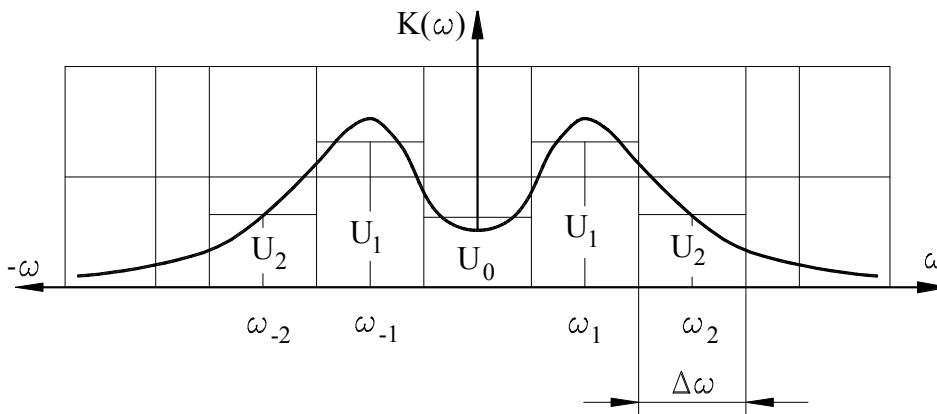
2.35. ábra. Amplitúdó-sűrűségi spektrum

Az ω_j közepes körfrekvenciához tartozó U_{aj} amplitúdó-összetevőt úgy kaphatjuk meg, hogy meghatározzuk a $\Delta\omega$ körfrekvencia-sávhoz tartozó T_j spektrum-területet, és osztjuk π -vel. Ugyanis a $K(\omega)$ amplitúdó-sűrűségi spektrum ordinátájának mértékegysége:

$$[K(\omega)] = [jel]_s = \frac{[jel]}{[f]} = \frac{[jel]}{\text{Hz}}$$

ebből az ω_j körfrekvenciához tartozó U_{aj} jel-amplitúdó értéke: $U_{aj} = \frac{T_j}{\pi}$

A 2.36. ábrán láthatjuk a 2.35. ábrán bemutatott **amplitúdó-sűrűségi spektrum** egy lehetséges $\Delta\omega$ és ω_j körfrekvencia-felosztáshoz tartozó U_{aj} amplitúdókat.



2.36. ábra. Amplitúdó-sűrűség spektrum felosztása

Könnyen belátható, hogy a diszkrét ω_j körfrekvencia-értékek, valamint a hozzájuk tartozó $\Delta\omega$ körfrekvencia-sávok felvétele tetszőleges.

Az előzők szerint a konverzió eredménye N_k db U_i feszültség-érték, továbbá a konverzió során megőrzendő legnagyobb f_{max} összetevő-frekvenciából meghatározhatjuk a maximális számba jöhető ω_{max} körfrekvencia értékét:

$$\omega_{max} = 2 \cdot \pi \cdot f_{max}$$

Ez az ω_{max} érték határozza meg azt a $(-\omega_{max}; +\omega_{max})$ tartományt, amelyben N_ω db diszkrét ω_j körfrekvencia-értéket kell felvennünk, amelyek értéke:

$$\omega_0 = 0 \text{ és } \omega_j = \frac{\omega_{max}}{N_\omega} j ; j = -N_\omega, \dots, -1, 1, \dots, N_\omega$$

Így az összes diszkrét ω_j abszcissa darabszáma $2 \cdot N_\omega + 1$ lesz.

N_ω értékének felvétele becsléssel történhet, első próbálkozásra **50 - 100** lehet, amelynek értékét szükség szerint módosíthatjuk. Így a valós $A(\omega)$ függvény egy diszkrét $A(\omega_j)$ számértéke:

$$A(\omega_j) = \sum_{i=1}^{N_i} U_i \cdot \cos(\omega_j \cdot i \cdot \Delta t_k) \Delta t_k ; j = -N_\omega, \dots, 0, \dots, +N_\omega$$

Hasonlóan:

$$B(\omega) = \sum_{i=1}^{Ni} U_i \cdot \sin(\omega \cdot j \cdot \Delta t_k) \Delta t_k ; \quad j = -N_\omega, \dots, 0, \dots, +N_\omega$$

Végül az $F(j, \omega)$ függvény abszolút értékének egy diszkrét $K(\omega_j)$ értéke:

$$K(\omega) = \sqrt{A(\omega)^2 + B(\omega)^2} , \quad j = -N_\omega, \dots, 0, \dots, +N_\omega$$

Az így kapott $K(\omega_j)$ számsorozatra célszerű szem előtt tartani, hogy a szomszédos értékek 20%-30%-nál nagyobb mértékben lehetőleg ne térjenek el egymástól. Ha a szomszédok között az eltérés ennél nagyobb, célszerű N_ω értékét növelve megismételni a mért jel Fourier-transzformációját. Ugyancsak célszerű megismételni a transzformációt, ha a kapott $K(\omega_j)$ függvény nem tart eléggé gyorsan a zérushoz a legnagyobb ω_{max} körfrekvenciák esetén, illetve ha újabb amplitúdó-csúcs várható nagyobb körfrekvenciáknál.

2.3.3. A sztochasztikus jelek értékelése

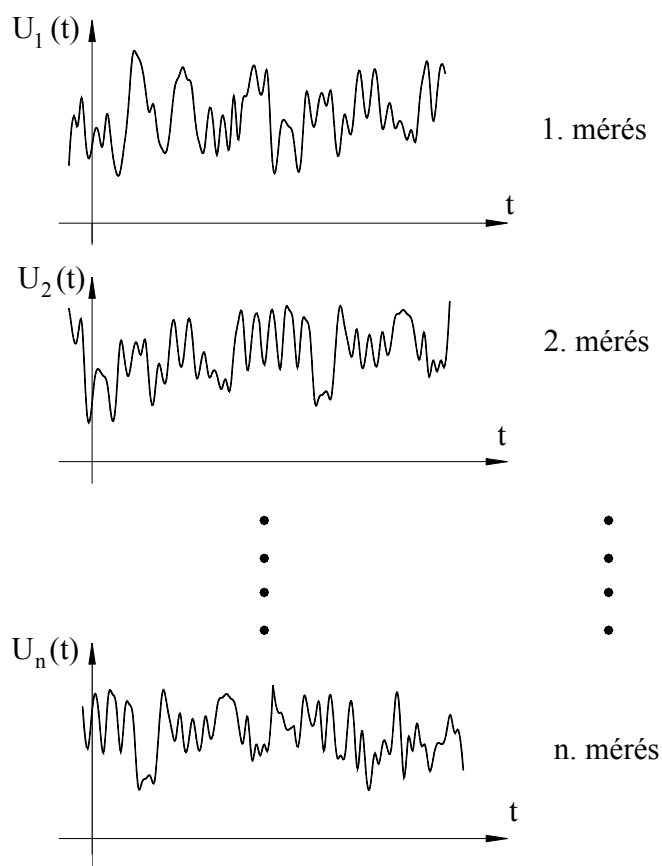
Amint azt a 2.3.1. fejezetben tárgyaltuk, a sztochasztikus jelekre az a jellemző, hogy a véletlenszerűen változó gerjesztő hatások miatt a jelek egészükben véve reprodukálhatatlanok, mivel nem lehet egzakt módon meghatározni a gerjesztéseket. Emiatt a jelnek akármelyik szakaszát is ismerjük, nem lehet következtetni a rákövetkező jelszakaszra. Ezen alapul a 2.3.1. fejezetben bemutatott, a sztochaszticitás mértékének meghatározására szolgáló eljárás is.

Ebből az következik, hogy ha egy mérést megismételünk, akkor hiába mérjük ugyanazt a járműparamétert, hiába ugyanaz a jármű és a pálya, a jármű mozgásválasza, tehát a mérési jel nem lesz azonos a megelőző mérés, vagy mérések eredményével (2.37. ábra), akárhányszor ismétljük is meg a mérést.

Tovább folytatva a gondolatmenetet, az következik, hogy egy megadott típusú járművön végrehajtott mérés eredményeit nem vihetjük át egy másik, hasonló típusú járműre sem, mivel a jármű dinamikai modelljének azonossága ellenére a véletlenszerűen változó gerjesztés miatt a mozgásválasz nem lesz ugyanaz.

Ugyanez lesz az eredmény akkor is, ha nem a pálya-jármű rendszer dinamikai modellje változik véletlenszerűen, hanem a modell valamelyik paramétere, pl. a pálya keresztirányú irányhibája, a sínszál hosszirányú vonalvezetését leíró $y(x)$ függvény.

Végeredményben tehát ha a vizsgálandó pálya-jármű modell valamelyik paramétere, vagy gerjesztése véletlenszerűen változik, akkor nemcsak a mért jel hosszának kellene igen nagy-nak lennie, hanem sok, hasonló modellen is végre kellene hajtani ugyanazt a mérést. A mérés-technikai gyakorlat azonban azt követeli meg, hogy egyrészt a szóban forgó pálya-jármű rendszermodellnek csak egyetlen képviselőjén kelljen méréseket végezni (pl. egy adott jármű-típushoz tartozó megadott jármű egy megadott pálya-szakaszon végigfuttatva), másrészt hogy a mérési jel véges, gyakorlatilag jól kezelhető (pl. 5 - 10 perc) hosszúságú legyen. Tehát az a követelmény, hogy a 2.37. ábrán bemutatott n db egymástól független mérési jel helyett elegendő legyen egyetlen, ún. minta-regisztrátumot használni a mérés értékelése során. Az a kérdés tehát, hogy egy ilyen véges hosszúságú minta-regisztrátum helyettesítheti-e a sok, független sztochasztikus mért jelet, és ha igen, milyen feltételeknek kell ilyenkor teljesülnie.



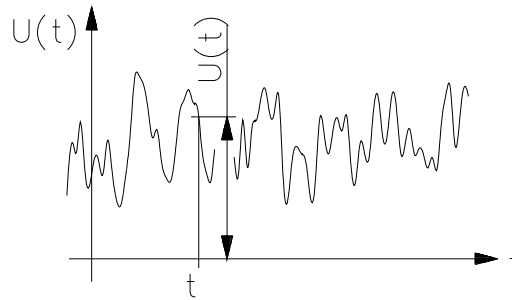
2.37. ábra. Mért sztochasztikus jel

Először a mérési jel időtartamának (hosszának) befolyását kell vizsgálni. Noha a vasúti járművekre ható valóságos gerjesztő hatások esetenként valóban sok véletlenszerűen változó összetevőt tartalmaznak, ideálisan sztochasztikus gerjesztő hatás nincs, így a mért jelek között sem lehet találni ideálisan sztochasztikus jelet, bizonyos mértékű determinisztikus jelleg mindig megfigyelhető. Ennek megfelelően a gyakorlatban mért és sztochasztikusnak tekintett jeleknek bizonyos, idő szerinti statisztikai jellemzői vagy állandó értékűek, vagy változók. Ennek alapján osztályozhatjuk a sztochasztikus jeleket a stacionárius, vagy a nem-stacionárius csoportba.

A mérési jelhossz befolyásának vizsgálata után kell tárgyalni a **minta-regisztrátum** létezésének feltételét. Ha létezik, a sztochasztikus folyamatot **ergodikus folyamatnak** nevezzük.

2.3.3.1. A sztochasztikus-stacionárius jelek értékelése

A sztochasztikus jelek stacionárius jellegének meghatározására a "gyengén stacionárius" és az "erősen stacionárius" csoportosítást használják. A mérés technikai gyakorlatban elegendő a "gyengén stacionárius" kategória meghatározását figyelembe venni, eszerint **gyengén stacionáriusnak az a sztochasztikus folyamat nevezhető, amelynek a következő, idő szerinti jellemzőinek értéke állandó** (2.38. ábra):



2.38. ábra. Gyengén stacionáriusnak az a sztochasztikus folyamat

a) **középérték:**

$$\overline{U(t)} = \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \int_{T_1}^{T_2} U(t) \cdot dt, \text{ ahol } 0 \leq T_1 \leq T_2 \leq T_{jel},$$

vagy a jel A/D konverziójának eredményeképpen rendelkezésre álló N_k db U_i diszkrét feszültségérték és Δt_k konverziós időköz esetén:

$$\bar{U} = \frac{1}{N_2 - N_1} \cdot \sum_{N_1}^{N_2} U_i, \text{ ahol } 0 \leq N_1 \leq N_2 \leq N_k.$$

b) **autókorreláció-függvény:**

$$\Phi_{UU}(\tau) = \frac{1}{T_2 - T_1} \cdot \int_{T_1}^{T_2} U(t) \cdot U(t + \tau) \cdot dt, \text{ ahol } 0 \leq T_1 \leq T_2 \leq T_{jel},$$

vagy digitális jel-értékek esetén:

$$\Phi_{UU,j} = \frac{1}{N_2 - N_1} \cdot \sum_{N_1}^{N_2} U_i \cdot U_{i+j}, \text{ ahol } 0 \leq N_1 \leq N_2 \leq N_k.$$

Ha $\overline{U(t)}$ -ről és $\Phi_{UU}(\tau)$ -ről bebizonyosul, hogy T_1 és T_2 értékétől függetlenek, akkor az $U(t)$ sztochasztikus feszültségjelet **gyengén stacionáriusnak** tekinthetjük, tehát elegendő vizsgálni egy véges hosszúságú regisztrátumát.

2.3.3.2. A sztochasztikus-ergodikus jelek értékelése

Visszatekintve a 2.37. ábrára, az n db egymástól független sztochasztikus jel ugyanazon t_1 időponthoz tartozó értékeket egy N elemből álló halmaznak tekinthetjük. Ennek a halmaznak képezhetjük az alábbi jellemzőit:

a) A $t = t_1$ időpontban vett értékek középértéke: $M[U_i(t_1)] = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N U_i(t_1).$

b) A $t = t_1$ időpontban vett értékek autókorreláció-függvénye:

$$R_{UU}(t_1, \tau) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N U_i(t_1) \cdot U_i(t_1 + \tau).$$

Ha most összehasonlítjuk $M[U_i(t_1)]$ és $\overline{U(t)}$ értékét különböző t_1 értékekre, és azok megegyeznek bármelyik $0 \leq t_1 \leq T_{jel}$ érték esetén, továbbá ezeket összehasonlítjuk $R_U(t_1, \tau)$ és $\Phi_{UU}(\tau)$ értékeivel is, és ezek ugyancsak megegyeznek minden $0 \leq t_1 \leq T_{jel}$ érték esetén, a jelet **stacionárius ergodik** jelnek tekinthetjük. Ebben az esetben ki lehet mondani, hogy a vizsgált N db sztochasztikus jelet **egyetlen**, véges hosszúságú $U(t)$ **minta-regisztrátum** mérési jele képviselheti, amelynek hossza T_{jel} , illetve N_k db diszkrét U_i feszültségértékből áll, és e minta-regisztrátumnak az alábbi jellemzői léteznek:

$$\text{középérték: } \overline{U(t)} = \frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} U(t) \cdot dt ; \quad \text{illetve} \quad \bar{U} = \frac{1}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} U_i ;$$

$$\text{négyzetes középérték: } U(t)_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} U(t)^2 \cdot dt} , \quad \text{illetve} \quad U_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} U_i^2} ;$$

$$\text{variancia: } \sigma_U(t) = \sqrt{\frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} [U(t) - \overline{U(t)}]^2 \cdot dt} , \quad \text{illetve} \quad \sigma_U = \sqrt{\frac{1}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} [U_i - \bar{U}]^2} ,$$

$$\text{és végül: az autókorreláció-függvény: } \Phi_{UU}(\tau) = \frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} U(t) \cdot U(t + \tau) \cdot dt$$

$$\text{illetve a } \mathbf{j}\text{-ik ordinátája: } \Phi_{UU,j} = \frac{1}{N_{haszn}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{haszn}} U_i \cdot U_{i+j}$$

A középérték, a négyzetes középérték és a variancia értéke, valamint az autókorreláció-függvény szolgál a sztochasztikus-ergodik mérési jel jellemzésére.

3. Futástechnikai mérések

3.1. A futástechnikai mérések célja, általános jellemzése

A vasúti közlekedésben kezdettől fogva két jellemző érték volt a figyelem középpontjában: a vasúti járművek futásának biztonsága, valamint a járműfutás minősége. Ahogyan az idők során a járművek sebessége nőtt, úgy nőtt e két jellemző érték fontossága is.

A futás biztonsága nyilvánvalóan a kisiklással szemben tapasztalható biztonságot jelenti, a futás minősége pedig elsősorban az utasok kényelmére lesz jellemző. Eredetileg valóban csak az utasok kényelemérzetének biztosítása volt a cél, viszont manapság már a fuvarozott áruk esetleges sérüléseinek elkerülését is fontosnak tartják, és a teherkocsik futásának minőségére is születtek ajánlások.

Mindkét jellemző érték fontossága együtt nő a vasúti járművek sebességének növekedésével. A járművek kisiklásának következményei a futás sebességének növekedésével egyre súlyosabbak, a járműfutás minősége is rohamosan csökkenhet a sebesség növekedésével, ha a pálya minősége nem megfelelő. Ezért nőtt meg napjainkban is ennyire a futástechnikai mérések fontossága.

Mindkét jellemző érték esetében nagyon fontos, hogy a járművet a pályával kölcsönhatásban lévő dinamikai rendszernek tekintsük. A kölcsönhatás azt jelenti, hogy mind a pálya, mind a jármű dinamikai rendszerének bizonyos jellemzői egyrészt a másik dinamikai rendszer gerjesztéseként működhetnek, másrészt a gerjesztésre adott mozgásválaszt is képviselhetik. Pl. a pályának a vízszintes síkban mérhető irányhibája a pályán végiggördülő járműveket keresztirányú lengésekre gerjeszthetik, a járművek keresztirányú lengései viszont a pályát is keresztirányú mozgásokra gerjeszthetik a rugalmas alépítményen, ez befolyásolja a pálya keresztirányú irányhibáit, ennek viszont hatása lesz a jármű keresztirányú lengéseire, és így tovább. Mindezekből – többek között – az is következik, hogy mindenfajta futástechnikai mérést (de különösképpen a futásminőségi méréseket) ajánlatos egyfajta, meghatározott geometriai-, rugalmassági- és disszipatív jellemzőjű pályán végezni, különben az egyes mérések eredményeinek összehasonlítása nagyon bizonytalan eredményű lehet. Télen, ha az alépítmény át van fagyva, a pálya rugalmassági tulajdonságai az újonnan építet pályához sokkal hasonlóbbak, mint pl. egy rákövetkező enyhe időben, amikor az alépítmény felenged és a pálya sokkal süppedékenyebb lesz.

A futástechnikai méréseket tárgyaló jelen fejezet az Irodalomjegyzék [1] forrásműve 3. fejezetének átdolgozott változata. Mivel az [1] forrásművet 1977-ben adták ki, szükségessé vált az átdolgozás, hogy egyrészt a futásbiztonsági mérések elméleti háttere ki legyen egészítve a gördülő érintkezés bizonyos törvényszerűségeivel, tárgyalásmódjával, másrészt hogy a futásminőségi mérések eredményeinek értékelését kiegészítsük a jelenleg használt értékelési módszerekkel.

3.2. A futásbiztonsági mérések

A vasúti gyakorlatban a járművek futásbiztonsága a kisiklással szemben tanúsított biztonságot jelenti. A kisiklással szembeni biztonságon azt értjük, hogy a sínről a jármű kerekeire keresztirányban ható erők elegendő mértékben kisebbek-e annál a kritikus értéknél, amely hatására a sínen gördülő kerék karimája már felgördülhet a sínfejre. Egy vasúti jármű futásbiztonsági mérései során tehát a sínről a kerékre ható keresztirányú erőket kell méréssel meghatározni. (Ezeket az erőket vezetési erőknél is nevezik.)

A tapasztalat szerint a vezetési erők veszélyes megnövekedését az alábbi esetekben lehet tapasztalni:

- egyenes pályán nagymértékű keresztirányú irányhibák;
- íves pályaszakaszon futó jármű kerekére ható vezetési erők, ha rendkívüli keresztirányú erőhatás éri a járművet (centrifugális erő, vagy egyéb erőhatás);
- az előző két eset veszélyességét nagy mértékben fokozhatja egy függőleges pályahiba (süllyedés), amelynek következtében a sínről a kerékre, illetve a kerékről a síre ható függőleges erők hirtelen lecsökkennek.

A vezetési erőket kiváltó okokat, az erők nagyságát megszabó összefüggéseket a gördülő érintkezési elméletek írják le, közöttük is a *J. Kalker* nevéhez és kutatásaihoz kapcsolódó „*Lineáris elmélet*” és „*Nemlineáris elmélet*”. Ezekről részletesebben az Irodalomjegyzék [21] és [22] műveiben találhatunk. Jelen jegyzetben csak utalunk a legfontosabb összefüggésekre.

3.2.1. A járműre ható vezetési erők

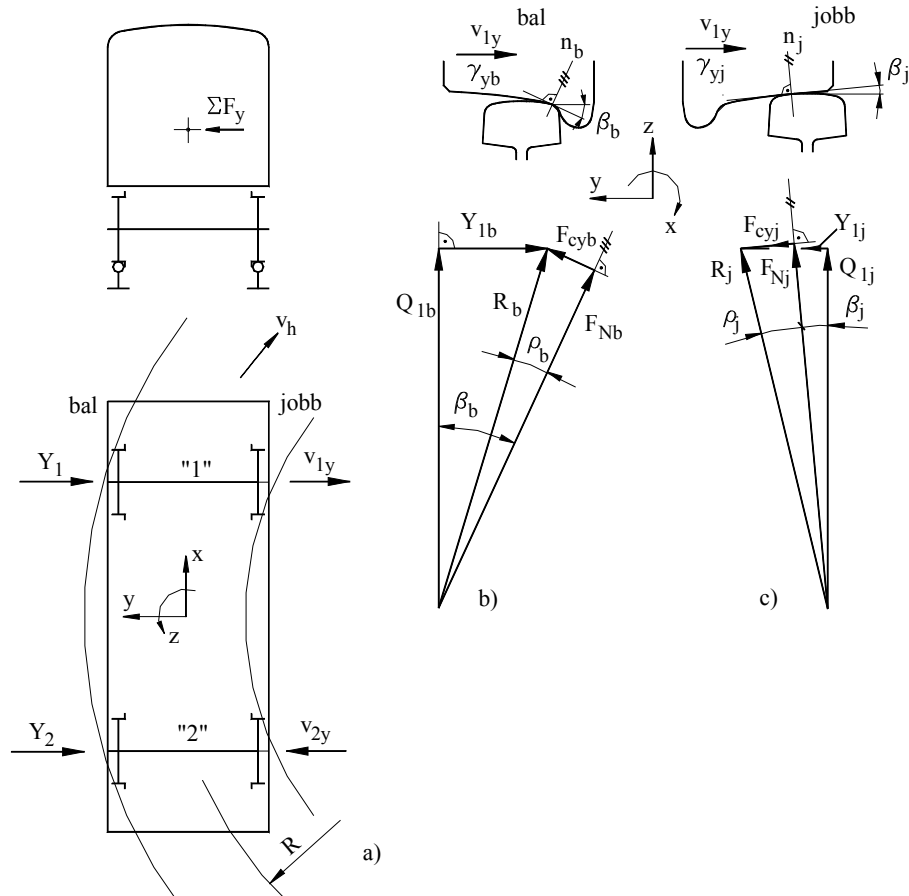
Kísérjük figyelemmel egy pályáivben futó jármű kerekeire ható vezetési erőket különböző pályáivék, illetve keresztirányú terhelések esetén (3.1. ábra).

Az ábra a) része egy kéttengelyű vasúti járművet mutat be vázlatosan, ívben futás közben, elől- és felülnézetben. A jármű v_h sebességgel halad R sugarú pályáivben, a tömegközéppontjára ΣF_y erő hat (centrifugális erő stb. összege). Ennek az erőnek a reakciói az „1” és „2” kerékpárokon a Y_1 és Y_2 erők, amelyek az egyes kerekre ható bal- és jobboldali Y_{1b} , Y_{1j} , Y_{2b} és Y_{2j} vezetési erőkből tevődnek össze. A jármű súlyának reakciói a Q_{1b} , Q_{1j} , Q_{2b} és Q_{2j} függőleges erők, amelyek között a bal- és jobboldali összetevők (pl. Q_{1b} és Q_{1j}) közötti különbség a ΣF_y erő billentő nyomatékából ered.

Az ábrán a menetirányba eső első kerékpár jele 1, az alkalmazott koordináta-rendszerben a szokás szerint az x tengely a haladás irányába mutat, a z tengely függőlegesen felfelé van irányítva, az y tengely pedig keresztirányba, balra mutat.

Az ábra b) és c) része az 1 kerékpár bal- és jobboldali kerekére ható erők egyensúlyát szemlélteti, valamint a kerék és a sín érintkezési helyzetét mutatja be vázlatosan. A jelenleg használt korszerű kerék. és sínprofilok (pl. K5 kerék és UIC 54 sínprofil) esetén meg kell jegyezni, hogy bár a szabványokban előírt új profilok a kerékkarima tövében nemcsak egyetlen pontban, hanem egy 10 ~ 15 mm hosszú ív mentén érintkeznek, viszont a tapasztalat szerint mind a sínprofil, mind a kerékprofil úgy kopik, hogy a sínprofil peremén a lekerekítési sugár

csökken, a kerékkarima tövében viszont nő, következésképpen az érintkező két meridián-görbe „szétnyílik” tehát egy pontos kerék-sín érintkezés vehető számításba a kerékkarima tövében is.



3.1. ábra. A kerekre ható vezetési erők

A b) és c) ábrarészen az 1 kerékpár került bemutatásra, ahol látható, hogy a sínről a kerékre a függőleges Q_{1b} és Q_{1j} bal- és jobboldali kerékerő hat, továbbá a vízszintes keresztirányú Y_{1b} és Y_{1j} bal- és jobboldali vezetési erők hatnak. Ezek eredője az R_b és R_j bal- és jobboldali erők. (Az, hogy Y_{1b} és Y_{1j} miért ellentétes irányúak, ezt később indokoljuk.)

Az érintkező kerék- és sínprofil közös érintősíkja a vízszintessel β_b , illetve β_j szöget zár be. Az érintősíkra merőleges irányúak az n_b , illetve n_j normálisok, viszont megfigyelhető, hogy az R_b és R_j erők általában nem esnek bele az n_b , és n_j normálisok irányába, tehát Y_{1b} és Q_{1b} ismeretében nem lehet kijelölni a kerék és a sín érintkezési pontjának helyzetét. Ennek meghatározásához más jellemzőket is figyelembe kell venni.

A kerék és a sín – haladás közben – mindig gördülés közben érintkeznek. A gördülő érintkezés folyamatának az utóbbi időben végrehajtott vizsgálata, kutatása többek között azt az eredményt hozta, hogy gördülés közben a kerék és a sín egymáshoz képest hossz- és keresztirányban meghatározott (bár csekély mértékű) relatív sebességgel mozog, másrészt ezekben az irányokban meghatározott mértékű kapcsolati erők lépnek fel, melyek a kerekre és a sínre egyaránt hatnak. Az alábbiakban a **gördülő érintkezési elmélet** eredményeire csak utalni fo-

gunk, a részletek után érdeklődök az Irodalomjegyzék [21] és [22] műveiben található anyagot. Mivel a futásbiztonsági mérések a keresztirányú vezetési erőket kívánják meghatározni, csak a keresztirányú erők egyensúlyát tárgyaljuk.

A 3.1. ábra a) részén látható, hogy ha a vázolt kéttengelyű jármű a rajzolt módon ívben fut, akkor a kerékpárok a v_h haladási sebesség mellett keresztirányban, a pálya görbületi középpontja felé is fognak mozogni, az ábrán ezeket a sebességeket v_{1y} -nal és v_{2y} -nal jelöltük. A kerékpárok ugyanis nem tudnak sugárirányban beállni (bizonyos speciális futóművek kivételével), noha a csapágyvezetéseknek mindig van meghatározott hossz- és keresztirányú merevségük. A gördülő érintkezés elmélete szerint a sín és a kerék közötti keresztirányú relatív v_y sebességből a következő fajlagos számértéket határozzák meg:

$$\gamma_y = \frac{v_y}{v_h}$$

Itt v_h a kerékpár (a jármű) haladási sebessége, v_y első közelítésben azonos a bal- és jobboldali keréknél, ha a sínek keresztirányú rugalmas elmozdulását elhanyagoljuk. A fajlagos γ_y értéket „kúszás”-nak nevezték el, utalva a meglehetősen csekély, néhány ‰ nagyságrendre, megkülönböztetésül a csúszáshoz képest (a világosabb és pontosabb jelölések kedvéért alkalmaztuk a kúszásokra a γ jelölést a szakirodalomban egyébként elterjedt ν (görög nő) helyett, mert a szövegszerkesztők latin ν -je és görög ν -je annyira hasonló, hogy könnyen össze lehet téveszteni). A *gördülő érintkezés elmélete* a kúszások fogalmából vezette le az ún. *kúszási erők* fogalmát. E szerint a kúszási erők arányosak (lineáris elmélet mellett) a különböző irányokban definiált kúszásokkal és azoknak a lineáris kombinációi. (Meg kell jegyeznünk, hogy a szakirodalomban egy idő óta az általánosabb érvényű *gördülő érintkezési kapcsolati erő* megnevezést – vagy rövidebben *kapcsolati erő* elnevezést – használják.) Így például az y tengely irányában (keresztirányban) az F_{cy} keresztirányú kapcsolati erő képlete a következő:

$$F_{cy} = -f_{22} \cdot \gamma_y - f_{23} \cdot \eta_z$$

ahol f_{22} és f_{23} a gördülve érintkező sín és kerék geometriai és más adataitól függő állandók, γ_y a keresztirányú kúszás, η_z a függőleges tengely körüli spin-kúszás. Mivel az f_{23} együttható számértéke csekély f_{22} -hoz képest, sok esetben a keresztirányú kapcsolati erőt egyszerűen az alábbi képlettel határozzák meg:

$$F_{cy} = -f_{22} \cdot \gamma_y$$

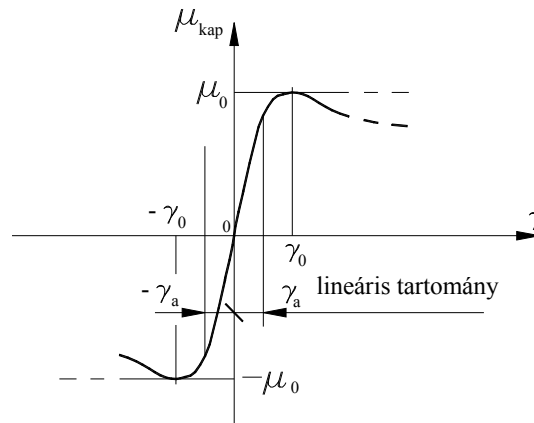
A negatív előjel azt fejezi ki, hogy az F_{cy} keresztirányú kapcsolati erő mindig ellentétes irányú a γ_y keresztirányú kúszással, vagyis a fajlagos sebességkülönbséggel, tehát a függvény szerkezete hasonló a *Coulomb*-súrlódási erő képletéhez. Ennek alapján javasolta **Zobory** [20]-ban, hogy a kapcsolati erőket általában az alábbi alakú képlettel határozzuk meg

$$F_{kap} = -F_N \mu(\gamma),$$

ahol F_N az érintkezési felületre merőleges nyomóerő, $\mu_{kap}(\gamma)$ az *erőkapcsolati tényező*, amelyet a különféle kúszásokra (γ_x , γ_y és η_z) külön-külön kell értelmezni. Így például keresztirányban a μ_{kap} erőkapcsolati tényező képlete:

$$\mu_{kap}(\gamma) = \mu_y(\gamma_y).$$

Az erőkapcsolati tényezők függvénygörbéje általában a 3.2 ábrán látható alakú.



3.2. ábra. Az erőkapcsolati tényező

A $\mu_{kap}(\gamma)$ függvény az origóra centrál-szimmetrikus, páratlan függvény, amelynek egy bizonyos kismértékű $-\gamma_a \leq \gamma \leq +\gamma_a$ tartományon belüli szakasza jó közelítéssel egyenes, majd a $\gamma = -\gamma_0$, illetve $\gamma = +\gamma_0$ helyeken $-\mu_0$, illetve $+\mu_0$ értéken tetőzik, ezután a $\gamma > +\gamma_0$, illetve a $\gamma < -\gamma_0$ tartományokban bizonyos elméletek szerint állandó, a kísérletek szerint viszont kisebb-nagyobb mértékben esik.

Végül F_{kap} képletében a negatív előjel azt fejezi ki, hogy F_{kap} mindig ellentétes irányú a γ_y kúszással.

3.2.2. A kisiklás határhelyzete

Ezek felhasználásával kiegészíthetjük a 3.1. ábra b) és c) részében feltüntetett $Q_{1b}-Y_{1b}-R_b$, illetve $Q_{1j}-Y_{1j}-R_j$ vektorháromszögeket, ahol R_b -a Q_{1b} és Y_{1b} erők eredője, R_j pedig a Q_{1j} és Y_{1j} erők eredője. A függőleges kerékterhelések és keresztirányú vezetési erők R_b és R_j eredőit felbonthatjuk az érintősíkra merőleges F_{Nb} , illetve F_{Nj} erőkre, valamint az érintősíkba eső F_{cyb} , illetve F_{cyj} erőkre, vagyis a kapcsolati erőkre. Ha ismert a keresztirányú γ_y kúszás, akkor az F_{Nb} , illetve F_{Nj} erők ismeretében meghatározhatjuk az F_{cyb} , illetve F_{cyj} erőket is. Mivel γ_y azonos irányú mindkét kerék esetén, ezért mind az F_{cyb} , mind az F_{cyj} erő azonos irányú. Továbbá mivel az érintkezési síkoknak a vízszintessel bezárt β_b és β_j szöge ellentétes előjelű, ezért van, hogy a jobboldali Y_j vezetési erő a baloldali Y_b vezetési erővel ellentétes irányú. Meg kell jegyezni, hogy a jobboldali Y_j vezetési erő mindig jóval kisebb az Y_b vezetési erőnél. A c) ábrarészen a vektorháromszög azért van eltulozva, mert léptékhelyes ábrával nem lehetett volna bemutatni F_{cyj} és Y_j vektorát.

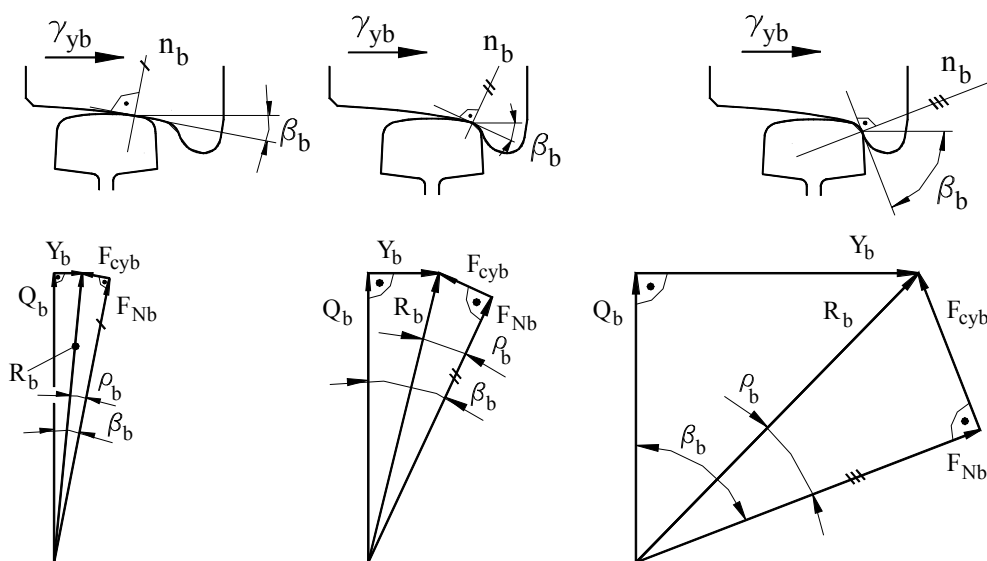
Most kövessük végig azt a folyamatot, amikor az ívben futó járműre egyre nagyobb keresztirányú ΣF_y erő hat (nagyobb v_h sebesség, kisebb R rádiusz stb. miatt), aminek következtében a vezetési erők megnövekednek, nő a kerékpárok keresztirányú v_y sebessége is, és az érintkező kerék és sín érintkezési pontja is a kerék karimatöve felé tolódik el (3.3. ábra).

Az ábra a), b) és c) része mutatja a vektorsokszögeket növekvő vezetési erők esetén, csak a baloldali kerék és sín érintkezését szemléltetve. Ahogyan nő az Y_b erő értéke, úgy tolódik el az érintkezési pont a karimató felé, tehát a β_b szög értéke is nő. A nagyobb β_b szög teszi lehe-

tővé, hogy az F_{cyb} erő is nagyobb lehessen, így lehet nagyobb az Y_b vezetési erő is. Az F_{cyb} és F_{Nb} erők által meghatározott ρ_b szögre írhatjuk:

$$\operatorname{tg} \rho_b = \frac{F_{cyb}}{F_{Nb}} = |\mu_y(\gamma_y)|$$

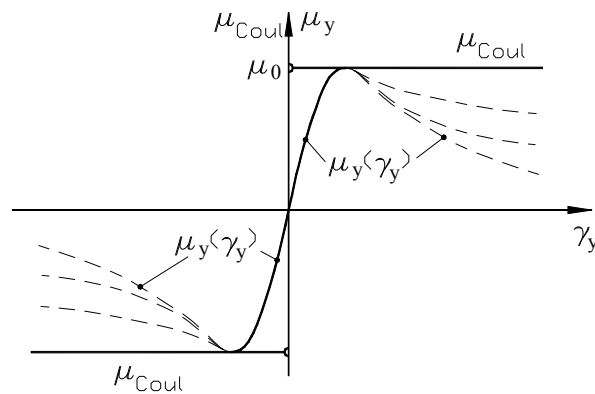
Látható, hogy a nagyobb Y_b vezetési erőhöz nagyobb $\mu_y(\gamma_y)$ értékre, illetve nagyobb F_{cyb} erőre és nagyobb β_b szögre van szükség. Ez a folyamat egészen addig folytatódik, amíg az érintkezési pont el nem jut a nyomkarimának az egyenes kúpalkotójú szakaszára, ahol a β_b szög eléri a maximumát: $\beta_b = \beta_{max} = 70^\circ$ (a jelenleg többnyire alkalmazott K5 típusú kerékprofilon), amely tovább már nem növelhető. Az ábra c) részén látható ez az eset.



3.3. ábra. A vezetési erők változása pályáívben

Ez a szélsőség a ρ_b szög szempontjából is szélsőséget képvisel, mivel a $\mu_y(\gamma_y)$ -nak is van maximális értéke: $\mu_y(\gamma_y)_{max} = \mu_0 = \operatorname{tg} \rho_b$ (3.2 ábra). A kerék-sín érintkezésnek eme szélsőséges esetében a γ_y kúszás már túllépi a kúszásokra általában érvényes intervallum-korlátot, és a karima itt már csúszik a sínfej oldalán, mivel az érintkezési pont kissé előre mozdul, és a karimán a kerületi sebesség már nagyobb, mint a futófelületen. Ez egyben lehetővé teszi azt is, hogy némi párhuzamot vonjunk a Coulomb-féle súrlódási együttható és a kúszásból származó erőkapcsolati tényező között (3.4. ábra).

Az ábra a Coulomb-féle μ súrlódási együtthatót és a μ_y erőkapcsolati tényezőt tünteti fel közös koordináta-rendszerben a v haladási sebesség függvényében (a γ_y kúszás vizsgálatánál a v_y keresztirányú relatív sebességet tekintjük független változónak adott v_h haladási sebesség-nél). A $\mu_{Coul}(v)$ függvénynek szakadása van $v = 0$ -nál, ezt a szakadást oldja fel a keresztirányú mozgásokra érvényes $\mu_y(\gamma_y)$ függvény meredek kezdeti, közelítőleg lineáris szakasza a $\mu_{Coul} = \mu_0$ tetőzéssel együtt. Így a $\mu_y(\gamma_y)$ függvény egyetlen, folytonos függvény, a szakadással és törésponttal bíró $\mu_{Coul}(v)$ Coulomb súrlódási tényező függvénye helyett.



3.4. ábra. Az erőkapcsolati tényező és a Coulomb-súrlódás

Visszatérve a 3.3. ábrához, a c) részen bemutatott érintkezési szélsőség vektorháromszögében mind a β_b , mind a ρ_b szög felveszi a már említett szélső értékét. Ekkor az Y_b vezetési erő és a Q_b függőleges kerékerő hányadosára felírható:

$$\frac{Y_b}{Q_b} = \operatorname{tg}(\beta_b - \rho_b) = \frac{\operatorname{tg}\beta_b - \operatorname{tg}\rho_b}{1 + \operatorname{tg}\beta_b \cdot \operatorname{tg}\rho_b} = \frac{\operatorname{tg}\beta_b - \mu_0}{1 + \operatorname{tg}\beta_b \cdot \mu_0} = \frac{\operatorname{tg}\beta_b - \mu_{\text{Coul}}}{1 + \operatorname{tg}\beta_b \cdot \mu_{\text{Coul}}}$$

Ha most behelyettesítjük a $\beta_{\max} = 60^\circ$ és a $\mu_0 = 0,27$ értékeket, a hányados:

$$\left. \frac{Y_b}{Q_b} \right|_{\max} = \frac{\operatorname{tg}60^\circ - 0,27}{1 + \operatorname{tg}60^\circ \cdot 0,27} = 1,03 \cong 1,0$$

Az átvihető legnagyobb vezetési erő tehát ebben az esetben a mindenkori függőleges kerékerheléssel lehet egyenlő. (Megjegyezzük, hogy az **1,0** értékű hányados kedvéért választották éppen a $\mu_0 = 0,27$ értéket, mint a száraz, tiszta sín- és kerékfelület-párra jellemző Coulomb-súrlódási együtthatót, valamint kihasználták, hogy a képlet megszületésekor a kerékkarima kúpos szakaszának a hajlásszöge történetesen $\beta = 60^\circ$ volt.)

Mindezekből következik, hogy a vezetési erők mérése mellett a függőleges kerékerhelések mérése is elengedhetetlen a futásbiztonság meghatározása szempontjából. A vezetési erők és a függőleges kerékerhelések mérése azonban közvetlenül nem lehetséges, mert egyrészt mind a keréken, mind a sínen folyamatosan mozog az érintkezési pont, másrészt az érintkezési hely közvetlen közelébe nem lehet érzékelőt telepíteni. Ezért a kerékpárra ható többi erő mérésével kell közvetett módszerrel meghatározni a vezetési erőket és a függőleges kerékerheléseket, természetesen az idő függvényében.

3.2.3. A kerékpárra ható erők

A járműszerkevény terhelései a csapágyak közvetítésével jutnak el a kerékpárokra, ezeknek a reakcióerőit a sínek fejtik ki a kerékpárokra. Tekintsük át ezeket a terheléseket. Ehhez a 3.5. ábra ad segítséget. Az ábra vázlatosan szemlélteti a menetirány szerinti első kerékpárra ható erőket: a bal- és jobboldali csapágyakra ható vízszintes F_{yb} és F_{yj} erőket, valamint a vezetési Y_b és Y_j erőket és a függőleges Q_b és Q_j erőket. A kerékpár G_k súlyerejét és a keresztirányú $y_k(t)$ kerékpárgyorsulásból eredő $m_k y_k(t)$ tömegerejét elhanyagoljuk a viszonylag csekély nagyságuk miatt.

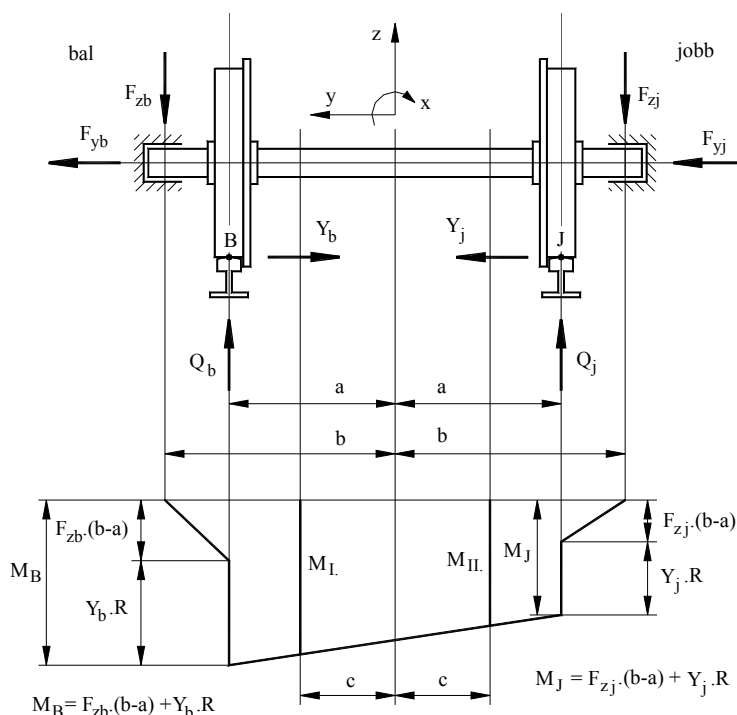
A kerék és a sín B és J érintkezési pontjára felírhatjuk a felsorolt vízszintes és függőleges erők nyomatékegyensúlyi egyenletét, itt már figyelembe vesszük, hogy valamennyi erő az idő függvénye, így következő egyenletet kapjuk:

A nyomatékegyensúly a „ B ” pontra:

$$\sum M(B) = -F_{yb}(t) \cdot R - F_{zb}(t) \cdot (b-a) - Q_j(t) \cdot 2 \cdot a + F_{zj}(t) \cdot (a+b) - F_{yj}(t) \cdot R = 0$$

Ha mérjük az $F_{yb}(t)$, $F_{zb}(t)$, $F_{zj}(t)$ és $F_{yj}(t)$ erőket, kifejezhetjük a $Q_j(t)$ erőt:

$$Q_j(t) = -[F_{yb}(t) + F_{yj}(t)] \cdot \frac{R}{2 \cdot a} - F_{zb}(t) \cdot \frac{b-a}{2 \cdot a} + F_{zj}(t) \cdot \frac{a+b}{2 \cdot a}$$



3.5. ábra. A kerékpárra ható erők

Hasonlóképpen a nyomatékegyensúly a „ J ” pontra:

$$\sum M(J) = -F_{yb}(t) \cdot R - F_{zb}(t) \cdot (a+b) + Q_b(t) \cdot 2 \cdot a - F_{yj}(t) \cdot R + F_{zj}(t) \cdot (b-a) = 0$$

Kifejezve a $Q_b(t)$ kerékerőt:

$$Q_b(t) = [F_{yb}(t) + F_{yj}(t)] \cdot \frac{R}{2 \cdot a} + F_{zb}(t) \cdot \frac{a+b}{2 \cdot a} - F_{zj}(t) \cdot \frac{b-a}{2 \cdot a}$$

Látható a nyomatékegyenletekből, hogy a keresztirányú $Y_b(t)$ és $Y_j(t)$ vezetési erőket nem lehet meghatározni a csapágyerők mért értékeiből. A keresztirányú vezetési erőket csak a kerékpárra ható hajlítónyomatékok ábrájának metszékeiből lehet meghatározni.

A hajlítónyomatéki ábrán két helyén ugrásszerű növekedés látható: a két kerék névleges gördülőkörének síkjában; ezekben a síkokban a nyomaték értéke $M_B(t)$ és $M_J(t)$:

$$M_B(t) = F_{zb}(t) \cdot (b - a) + Y_b(t) \cdot R \quad \text{és} \quad M_J(t) = F_{zj}(t) \cdot (b - a) + Y_j(t) \cdot R$$

Az $Y_b(t)$ és $Y_j(t)$ vezetési erők meghatározásához ismerni kellene $M_B(t)$ és $M_J(t)$ értékét, de a kerékagyak alatt nem lehet hajlítónyomatékot mérni, ehelyett a két kerék között lineárisan változó hajlítónyomatéki ábrán lehetne két nyomaték-metszékét mérni, az ábrán a középsíktól d távolságban, jobbra és balra. Ezekben a síkokban a nyomatékot az ábrán $M_I(t)$ -vel és $M_{II}(t)$ -vel jelöltük. Ha méréssel meghatározzuk $M_I(t)$ és $M_{II}(t)$ értékét, akkor ezekből számítással határozhatjuk meg $M_B(t)$ és $M_J(t)$ számértékét:

$$M_B(t) = M_I(t) \cdot \frac{a+c}{2c} - M_{II}(t) \cdot \frac{a-c}{2c}, \quad M_J(t) = M_{II}(t) \cdot \frac{a+c}{2c} - M_I(t) \cdot \frac{a-c}{2c}$$

Ekkor a keresztirányú $Y_b(t)$ és $Y_j(t)$ vezetési erők nagysága:

$$Y_b(t) = \frac{M_B(t)}{R} - F_{zb}(t) \cdot \frac{b-a}{R} = \frac{1}{R} \cdot \left[M_I(t) \cdot \frac{a+c}{2c} - M_{II}(t) \cdot \frac{a-c}{2c} \right] - F_{zb}(t) \cdot \frac{b-a}{R}$$

$$Y_j(t) = \frac{M_J(t)}{R} - F_{zj}(t) \cdot \frac{b-a}{R} = \frac{1}{R} \cdot \left[M_{II}(t) \cdot \frac{a+c}{2c} - M_I(t) \cdot \frac{a-c}{2c} \right] - F_{zj}(t) \cdot \frac{b-a}{R}$$

Az $Y_b(t)$ és $Y_j(t)$ vezetési erők meghatározásához tehát elkerülhetetlen az $M_I(t)$ és $M_{II}(t)$ hajlítónyomaték-idő függvényeknek a mérése.

A mérési feladat tehát az, hogy a forgó járműtengelyen hajlítónyomatékot kell mérni, ugyanakkor azt sem szabad figyelmen kívül hagyni, hogy a tengelyre mindig hathat tengelyirányú erő is. Így a mérési feladat kettős: először is meg kell mérni a hajlító nyomatékot, de úgy, hogy az esetlegesen ható tengelyirányú erők mérési jele ne zavarja a nyomatékmérést; másodsor meg kell oldani a forgó tengelyen végrehajtott mérés jelének levételét és feldolgozását.

A mérési feladat első részének megoldását részletesen bemutattuk az 1. Metrológia, mérés-technika fejezet 1.3.2.4. alfejezetében. Az 1.32. ábra szerinti elrendezés és az 1.33. ábra szerinti kapcsolás eredményeképpen a mérőhíd U_{ki} kimenő feszültsége jó közelítéssel csak az M_h hajlító nyomaték számértékével lesz arányos:

$$U_{ki} \cong U \cdot r_M = U \cdot k \cdot \frac{M_h}{E \cdot K_z} = C \cdot M_h \quad \text{illetve} \quad U_{ki}(t) = C \cdot M_h(t)$$

mivel a hajlítónyomaték, és így a kimenő feszültség egyaránt változik az idő folyamán.

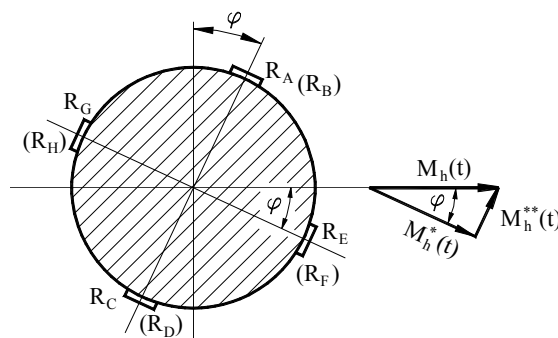
A mérési feladat második része a tengely forgásának a következménye. Az $M_h(t)$ hajlító nyomaték síkja mindig függőleges, tehát az $\mathbf{M}_h(t)$ vektor mindig párhuzamos a jármű hossz-tengelyével. Az R_A , R_B , R_C , és R_D bélyegek síkja viszont a tengellyel együtt forog (3.6. ábra).

Ha a tengely elfordult φ szöggel, az R_A , R_B , R_C , és R_D bélyegek a síkjukra merőleges $M_h^*(t)$ nyomaték-összetevőt érzékelik, amelynek nagysága: $M_h^*(t) = M_h(t) \cdot \cos \varphi$, ami pedig periodikusan változik, még ha $M_h^*(t) = \text{áll.}$ akkor is.

Viszont az $M_h(t)$ hajlítónyomaték eredeti függvényét úgy lehet visszakapni, ha az R_A , R_B , R_C , és R_D bélyegek síkjára merőlegesen, hasonló elrendezésben másik négy nyúlásmérő bé-

lyeget is felragasztunk: ezek az R_E , R_F , R_G , és R_H bélyegek lesznek. Ezek a bélyegek viszont az $M^{**}_h(t)$ nyomaték-összetevőt érzékelik, amelynek értéke: $M^{**}_h(t) = M_h(t) \cdot \sin \varphi$, mert az így alkalmazott nyolc darab nyúlásmérő bélyeggel érzékelt $M^*_h(t)$ és $M^{**}_h(t)$ nyomatékfüggvények pithagoraszi összegzésével visszakaphatjuk a tényleges $M_h(t)$ hajlítónyomaték függvényét:

$$\sqrt{M^*_h(t)^2 + M^{**}_h(t)^2} = \sqrt{M_h(t)^2 \cdot \cos^2 \varphi + M_h(t)^2 \cdot \sin^2 \varphi} = M_h(t).$$



3.6. ábra. Mérés a forgó tengelyen két merőleges síkban

Ennek viszont az a mérés technikai következménye, hogy még ha csak a két keréktárcsa közötti $M_I(t)$ és $M_{II}(t)$ nyomatékokat kell is megmérnünk (3.5. ábra), akkor is $2 \times (4+4) = 16$ mérőbélyeget kell felragasztani négy különböző mérőhíd alakjában, ami hidanként négy, összesen $4 \times 4 = 16$ kivezetést jelent. A jelek levételére a csúszógyűrűs, vagy a rádiófrekvenciás jeltovábbítás jöhet számításba.

A csúszógyűrűs kivezetésnek az a nagy nehézsége, hogy a bronz csúszógyűrű és a rajta csúszó szénkefe között az átmeneti érintkezési ellenállásra csak igen csekély érték engedhető meg, mert a mérőbélyegek ellenállás-változása $m\Omega$ nagyságrendű, így a csúszógyűrű-kefe átmeneti érintkezési ellenállása a $m\Omega$ -nak legfeljebb $1/100$ -a, de inkább $1/1000$ -e lehet csak, amennyiben el akarjuk kerülni, hogy a csúszógyűrű érintkezési ellenállás-változása ne képezzen összemérhető zajt a mérőbélyegek ellenállás-változásához képest. A Hottinger katalógusban olyan csúszógyűrűs kivezetés (SK5, SK6 és SK12, [6]-165.o.) létezik, amelynél a csúszógyűrű és a kefe közötti átvezetési ellenállásra csak annyit adnak meg, hogy az $R' < 40 m\Omega$, és ez az érték a körülfordulás közben $\Delta R' < 2 m\Omega$ értékkel változhat. Ha egy nyúlásmérő bélyegnek ugyanekkor a fajlagos ellenállás-változása: $\Delta R = 0,040 \pm 0,002 \Omega$, a hozzátartozó nyúlás értéke: $r = k \cdot \varepsilon$, innen a nyúlás, ha a bélyeg nyúlás-tényezője: $k = 2,0$ és a bélyeg ellenállása terheletlen állapotban: $R_0 = 120 \Omega$, akkor:

$$\varepsilon = \frac{r}{k} = \frac{R_0}{k} = \frac{120}{2} = (0,0001667 \pm 0,0000083333),$$

egyirányú bélyeg esetén az ehhez tartozó húzófeszültség:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = 2 \cdot 10^5 \cdot (0,0001667 \pm 0,0000083333) = 33,34 \pm 1,6667 \text{ MPa}$$

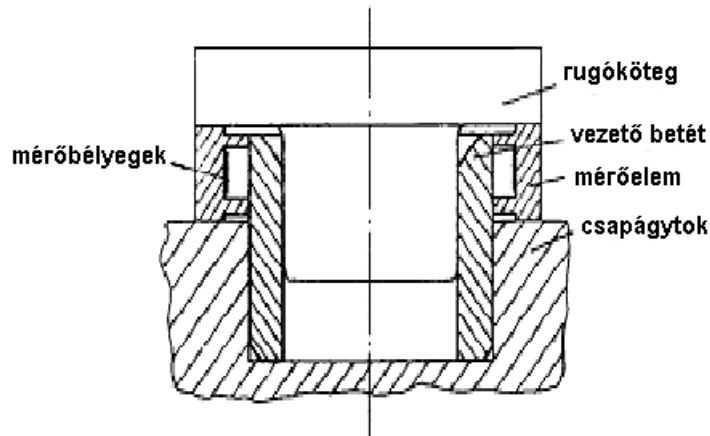
Ez a feszültségérték egyszerűen már nem hanyagolható el, valamilyen alkalmas módon ezt ki kell szűrni a mért összes nyúlás jeléből. A gondokat még tetézi, hogy csak tengelyvégre

felerősíthető, illetve a tengelyre ráhúzható csúszógyűrű-változat létezik, tehát csak állandó tengelyátmérő esetében használható. Átlagos felépítésű vasúti kerékpár esetén nagy kérdés, hogy a két keréktárcsa közé hogyan lehetne egyáltalán felhúzni a csúszógyűrűket.

A rádiófrekvenciás jelkivezetés technikailag már üzembiztos működésű, csak igen drága, főleg azért, mert egy ilyen jeltovábbító egység csak egy fél-híd vezetőkeit tudja pótolni, így a jelen mérési feladat esetében nyolc ilyen továbbító egység volna szükséges.

3.2.4. A csapágyerők mérése

Az elmondottakból következik, hogy az $F_{yb}(t)$, $F_{yj}(t)$, $F_{zb}(t)$ és $F_{zj}(t)$ csapágyerők megmérése fontos a $Q_b(t)$ és $Q_j(t)$ függőleges kerékterhelések meghatározása céljából. Mind a függőleges, mind a vízszintes keresztirányú csapágyerők megmérhetők a csapágyházon belül, a csapágyak és a csapágyház csekély mértékű átalakítása árán. Az $F_{zb}(t)$ és $F_{zj}(t)$ csapágyerők mérési módszerét a 3.7. ábra mutatja be vázlatosan.

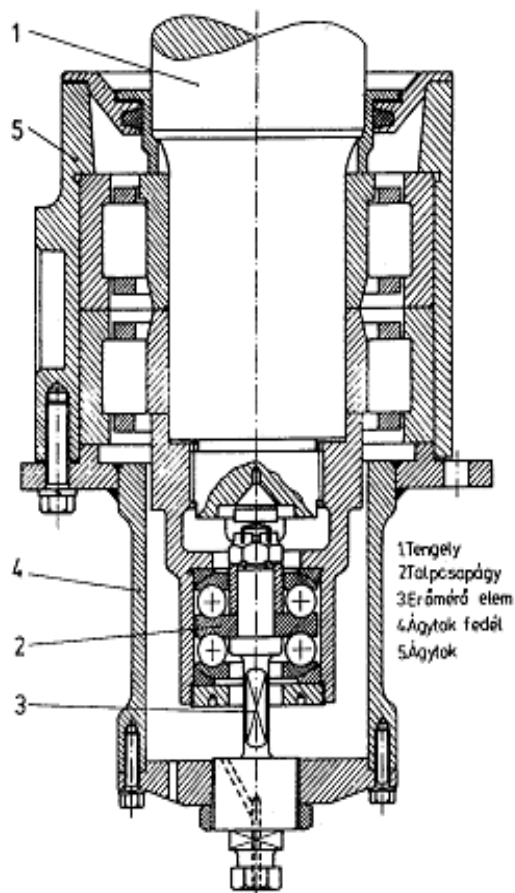


3.7. ábra. Csapágyerő mérése a csapágyházban

A függőleges csapágyerőket úgy lehet mérni, hogy a csapágyak és a rugók teherátadó része közé gyűrűalakú mérőelemet építenek be, amelyre a nyúlásmérő bélyegeket alkotóirányban, a hengerpaláston egyenletesen elosztva ragasztják fel. Ha a nyomóerő nem koncentrikus, és emiatt a mérőelem hajlítva is van, megfelelő bélyegkapcsolással (1.3.2.5. fejezet) ki lehet küszöbölni a parazita hajlítónyomaték jelének zavaró hatását.

Az $F_{yb}(t)$ és $F_{yj}(t)$ keresztirányú csapágyerők mérési módszerét a 3.8. ábrán láthatjuk. Az ábra a Magyar Államvasutaknál rendszeresített hengergörgős csapágyazást mutatja be, a vízszintes csapágyerők mérésére átalakítva. Az átalakításnak az a célja, hogy a mérendő csapágyerőket ne a hengergörgős csapágyak belső gyűrűi közvetítsék a csapágyháztól a tengelyre (és viszont), hanem egy erre a célra beépített, két irányban működő talpcsapágy (az ábrán a 2. számú alkatrész) adja át a beépített hengeres rúd alakú mérőelemnek (a 3. számú alkatrész). Az átalakítás két részből áll. Az egyik rész a keresztirányban külső hengergörgős csapágy belső gyűrűjének olyan lemunkálása, hogy a hengergörgők tengelyirányban szabadon elmozdulhassanak. A másik rész a csapágyház fedelének helyettesítése a talpcsapágyat a mérőelemmel együtt magában foglaló házrészszel (4. számú alkatrész). Ebben az elrendezésben biztosít

ható, hogy a keresztirányú csapágyerőket csak a „3” mérőelem viszi át, így a ráragasztott nyúlásmérő bélyegek ezeket az erőket érzékelik.



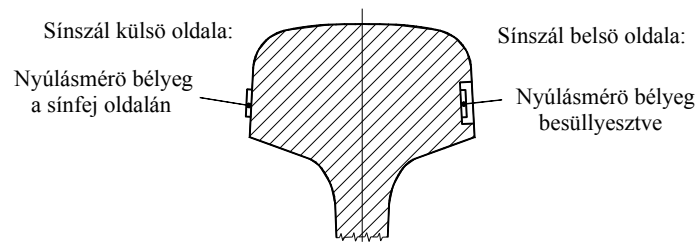
3.8. ábra. Keresztirányú csapágyerők mérése

3.2.5. Erőmérési lehetőségek a sínen

Lehetőség van arra, hogy a sínre ragasztott nyúlásmérő bélyegekkel a vízszintes vezetési erőkre, valamint a függőleges csapágyerőkre bizonyos információkhoz jussunk.

a) A vezetési erők mérése.

A vezetési erők a vízszintes síkban hajlítják a sínt (főleg a sínfejet), ezért a sínfej külső oldalára ragasztott bélyegekkel lehet érzékelni ezt a hajlító igénybevételt. A sínfej belső oldalára is lehet bélyeget ragasztani, ha megfelelő besüllyesztést készítünk (3.9. ábra).

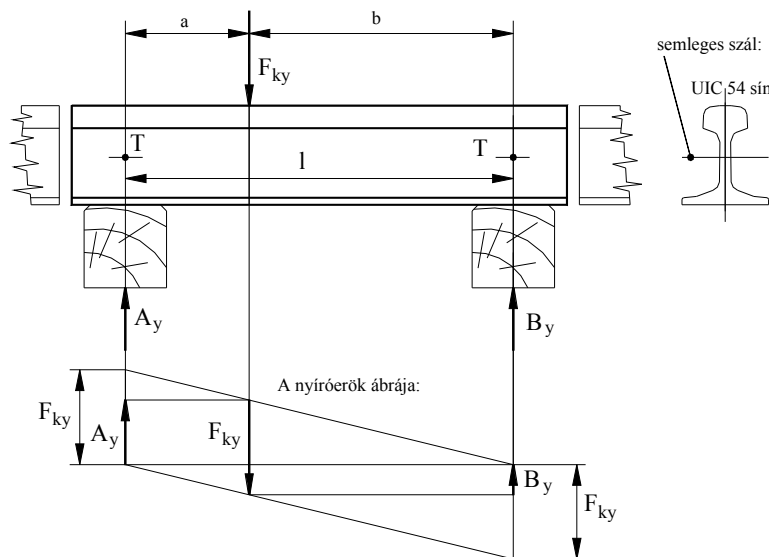


3.9. ábra. Erőmérés a sínfejen

A sínfej oldalára ragasztott bélyeg (bélyegek) elsősorban egy aljközben ható vezetési erőt képesek érzékelni megfelelően nagy érzékelt jellel. Emiatt nem biztos, hogy a pályahossz mentén és az időben is változó vezetési erő csúcsertékét éppen az aljköz közepén éri el, tehát a mérési eredmény eléggé bizonytalan. Ismert nagyságú vízszintes keresztirányú erővel lehet kalibrálni.

b) A függőleges kerékerők mérése.

A függőleges kerékerők sínen történő mérése megbízhatóbb eredményű, mint a vezetési erők hasonló mérése. Ugyanis ha a sínzsal egy meghatározott $A - B$ aljközének teljes hosszán belül, bárhol is hat az F_{ky} függőleges kerékerő, a mérési módszer ezt érzékelni tudja. A mérés elve a nyíróerők mérésén alapul (3.10. ábra).



3.10. ábra. Függőleges erők mérése a sínen

Tételezzük fel, hogy a sínzsalból kivágunk egy „ l ” aljköznyi szakaszt. Ezt a szakaszt a függőleges F_{ky} erő hajlításra terheli. A semleges szál közelében (jobboldali ábrarész) gyakorlatilag nincs húzófeszültség, csak nyírófeszültség, ami a hajlítás által keltett nyíróerővel arányos.

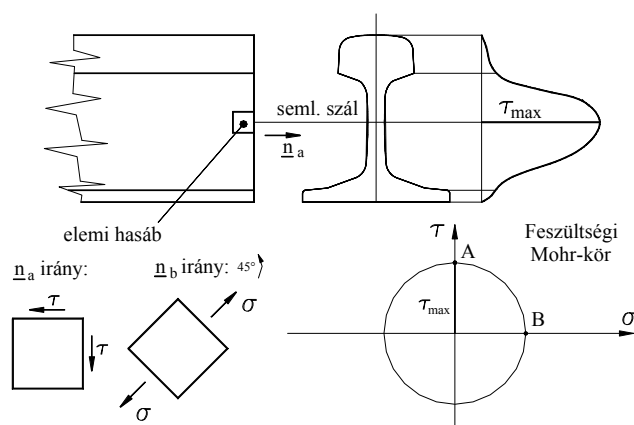
Ha az F_{ky} függőleges kerékerő az „ A ” alátámasztástól a távolságban hat, akkor az „ a ”-n belül az A_y baloldali nyíróerő mérhető, míg a „ b ” szakaszon belül B_y , e két nyíróerő összege éppen F_{ky} . Így, ha az F_{ky} függőleges kerékerő akárhol is hat az „ l ” aljközön belül, az A_y és B_y

nyíróerők összege mindig F_{ky} lesz. Így a mérési feladat ennek a két nyíróerőnek a mérése lesz.

A nyíróerőket a csúszató feszültségekből tudjuk meghatározni. Hajlított tartóban a mindenkori V nyíróerő és az általa keltett τ nyírófeszültség között a következő összefüggést használjuk:

$$\tau = \frac{V \cdot M_s}{I_z \cdot (2 \cdot z)}$$

ahol M_s az elcsúszni akaró keresztmetszet-rész statikai nyomatéka a semleges szálra, I_z a tartó keresztmetszetének másodrendű nyomatéka a hajlítás tengelyére, $(2 \cdot z)$ a keresztmetszet keresztirányú mérete (3.11. ábra).

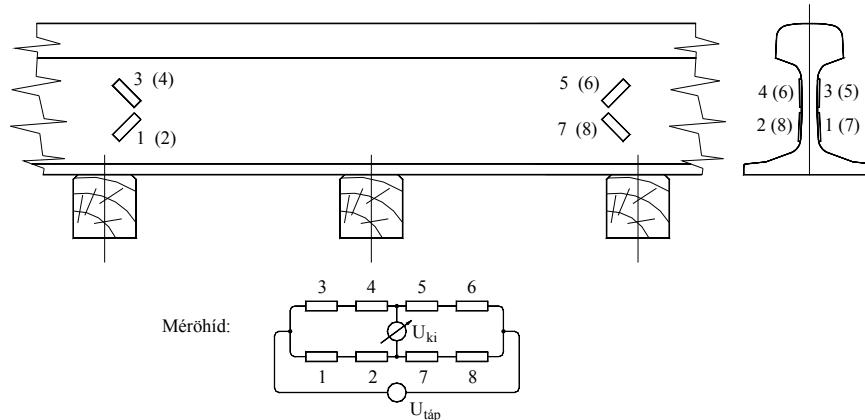


3.11. ábra. Nyíróerő mérése sínen

A τ csúszató feszültség legnagyobb értéke a keresztmetszet semleges szálában ébred (M_s itt a legnagyobb). A hajlításból itt nem ébred σ húzófeszültség. Így a feszültségi állapot tiszta nyírás, ennek a Mohr-köre az ábra jobboldali részén látható.

A Mohr-kör kerületi pontjainak az elemi hasáb oldalainak normálisa felel meg, így például a Mohr-körön az „A” pontban csak τ csúszató feszültség ébred, húzófeszültség nem: $\sigma = 0$. Ez megfelel az n_a iránynak. Viszont a körön az óra járása szerint 90° -kal elfordulva eljutunk a „B” pontba, ahol $\tau = 0$ és csak σ van. A „B” pontnak az elemi hasábon az n_b irány felel meg, az n_b normális az n_a -val feleakkora, 45° -os szöget zár be, és ellentétes irányban fordul el. Az n_a irányú elemi hasábra csak σ feszültség hat, amelynek számértéke megegyezik a τ feszültséggel. A T pontban (3.10. ábra) az n_b irányban felragasztott nyúlásmérő bélyeg által érzékelt ϵ nyúlás arányos lesz a σ feszültséggel, ami számértékre egyenlő a τ csúszató feszültséggel.

Végeredményben tehát, ha a hajlításnak kitett sáncban semleges szálának közelében a nyíróerőt mérni kívánjuk, a tartó hosszirányával 45° -os szögben felragasztott nyúlásmérő bélyegekkel az ϵ fajlagos nyúlást kell megmérnünk, ez pedig végeredményben arányos lesz a V nyíróerővel. A gyakorlatban alkalmazott módszert a 3.12. ábrán mutatjuk be.



3.12. ábra. Nyíróerők mérése a függőleges erők meghatározásához

A függőleges kerékerők mérésére bemutatott módszert egy rendező-pályaudvar bejáratánál telepített automatikus kerékterhelés-mérő berendezésben alkalmazták [18]. Az építés és tesztelés során a következő tapasztalatokat szerezték:

- A mérőbázis akár két teljes betonalj-köz is lehet;
- A mérőbélyegeket célszerű a síngerinc mindkét oldalán is alkalmazni a mérőbélyegek érzékenységének növelése céljából;
- A mérőbélyegek akkor is a terhelő erővel arányos jelet szolgáltatnak, ha a semleges száltól csak bizonyos távolságra lehet elhelyezni azokat
- Ugyanabban a függőlegesben két, egymással 90^0 -ot bezáró bélyeget is lehet alkalmazni.

Összefoglalva a sínen végrehajtható erőmérési módszerek jellegzetességeit, megállapítható, hogy a mérőérzékelőknek csak a közvetlen környezetében adnak használható mérési jelet a vezetési erő, vagy a függőleges kerékterhelés pillanatnyi értékéről, hosszabb $Y(t)$, illetve $Q(t)$ jeleket így nem kaphatunk.

3.2.6. Erőmérési lehetőségek a keréktárcsán

A teljesség kedvéért megemlítjük még az [1]-3.23 fejezetében említett mérési módszert. A módszer lényege az, hogy a vasúti járműkerék tárcsáján általában lehet találni olyan sugarú kört, amelyen az Y vezetési erő, illetve Q kerékterhelés hatására fellépő nyúlás főleg a vezetési erőtől és kismértékben a függőleges kerékterheléstől függ, és van olyan sugarú kör is, amelyen a nyúlás elsősorban a függőleges kerékterhelésektől és csak kismértékben a vezetési erőtől függ.

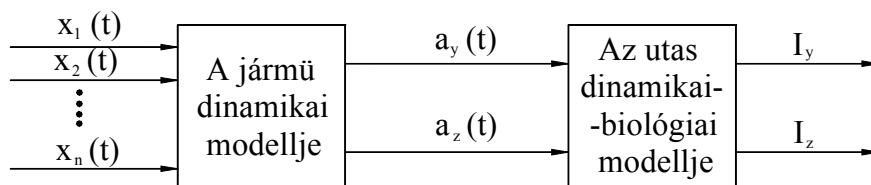
Ezeket a keréksugarakat úgy lehet megtalálni, hogy a vasúti jármű keréktárcsájára többféle keréksugáron sugar-, illetve érintőirányú nyúlásmérő bélyegeket ragasztunk, majd a kerékpárt megfelelő berendezésben mereven megfogva a karimára Y vezetési erőt, illetve Q függőleges kerékerőt fejtünk ki. Általában lehet találni olyan keréksugarat, ahol főleg a vezetési erő által keltett nyúlás, és lehet találni keréksugarat, ahol főleg a függőleges kerékterhelés által keltett nyúlás érzékelhető a felragasztott nyúlásmérő bélyegekkel. Olyan keréksugár biztosan nincs, amelyen az érzékelt nyúlást kizárólag a vezetési erő keltene, és olyan sincs, amelyen kizárólag a függőleges kerékterhelés keltene nyúlást, csak olyant lehet találni, amelyen túlnyomó-

részt az egyik, vagy a másik erő kelt nyúlást. Ha ezt a két sugarat sikerült megtalálni, ezeken a sugarakon a kör kerülete mentén egyenletesen elosztva hat, esetleg nyolc nyúlásmérő bélyeget ragaszthatunk fel, ezeket megfelelő mérőhídba kötve ([1]-3.3. ábra) folytonos $Y(t)$, illetve $F_{ky}(t)$ időfüggvényt kaphatunk.

A módszer egyetlen előnye, hogy folytonos idő-függvényt tud szolgáltatni, tehát meghatározott hosszúságú pályaszakaszt befutva folytonos $Y(t)$, illetve $Q(t)$ időfüggvényt kaphatunk. Két hátránya közül a kisebbik, hogy a mért erő-idő függvény csak közelítő. A nagyobbik hátrány a mért jelek levételének nehézsége, itt csak utalunk a 3.2.3. fejezetben említett jellevélteli problémákra. További részletek [19]-ben találhatóak.

3.3. A futásminősítő mérések

A vasúti járművek futásának minősítésével foglalkozó mérések azt vizsgálják, hogy az utasok kényelemérzete milyen fokú, miközben a vizsgált járműben ülve egy meghatározott pályaszakazon haladnak végig. Kezdetől fogva vizsgálták, hogy az utasok a mozgások milyen jellemzőjére érzékenyek, melyik okoz gyorsabb fáradást, kimerülést. A vizsgálatok egyik iránya a jármű különféle mozgásjellemzőinek (sebesség, gyorsulás stb.) az emberi komfortérzetre kifejtett hatását vizsgálta, és úgy találta, hogy az utasok a jármű vízszintes keresztirányú, valamint függőleges irányú gyorsulásaira érzékenyek leginkább. Ezek a vizsgálatok *Sperling* nevéhez fűződnek. Vizsgálatainak legfontosabb eredménye az volt, hogy az utasok a járművet érő sokféle $x_1(t)$, $x_2(t)$, ..., $x_n(t)$ gerjesztő hatás mozgásválaszai közül az $a_y(t)$ vízszintes keresztirányú, valamint az $a_z(t)$ függőleges gyorsulást tekintik a kényelemérzetük meghatározójának, így a kényelem-érzetüket egy I_y keresztirányú és egy I_z függőleges minősítő index felállításával lehet bemutatni (3.13. ábra).



3.13. ábra. A futásminőség jellemzése

Sperling számítási és értékelési módszert dolgozott ki e két indexszám, az I_y keresztirányú, és az I_z függőleges index meghatározására.

Megjegyezzük, hogy Európában és a tengerentúlon a vasutak más alapokon működő futásminősítő módszereket is alkalmaznak. Ezekről bővebben [1]-3.3. fejezetében és [9].-371-379 oldalán találhatunk.

3.3.1. A Sperling-féle futásminősítő index eredeti számítási módszere

A Sperling-féle futásminősítő index volt az első minősítési eljárás Európában, amely az átlagos utas szubjektív észlelését objektíven mérhető mennyiséggel, a vasúti jármű kereszt- és függőleges irányú gyorsulásával kapcsolta össze matematikailag. A Sperling-féle minősítő index a német szakirodalomban *Wertezahl* (*Wertungszahl*) névvel és W_y , valamint W_z jelölés-

sel terjedt el, a magyar szakirodalomban a *futásjósági szám* elnevezést használják leggyakrabban.

A Sperling-féle futásminősítés számításának eredeti formája a kézzel végrehajtott értékelésre épült. A jelenleg használt értékelési módszer a korszerű számítástechnika alkalmazására épült, és csak ebben különbözik az eredeti értékelési módszertől. Amint látni fogjuk, a jelenlegi módszer minden fontos összetevőt átvett az eredeti módszerből.

Sperling összefüggést keresett az átlagos utas kényelemérzete, valamint az utasra rákényszerített gyorsulás frekvenciája és amplitúdója között. Sok önkéntes jelentkezőt ültetett rázópadra és rázott különféle gyorsulás-frekvenciával és –amplitúdóval. A kísérleti személyeknek 1-től 5-ig terjedő skálán kellett osztályozniuk a kényelemérzetüket. A rázókérdések eredményei alapján a következő képleteket vezette le a keresztirányú és függőleges irányú gyorsulások amplitúdója és frekvenciája, valamint a kísérleti személyek által megadott indexszámok között:

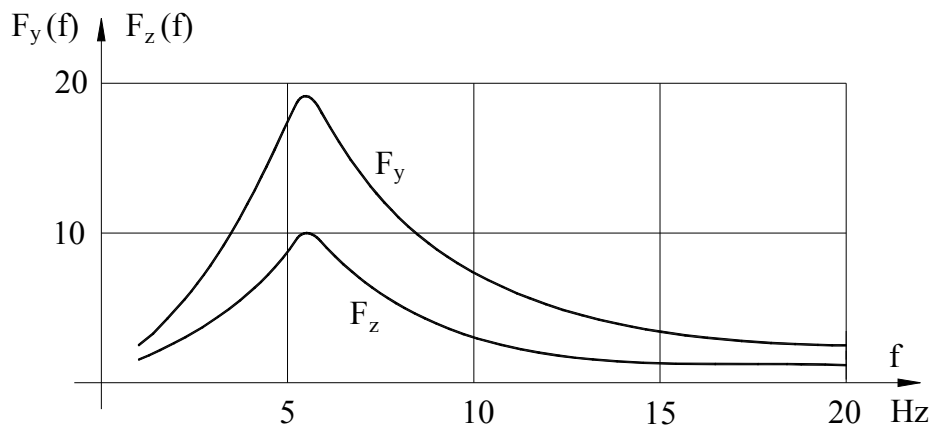
a) vízszintes keresztirányban: $W_y = 0,896 \cdot 10 \sqrt{\frac{a_y^3}{f}} \cdot F_y(f)$	b) függőleges irányban: $W_z = 0,896 \cdot 10 \sqrt{\frac{a_z^3}{f}} \cdot F_z(f)$
---	--

ahol: a_y , illetve a_z : a keresztirányú, illetve függőleges gyorsulások mértékadó amplitúdója, cm/s^2 -ben mérve;

$F_y(f)$, illetve $F_z(f)$: tapasztalati függvények keresztirányban és függőleges irányban, amelyek az átlagos utas frekvencia-érzékenységét fejezik ki;

f : a gyorsulás frekvenciája Hz-ben.

Az átlagos utas frekvencia-érzékenységére jellemző függvényeket a 3.14. ábrán láthatjuk.



3.14. ábra. Az átlagos utas frekvencia-érzékenységére jellemző függvényeket

Az $F_y(f)$ és $F_z(f)$ görbék nem aritmetikai függvény alakjában adták meg, hanem grafikusán. A kereszt- és függőleges irányú mértékadó a_y , illetve a_z gyorsulásokat, valamint a hozzájuk tartozó f frekvenciát kézzel értékelve, becslés alapján határozták meg a papírszalagra készített oszcillogrammokból. Az így kapott W_y és W_z indexszámok alapján a vizsgált jármű futását a következő módon minősítették:

1. nagyon jó futás, a jármű rezgése még éppen érzékelhető;
2. jó futás, érzékelhető a rezgés;
3. kielégítő futás, erősen érzékelhető, kissé kellemetlen, de még elviselhető a jármű rezgése;
4. még üzemképes futás, de rendkívül kellemetlen a rezgés, hosszú idő után már káros;
5. a jármű futása már üzemveszélyes.

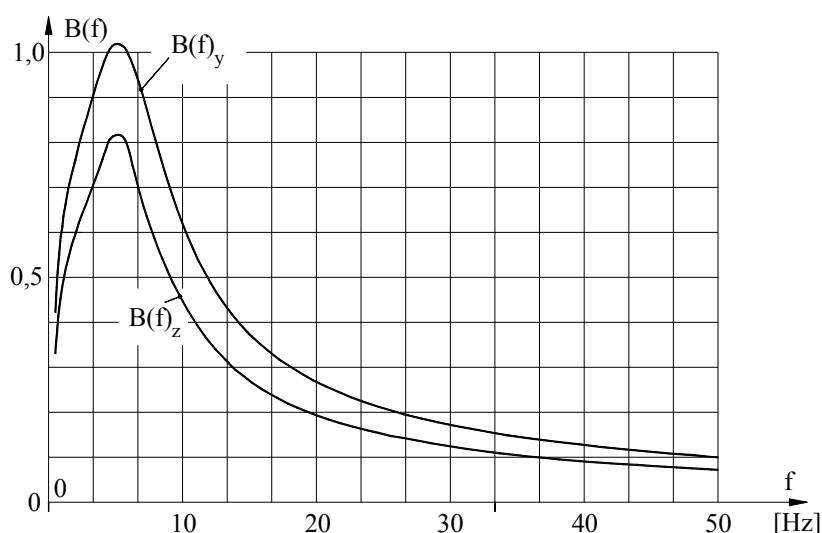
Az előadottakból látható, hogy a közvetlenül regisztrált oscillogrammból a leírt értékelési mód körülményes, nehézkes és sok szubjektív elemet tartalmaz, ezeket a jelenleg használt értékelési mód kiküszöbölte. Ezt a következő fejezetben ismertetjük.

3.3.2. A Sperling-féle futásjósági mérőszám jelenleg alkalmazott képlete és értékelési módszere

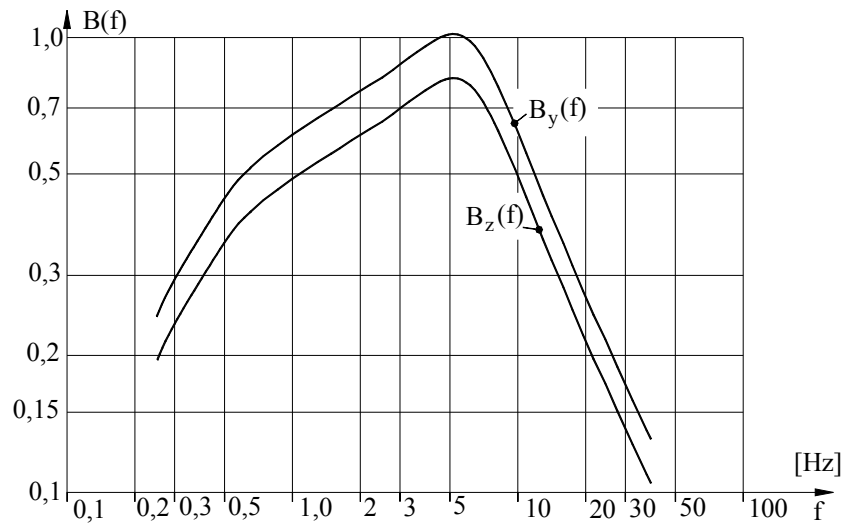
A Sperling-féle futásjósági szám eredeti képletének használata során a legtöbb bizonytalanságot az okozta, hogy többféle becült (a, f) értékpárt is lehetett meghatározni, majd ezekből kellett egy egyenértékű W futásjósági indexet meghatározni. Ezt a nehézséget úgy hidalták át, hogy mindenekelőtt az eredeti $F_y(f)$ és $F_z(f)$ frekvencia-érzékenységi görbéket olyan $B_y(f)$ és $B_z(f)$ szűrőkarakterisztika-görbéké alakították át, amelyek egyrészt már meghatározott aritmetikai függvénnyel megadhatók voltak, másrészt a szerkezetükből kifolyólag kiküszöbölték a frekvenciával való osztást, amelyet az eredeti képletben alkalmaztak. Ez a két szűrő-karakterisztika az következő:

$$B_y(f) = 0,737 \cdot \sqrt{\frac{1,911 \cdot f^2 + (0,25 \cdot f^2)^2}{(1 - 0,277 \cdot f^2)^2 + (1,563 \cdot f - 0,0368 \cdot f^3)^2}} \quad \text{és} \quad B_z(f) = 0,8 \cdot B_y(f)$$

Ez a két szűrő-karakterisztika a 3.15. ábrán látható lineárisan skálázott frekvencia- és szűrő-karakterisztika tengellyel. A 3.16. ábrán pedig ugyanez a két görbe látható, a sokszor alkalmazott logaritmikus skálázással, mind a frekvencia-, mind a karakterisztika tengelyen.



3.15. ábra, Szűrő-karakterisztikák a futásjósági mérőszámhoz lineáris skálával



3.16. ábra, Szűrő-karakterisztikák a futásjósági mérőszámhoz logaritmus skálával

Így az értékelés első lépése a mért $a_y(t)$ és $a_z(t)$ gyorsulásjelek szűrése, ennek eredménye két szűrt $a_{y,szű}(t)$ és $a_{z,szű}(t)$ gyorsulás-idő függvény:

$$a_{y,szű}(t) = a_y(t) \otimes B_y(f) \text{ és } a_{z,szű}(t) = a_z(t) \otimes B_z(f)$$

ahol a \otimes szimbólummal a szűrés műveletét jelképeztük. A [9]-ben a 18. ábra háromféle lehetséges szűrőkapcsolást is bemutat a $B_y(f)$ és $B_z(f)$ szűrő-karakterisztikákat megvalósító szűrőkre.

A következő lépés a mértékadó gyorsulás-amplitúdók meghatározása mind a kereszt-, mind a függőleges irányban. Kihasználva azt a tapasztalati tényt, hogy a mért gyorsulásjelek csak egy számottevő harmonikus összetevőt tartalmaznak, mert a magasabb rendszámú összetevők amplitúdói már elhanyagolhatók, meghatározhatjuk a jelek effektív (RMS) értékét, majd az amplitúdókat ebből kaphatjuk meg. Az RMS-értékek:

$$a_{y,RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} a_{y,szű}(t)^2 \cdot dt} \text{ és } a_{z,RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} a_{z,szű}(t)^2 \cdot dt}$$

Ezekből az amplitúdók számértéke: $\hat{a}_y = \sqrt{2} \cdot a_{y,RMS}$ és $\hat{a}_z = \sqrt{2} \cdot a_{z,RMS}$.

Végül a futásminőségi indexszámok értékeinek képlete így egyszerűsül le:

$$W_y = \sqrt[10]{\hat{a}_y^3}, \text{ valamint } W_z = \sqrt[10]{\hat{a}_z^3}$$

Ez az értékelési módszer már kiküszöböli az eredeti módszer szubjektív elemeit, emellett számítógépet alkalmazva (akár analóg, akár digitális számítógépet), jelentősen meggyorsítja az értékelést.

Végeredményben látható, hogy a gyorsulásjelek értékelésében a $B_y(f)$ és $B_z(f)$ karakterisztikájú szűrések analóg áramkörökkel hajthatók végre, az effektív értékek és belőlük az amplitúdók meghatározása akár analóg, akár digitális számítástechnikával is történhet.

3.3.3. Egyéb futásminősítő eljárások

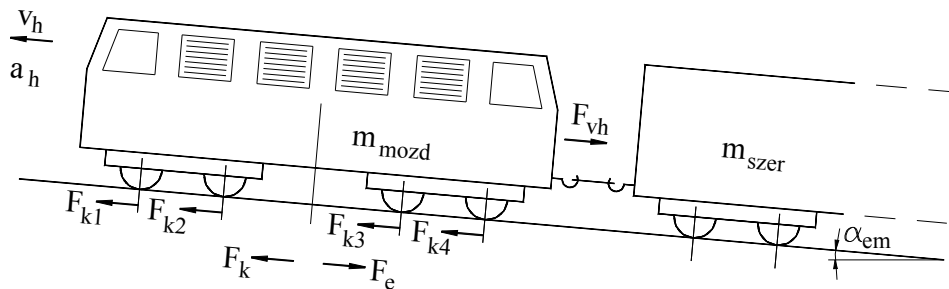
A Sperling-féle futásminősítő eljáráson kívül használatos még az ISO 2631 szerinti eljárás, a VDI-Richtlinien 2057/1974 szerinti eljárás, az SNCFT által alkalmazott újabb eljárás, a Leichtbau 2/80-ban javasolt eljárás, az UIC/ORE C116/RP. No 8. szerint javasolt eljárás, végül a JNR által alkalmazott eljárás. Ezekről az eljárásokról további részleteket [9]-ben találhatunk.

4. Vasúti menetdinamikai és energetikai mérések

A vasúti menetdinamikai mérések a vontatójárművek vonóerő-sebesség jelleggörbéjének kiméréséből, valamint a vasúti járművek alapellenállás-képletének meghatározásából állnak, az energetikai mérések pedig a vontatójárművek össz- és részhatásfokainak meghatározására szolgálnak.

4.1. Menetdinamikai mérések

A vasúti vontatójárművek vonóereje elsősorban a vonóhorgon kifejtett vonóerőben nyilvánul meg, amit méréssel meg tudunk határozni. Mivel a vonóhorgon kifejtett vonóerőn kívül még más erők is hatnak a vontatójárműre, ezért ezeket az erőket is figyelembe kell vennünk, ha a vontatójármű vonóerejét vizsgáljuk. Így a 4.1. ábrán bemutatott általános vontatási esetből kell kiindulnunk, amelyben a vontatójármű emelkedőben haladva, gyorsulás közben vontatja a szerelvényt.



4.1. ábra. Vonóerő mérés általános esete

Az ábrán az m_{mozd} tömegű mozdony vontatja az m_{szer} tömegű szerelvényt az α_{em} emelkedésű pályán. Pillanatnyi haladási sebessége v_h , gyorsulása a_h .

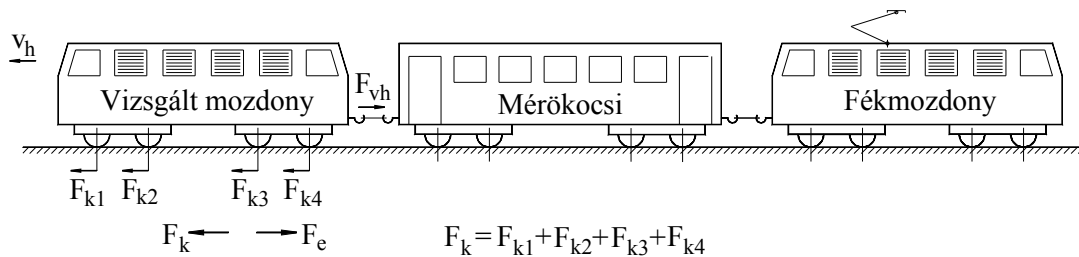
A mozdony gépezete a kerekek és a sín között ébredő F_{k1} , F_{k2} , F_{k3} és F_{k4} kapcsolati erőket fejt ki a pályára, F_e erő a mozdony menetellenállási ereje, végül F_{vh} a vonóhorgon (vonókészüléken) kifejtett vonóerő. Ekkor a pálya síkjában az erőegyensúly:

$$F_{k1} + F_{k2} + F_{k3} + F_{k4} - F_e - F_{vh} = a_h [m_{mozd} \cdot g \cdot (1 + \gamma_{mozd}) + m_{sze} \cdot g \cdot (1 + \gamma_{sze})]$$

A vasúti mérési gyakorlatban a következő egyszerűsítéseket vezették be:

1. A vontatott m_{szer} tömegű szerelvény helyett megfelelő teljesítményű fékmozdonyt alkalmaznak, amely a beállított v_h vontatási sebességet megfelelően szűk határok között képes tartani;
2. Mivel a vasúti pályákon alkalmazott α_{em} emelkedési (lejtési) szög számértéke általában nem haladja meg az 1° -ot, a 4.1. ábrán vázolt vontatási esetet vízszintes síkban lehet értelmezni.

Ekkor a vizsgált vontatási problémát a 4.2. ábrán látható elrendezésben lehet vizsgálni.



4.2. ábra. Vonóerő mérése fékmozdonyal

Mivel a fékmozdony alkalmazása esetén nincs gyorsulás, vagy lassulás, a vizsgált mozdonyra a haladási irányban a ráható erők egyensúlya:

$$F_{k1} + F_{k2} + F_{k3} + F_{k4} - F_e - F_{vh} = 0$$

ahol F_{k1} , F_{k2} , F_{k3} és F_{k4} az egyes kerékpárokra ható kapcsolati erők, F_e a mozdony menetellenállásereje, F_{vh} pedig a vonóhorgon (vonókészüléken) kifejtett vonóerő. Ha első közelítésben nem vizsgáljuk, hogy a kapcsolati erők hogyan oszlanak meg az egyes kerékpárok között, elegendő a kapcsolati erők F_k eredőjét vizsgálni:

$$F_k = F_{k1} + F_{k2} + F_{k3} + F_{k4}$$

ezzel a vizsgált mozdony pályairányú erőegyensúlya:

$$F_k - F_e = F_{vh}$$

A három erő közül méréssel csak az F_{vh} erőt tudjuk meghatározni, a mozdony gépezetének teljesítményére viszont az F_k erő ad jellemző értéket, így a vasúti mérési gyakorlatban az F_k erőt tekintik jellemző értéknek, ezt *kerékkerületi vonóerő*-nek nevezik. Ennek meghatározásához ismerni kell a mozdony F_e menetellenállási erejét:

$$F_e = F_{e0} + F_{ep}$$

ahol F_{e0} a mozdony alap-ellenállási ereje, F_{ep} a pálya-ellenállási erő:

az alap-ellenállási erő: $F_{e0} = G_{mozd} \cdot w_0 = G_{mozd} \cdot (a + b \cdot v_h + c \cdot v_h^2)$, ahol G_{mozd} a mozdony súlya kN-ban, v_h a haladási sebesség km/h-ban, a , b és c a mozdonytípusra jellemző, általában méréssel meghatározható együtthatók;

a pálya-ellenállási erő: $F_{ep} = F_{em} + F_{iv} = G_{mozd} \cdot e^{‰} + G_{mozd} \cdot w_{iv}$, ahol F_{em} a pálya emelkedési ellenállása N-ban, $e^{‰}$ a pálya lejtése ‰-ben (előjeles!), F_{iv} a pálya ívellenállása N-ban, w_{iv} a fajlagos pályaív-ellenállás N/kN-ban, a MÁV-nál a módosított Röckl-féle képletet használják, ez a képlet a következő:

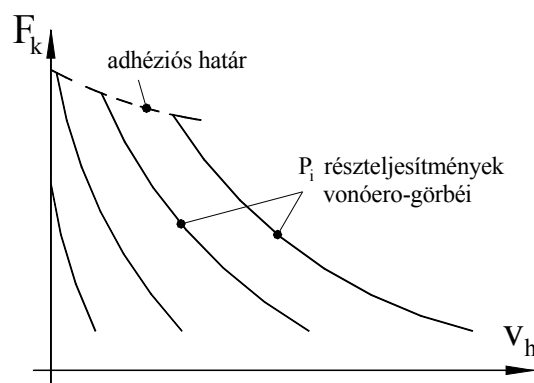
$$w_{iv}^{N/kN} = \frac{520}{R - 55} \quad \text{ahol } R: \text{ a pályaív sugara m-ben.}$$

Végül a vizsgált mozdony F_e menetellenállás-ereje:

$$F_e^N = G_{mozd}^{kN} \cdot \left[(a + b \cdot v_h^{km/h} + c \cdot v_h^2) + e^{‰} + \frac{520}{R^m - 55} \right].$$

Az F_e ellenálláserő meghatározásának számítási munkáját csökkenteni lehet, ha a mérést sík, egyenes pályán hajtjuk végre, de nem könnyű találni ilyen elegendő hosszú pályaszakaszt. A magyar vasúti mérési gyakorlat speciális szoftver (DasyLab, [23]) segítségével határozza meg – többek között - az F_e ellenálláserő pillanatnyi értékeit és így képezi folyamatosan az F_k kerékkerületi vonóerő számértékeit.

A vasúti vontató járművekkel szemben támasztott fontos követelmény, hogy a mozdony (vontató motorkocsi) gépezete ne csak a maximális teljesítménnyel legyen képes vontatni, hanem részteljesítmény-értékekkel is, így például az M 41 sorozatú dízelmozdony 15, a V 43 sorozatú villamosmozdony 40 részteljesítmény-fokozattal is tud vontatni. Ennek megfelelően ennyi különálló vonóerő-sebesség jelleggörbe is tartozhat az egyes mozdonytípusokhoz, tehát vonóerő-sebesség-görbesereg jellemzi a mozdonyt. Így általában vonóerő-sebesség jelleggörbe-seregről kell beszélnünk, ezek a görbék általában a 4.3. ábrán látható alakúak.



4.3. ábra. Vonóerő-jelleggörbe sereg

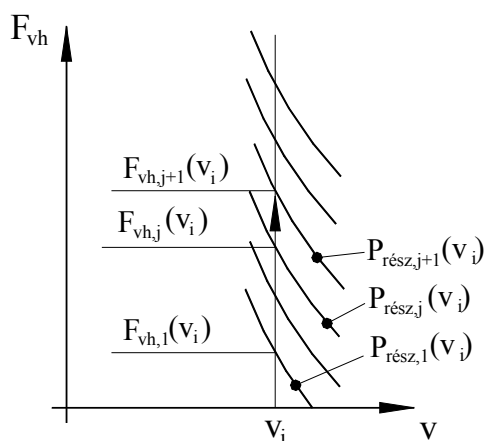
A vonóerő-sebesség jelleggörbék felül az adhéziós határ görbéje korlátozza, amelyet az átlagos kerék-sín tapadási viszonyok határoznak meg. Ennek a mérési lehetőségeire később térünk ki.

A mérési feladat kétféle lehet: az összes részteljesítmény-érték figyelembe vételével a vonóerő-sebesség-görbesereg kimérése, vagy csak a legnagyobb vontatási teljesítményhez tartozó vonóerő-görbe meghatározása. Az első a gyakoribb eset.

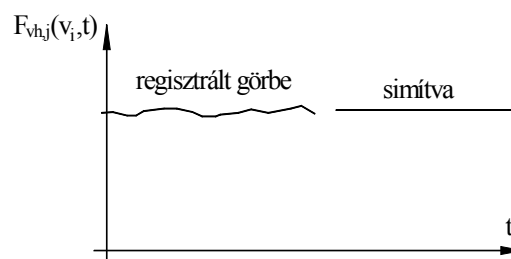
4.1.1. A vonóerő-sebesség-görbesereg mérése.

A mérés úgy történik, hogy a vizsgált mozdony ($0; v_{h,max}$) üzemi sebességtartományán belül felvesznek N_v darab v_i sebességértéket ($i = 1, \dots, N_v$). Ezeket a diszkrét sebességértékeket a fékmozdonyon rendre beállítjuk, és a szóba jöhető részteljesítmény-értékeken az egyes beállított állandó sebességeken megmérjük a kifejthető F_{vh} vonóerő-értékeket (4.4. ábra).

Minden egyes beállított v_i sebesség-értékhez tartozik $N_{rész}(v_i)$ részteljesítmény-érték, amely nem feltétlenül a legkisebbel kezdődik és nem feltétlenül a legnagyobb teljesítménnyel fejeződik be. A 4.4. ábrán a beállított v_i sebesség-értéken az első, a j -ik és a $j+1$ -ik részteljesítmény-értéken állandósuló $F_{vh,1}(v_i)$, $F_{vh,j}(v_i)$ és $F_{vh,j+1}(v_i)$ vonóhorog-erő értékek vannak feltüntetve.



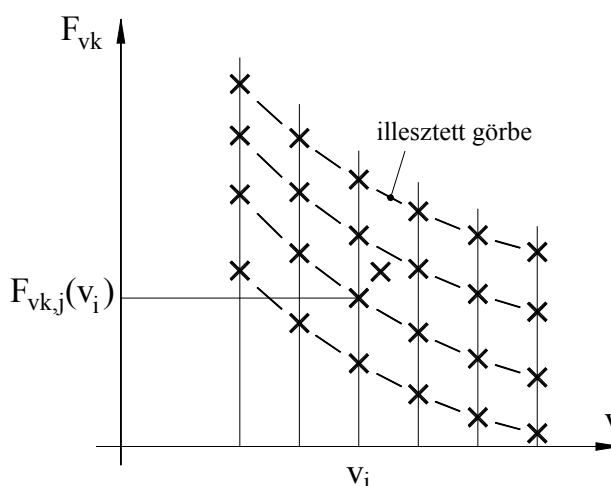
4.4. ábra. Vonóerő-görbe sereg mérése



4.5. ábra. Mért vonóerő simítása

Beállítva az i -ik v_i sebesség-értéket, a kisebb részteljesítményektől kezdve az összes $P_{\text{rész},j}(v_i)$ részteljesítményeken meg lehet keresni azokat a munkapontokat, amelyeken állandósult vonóerő- és sebesség-állapot alakul ki, tehát megmérhető a j -ik részteljesítményhez és i -ik sebességértékhez tartozó $F_{v_h,j}(v_i)$ vonóerő-érték. Amennyiben a vonóerő értéke ingadozik, egy megfelelő simító módszert is alkalmazhatunk (4.5. ábra).

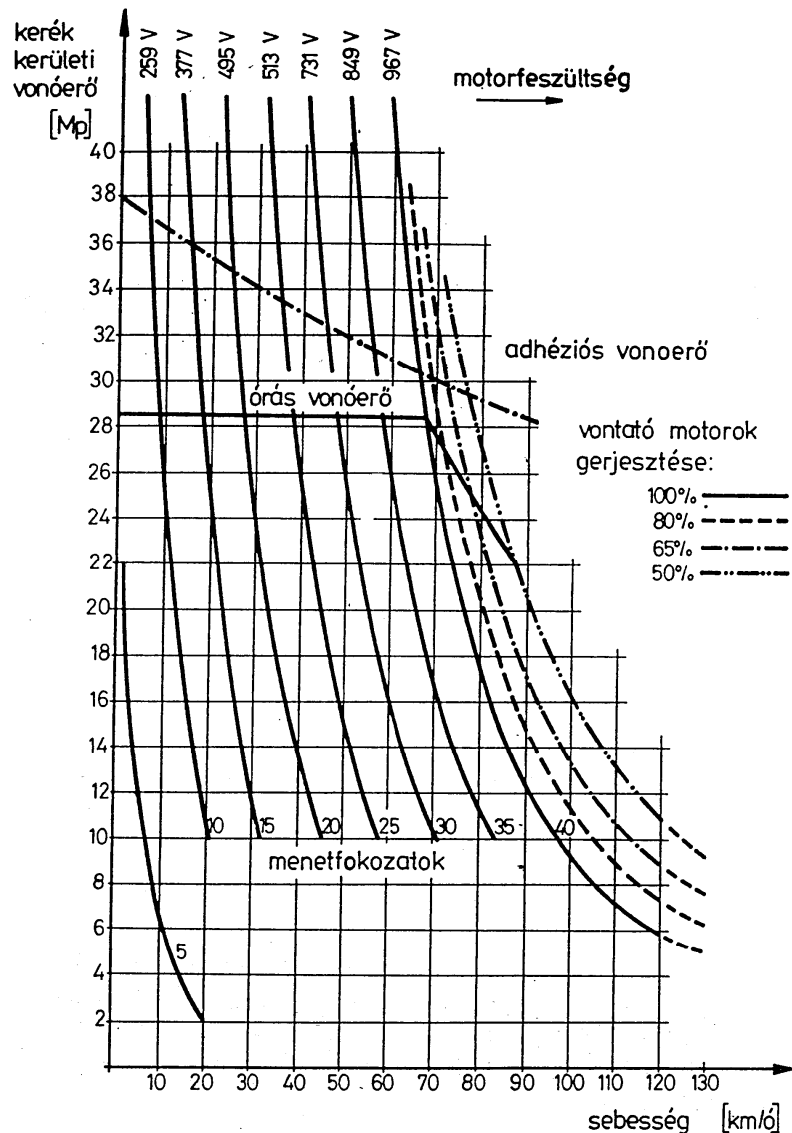
Minden egyes $F_{v_h,j}(v_i)$ vonóerő-értéket korrigálni kell a mozdonyrak a v_i sebességből és a pálya aktuális adataiból számítható F_e menetellenállás-erejével, például a már említett DasyLab szoftverrel. Végülis így minden részteljesítmény-görbéhez elegendő számú vonóerő-sebesség értékpárt kaphatunk, hasonlóan a 4.6. ábrán látható ponthalmazhoz, ezek tehát már a kerékkerületi vonóerőt képviselik.



4.6. ábra. A vonóerő-görbe sereg kimért pontjai

Az azonos részteljesítményhez tartozó pontokra folytonos görbét illeszthetünk, ezek a vonóerő-görbék általában $y = \frac{a}{x} + b$ hiperbolák, az ismeretlen a és b együtthatókat például a legkisebb négyzetek módszerével határozhatjuk meg. Az így kapható kerékkerületi vonóerő-sebesség görbeseregre példaként szolgálhat a V 43 sorozatú villamosmozdony vonóerő-

sebesség-görbeserege (4.7. ábra). Megjegyezzük, hogy a diagram a mozdony 40 részteljesítmény-fokozatából csak az 5., 10., 15., 20., 25., 30., 35. és 40. fokozatot tünteti fel a könnyebb áttekinthetőség céljából, továbbá a 967 V-hoz tartozó legnagyobb teljesítmény görbén kívül még három fluxus-csökkentéses teljesítményfokozat is fel van tüntetve.



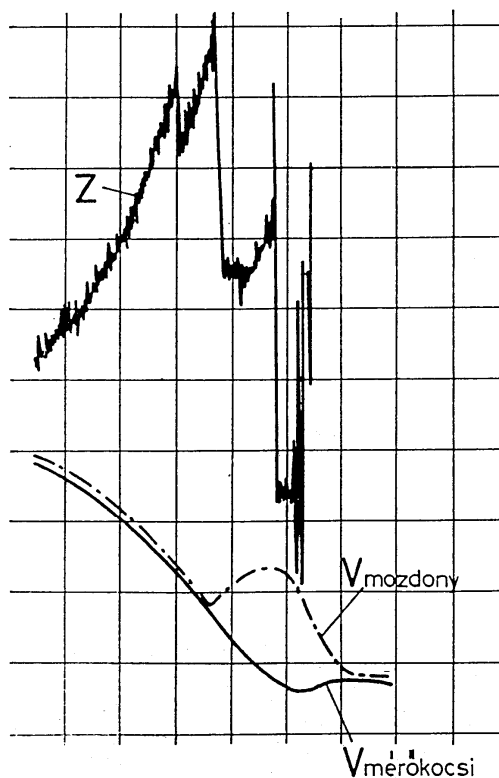
4.7. ábra. A V43 sor. villamos mozdony vonóerő jelleggörbéje

4.1.2. Az adhéziós határgörbe mérése

Amint az a 4.7. ábrán látható, a kerékkerületi vonóerő görbéi minden részteljesítmény-fokozaton meglehetősen nagy vonóerő-értékekig vannak feltüntetve. Ennek az az oka, hogy a mozdonyok hajtásában résztvevő elemeket (főleg a villamos erőátvitel elemeit) úgy tervezik, hogy a kerék-sín erőkapcsolati tényező extrém nagy értékei esetén $[\mu(\gamma_x)_{max} \approx 0,5]$ is a gépezet meg tudja csúsztatni a hajtott kerekeket a sínen, a gépezet túlterhelésének megelőzésére. Az erőkapcsolati tényező átlagos csúcserőértéke azonban ennél jóval kisebb, emiatt fel kell tün-

tetni a kimért vonóerő-görbéken, hogy átlagos tapadási körülmények esetén mekkora kerékerületi vonóerőt képes a mozdony kifejteni. Villamos mozdonyok esetében emellett az óras vonóerő kifejthető értékeit is fel szokták tüntetni, amint az a 4.7. ábrán is látható.

Az adhéziós határgörbe mérésénél nem alkalmaznak fékmozdonyt, illetve kikapcsolják a gépezetét. A mérési eljárást az [1]-4.3 fejezetében leírtak alapján ismertetjük. A 4.8. ábrán ([1]-4.5 ábra alapján) fel van tüntetve a mozdony sebessége (v_{mozdony}), a mérőkocsi sebessége ($v_{\text{mérőkocsi}}$), valamint a vonóerő (Z):



4.8. ábra. Adhéziós határgörbe mérése

A kerekek megcsúszásakor mérni kell a vonóerőt és a sebességet. A kerekek megcsúszását úgy idézzük elő, hogy a mérővonatot kismértékben megfékezzük, így a vonat sebessége kissé csökken, ahogy az ábrán a $v_{\text{mérőkocsi}}$ görbéje csökken, a mozdony vonóerejét pedig növeljük (Z -görbe). A mérővonat sebességét a mérőkocsi érzékeli, de a mozdony sebességének a jelét is érzékeljük. Mivel a mozdony sebességérzékelője a mozdonykerék kerületi sebességét érzékeli, így a megcsúszás pillanatában a mozdony sebességének jele (v_{mozdony}) megemelkedik, míg a vonat sebessége ($v_{\text{mérőkocsi}}$) tovább csökken. A vonóerő-görbén az a metszék tartozik a megcsúszáshoz, vagyis az adhéziós határhoz, ahol a két sebesség-görbe szétválik.

A megcsúszás jelenségét a mozdony sebességtartományán belül lehetőleg sok sebességértéken elő kell idézni, majd az így kapott vonóerő-ponthalmazra egy alkalmas algebrai függvényt kell illeszteni.

4.1.3. Vasúti járművek alapellenállás-képletének meghatározása

Az előző fejezetekben említettük, hogy a vonóhorgon mért F_{vh} vonóerőhöz hozzá kell adni a mozdony F_e menetellenállás-erejét, amely az F_{e0} alapellenállásból és az F_{ep} pályaelenállásból tevődik össze. Az F_{ep} pályaelenállás-erő meghatározásához a mozdony kN-ben mért G_{mozd} súlyerejét kell ismerni, valamint a pálya adatait, az F_{e0} alapellenállás meghatározásához a fajlagos alapellenállás képletének a , b és c együtthatóit kell ismerni. Ezeket csak mérésrel kaphatjuk meg.

Menetdinamikai és más számításokhoz szükség lehet a vontatott járművek menetellenállásának meghatározására, itt is a fajlagos alapellenállás képletének a , b és c együtthatóit kell ismerni.

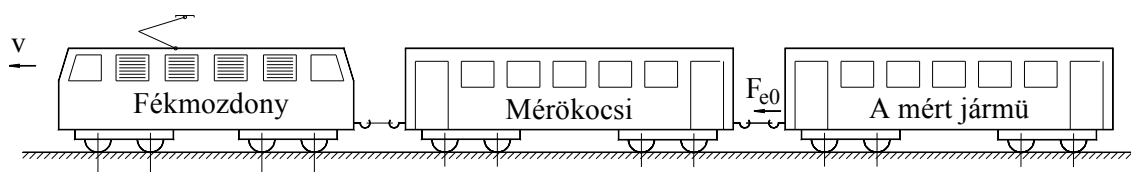
A fajlagos alapellenállás képletében az a , b és c együtthatók meghatározásához az alapellenállási erőt kell megmérni. Ha a mérendő jármű sík, egyenes pályán, szélcsendben van vontatva, akkor csak az alapellenállási erőt kell leküzdeni a vontatás közben, akár mozdony, akár vasúti kocsik esetében. Ha viszont a mérendő jármű szabadon fut, akkor is csak az alapellenállási erő hat rá, csak az fékezi. Ennek megfelelően az alapellenállási képlet együtthatóinak meghatározására az alábbi két lehetőség áll rendelkezésre:

1. Vontatás állandó sebességgel, sík, egyenes pályán, szélcsendben. Ebben az esetben a beállított állandó sebességen kívül csak a vontatáshoz szükséges vonóerőt kell mérni.
2. A maximális sebességre felgyorsított jármű szabad kifutása. Ebben az esetben a szabadon kifutó és lassuló jármű $v(t)$ sebesség-idő függvényét kell regisztrálni.

A következőkben e kétféle mérés végrehajtását ismertetjük.

4.1.3.1. Mérés állandó vontatási sebességgel

A vontatás sebességét most is fékmozdony segítségével tarthatjuk állandó értéken, ez fogja most vontatni a mérőkocsit és a mérendő vasúti járművet (akár mozdonyt, akár kocsit). A mérővonat összeállítását a 4.9. ábra mutatja be.



4.9. ábra. Alapellenállás mérése mozdonyvontatással

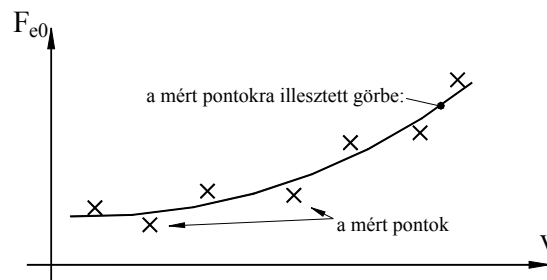
Sík, egyenes pályán viszonylag rövid mérési pályaszakaszon minden mérőmenettel kaphatunk egy $(v_i, F_{e0,i})$ értékpárt. Elegendően sok $(v_i, F_{e0,i})$ értékpár mérése után a mért pontokra görbét kell illeszteni (4.10. ábra).

Amikor a mért pontokra görbét illesztünk, el kell döntenünk, hogy milyen algebrai függvényt illesztünk a mért pontokra. A tapasztalat szerint négytengelyű vasúti kocsik esetében a fajlagos alapellenállás képlete:

$$w_0 = a + c \cdot v^2,$$

míg mozdonyok esetében bizonyos típusoknál a fenti képlet érvényes, más típusoknál a képletnek lineáris tagja is van:

$$w_0 = a + b \cdot v + c \cdot v^2$$



4.10. ábra. Mért alapellenállás pontokra illeszkedő görbe

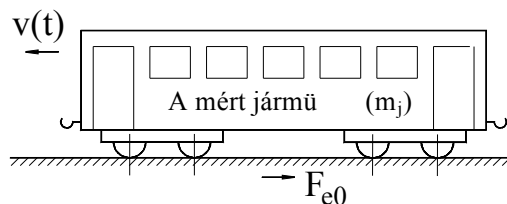
Ha a vizsgált mozdonyon mért pontokból becsléssel nem lehet biztosan eldönteni, hogy melyik képlet görbéje illeszkedik jobban a mért pontokra, mindkét görbével is végrehajthatjuk az illesztést, és a célfüggvény értéke alapján dönthetjük el, hogy melyik w_0 képlet ad jobban illeszkedő görbét.

A bemutatott mérési módszerhez az alábbi megjegyzéseket kell fűznünk:

1. Vontató járművek alapellenállási képletének mérése esetén magától értetődik, hogy a gépezetnek kikapcsolt állapotban kell lennie.
2. Vontató járművek alapellenállási képletének mérése esetén nemcsak a vontatás, de a tolás is használatos mérési eljárás. Hidrodinamikus erőátvitelű mozdony esetén célszerű a tengelyhajtást megbontani, például a behajtó főkardántengelyt kiszerezni, mert a tapasztalat szerint a jármű alapellenállási ereje nem ugyanaz, ha vontatják, vagy tolják.

A bemutatott mérési módszernek előnye a viszonylag rövid kísérleti pályaszakasz, hátránya az, hogy a keresett függvénygörbe minden mérési pontját külön-külön mérőmenettel lehet csak meghatározni, tehát a mérés viszonylag hosszú ideig tart.

4.1.3.2. Mérés szabad kifuttatással

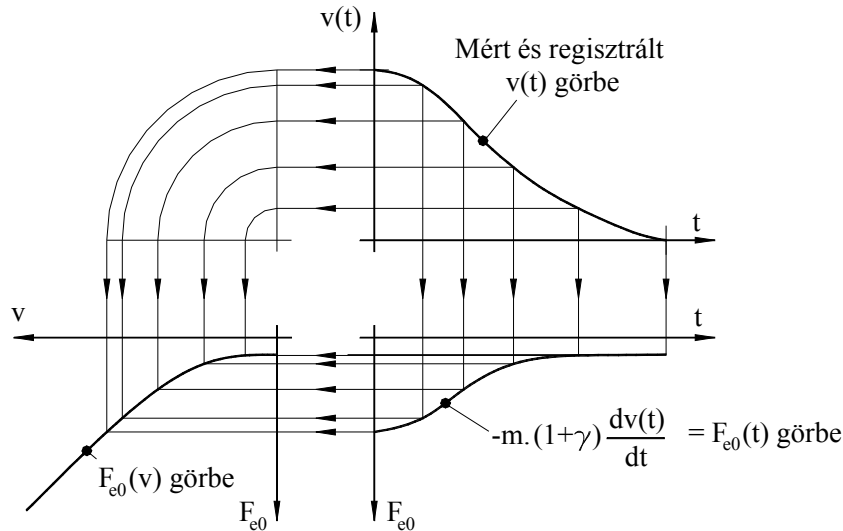


4.11. ábra. Alapellenállás mérése kifuttatással

Ha egy vasúti kocsí, vagy egy kikapcsolt gépezetű mozdony sík, egyenes pályán, szélcsendben fut, csak az alapellenállási erő fékezi a vizsgált járművet (4.11. ábra). Ekkor a dinamikus erőegyensúly az alábbi:

$$-F_{e0} = m_j \cdot (1 + \gamma) \cdot \frac{dv(t)}{dt}, \text{ illetve } F_{e0} = -m_j \cdot (1 + \gamma) \cdot \frac{dv(t)}{dt}.$$

Ez a mozgásegyenlet egyben megadja a mérés és az értékelés módját is. Ha regisztráljuk a jármű csökkenő $v(t)$ sebességét megállásig, deriváljuk a regisztrált $v(t)$ függvényt az idő szerint, majd megszorozva $-m_j \cdot (1+\gamma)$ -val, megkapjuk az F_{e0} alapellenállás-erő-függvényt. Ennek a menetét a 4.12. ábrán láthatjuk.



4.12. ábra. Az alapellenállás-erő függvény meghatározása

Az ábra jobb-felső része mutatja a vizsgált jármű lassuló sebességéhez tartozó $v(t)$ görbét az idő függvényében. Ezt a függvényt az idő szerint deriválva és megszorozva $-m_j \cdot (1+\gamma)$ -val, ez a függvény látható az ábra jobb-alsó részén, ez már az alapellenállási erő függvénye, de az idő függvényében: $F_{e0}(t)$. Az alapellenállási erő képletét viszont a v sebesség függvényében kell előállítanunk, ezért az azonos t időponthoz tartozó $v(t)$ és $F_{e0}(t)$ függvényértékeket párosítva állíthatjuk elő az ábra bal-alsó részén látható $F_{e0}(v)$ függvényt alkotó $(v_i, F_{e0,i})$ értékpárok halmazát. Ezekre a számított pontokra illeszthetünk másodfokú parabolát:

$$F_{e0}(v) = G \cdot (a + b \cdot v + c \cdot v^2) \quad , \quad \text{illetve} \quad F_{e0}(v) = G \cdot (a + c \cdot v^2) \quad ,$$

attól függően, hogy melyik függvény illeszkedik jobban a számított pontokra.

4.2. Energetikai mérések

Az energetikai mérések fő célja a vontató járművek $\eta_{össz}$ összhatásfokának megállapítása, vagyis hogy a bemenő összes munkának (teljesítménynek) hány százalékát alakítja át a mozdonnyal hasznos vontatási munkává (teljesítményé). Emellett – ha a mérési lehetőségek adottak – vizsgálhatjuk az egyes gépezeti egységek (nyomatékváltó, főgenerátor, segédüzemek stb.) által felvett munka (teljesítmény) értékeinek megoszlását is.

$$\text{Így az összhatásfok:} \quad \eta_{össz} = \frac{P_{haszn}}{P_{össz}} = \frac{W_{haszn}}{W_{össz}} \quad .$$

A $W_{össz}$ munkát dízelmozdonyok esetében az elfogyasztott gázolaj által hordozott hőenergia képviseli, villamosmozdonyok esetében az elfogyasztott villamos energia jelenti az összes befektetett munkát. Ennek a mérése dízelmozdonyok esetében az elfogyasztott V_{olaj} térfogatá-

nak mérésével történhet, és ebből lehet számítással a bemenő $W_{össz}$ munkát meghatározni. Villamosmozdonyok esetében az alkalmazott villamos mérőműszerekkel közvetlenül mérhetjük ezt az energiamennyiséget. Mivel mindkét mozdonytípusnál a mérés T ideig történik, így a $P_{össz}$ összteljesítmény egyszerűen adódik:

$$P_{össz} = \frac{W_{össz}}{T}$$

A hasznos W_{haszn} munkát, illetve P_{haszn} teljesítményt a kerékkerületen kifejtett vonóerő végzi, ezért a gyakorlatban az $\eta_{össz}$ összhatásfok elnevezés helyett az η_k kerékkerületi hatásfok elnevezésének használata terjedt el. Így a kerékkerületi hatásfok:

$$\eta_k = \eta_{össz} = \frac{P_{haszn}}{P_{össz}} = \frac{P_k}{P_{össz}} = \frac{P_k}{\frac{W_{össz}}{T}}$$

Az alábbiakban a P_k kerékkerületi teljesítménynek és a $W_{össz}$ összes befektetett munkának a mérési lehetőségeit tárgyaljuk.

4.2.1. A bemenő összes munka meghatározása dízelmozdonyoknál

Dízelmozdonyok esetében az adagolószivattyú által felhasznált gázolaj V_{olaj} térfogatát kell mérnünk. Bizonyos mozdonytípusoknál az adagolószivattyú az összes beömlő V_{olaj} térfogatú olajat befecskendezi a hengerekbe (4.13. ábra, felső rész), így a V_{olaj} olajtérfogat megegyezik a valóban elégetett $V_{elég}$ olajtérfogattal. Következésképpen a T idő alatt mért V_{olaj} olajtérfogat elégetése által kapott munka számértéke:

$$W_{össz} = W_{olaj}^J = V_{elég}^{m^3} \cdot B_{olaj}^{J/kg} \cdot \rho_{olaj}^{kg/m^3} = V_{olaj}^{m^3} \cdot B_{olaj}^{J/kg} \cdot \rho_{olaj}^{kg/m^3}$$

ahol: $B_{olaj}^{J/kg}$ a gázolaj fűtőértéke J/kg-ban;

ρ_{olaj}^{kg/m^3} a gázolaj sűrűsége kg/m³-ben;

W_{olaj}^J az elégetett gázolajjal bevitt hőenergia J-ban;

$V_{elég} = V_{olaj}$ az elégetett (mért) olajtérfogat m³-ben.

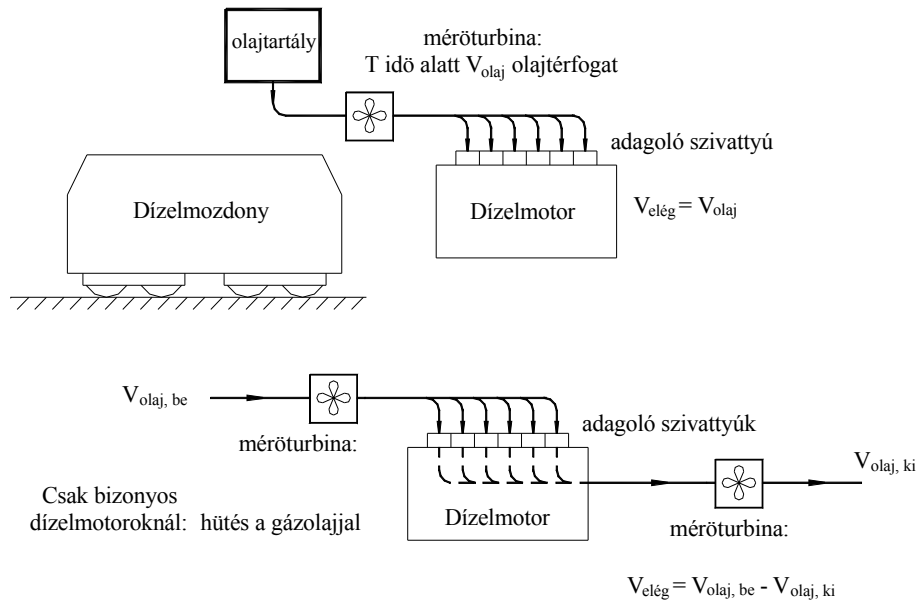
Más mozdonytípusok esetében az adagolószivattyú olyan felépítésű, hogy a szivattyú hűtésére a beáramló gázolajat használják fel (4.13. ábra alsó része). Sokkal nagyobb mennyiségű gázolaj áramlik át az adagolószivattyún, mint amennyi a motor hajtására szükséges lenne, és a nagy része (körülbelül 80 %) felmelegedve visszafolyik a gyűjtőtartályba, így T idő alatt $V_{olaj,be}$ térfogatú olaj áramlik az adagolószivattyúba és $V_{olaj,ki}$ folyik vissza a gyűjtőtartályba. Így a motorban elégetett olaj térfogata:

$$V_{elég} = V_{olaj,be} - V_{olaj,ki}$$

és így a T idő alatt a $V_{elég}$ olajtérfogat elégetése által kapott munka számértéke:

$$W_{össz} = W_{olaj}^J = V_{elég}^{m^3} \cdot B_{olaj}^{J/kg} \cdot \rho_{olaj}^{kg/m^3} = (V_{olaj,be}^{m^3} - V_{olaj,ki}^{m^3}) \cdot B_{olaj}^{J/kg} \cdot \rho_{olaj}^{kg/m^3}$$

Az átáramlott olajtérfigat mérése történhet mérőturbínával, vagy más elven működő mérőeszközzel, mint például a [23] -ban említett osztrák *Kral* cég által gyártott átfolyásos elven működő érzékelővel. A 4.13. ábra alsó részén bemutatott gázolajhűtésű adagolószivattyú alkalmazása esetén a $V_{elég}$ olajtérfigat megmérése nehezebb feladat, mint az előbbi típusnál, mert a $V_{elég}$ olajtérfigat viszonylag kis része akár a $V_{olaj,be}$ olajtérfigatnak, akár a $V_{olaj,ki}$ olajtérfigatnak, és így a térfogatmérés abszolút hibája a viszonylag kicsi $V_{elég}$ olajtérfigathoz viszonyítva sokkal nagyobb relatív hibát jelent.



4.13. ábra. Dízelmotor üzemanyag-ellátó rendszere

Mivel az elfogyasztott olaj mérése T időn át tart, a számított $W_{össz}$ összes bemenő munkából a $P_{össz}$ összes bemenő teljesítmény számértéke:

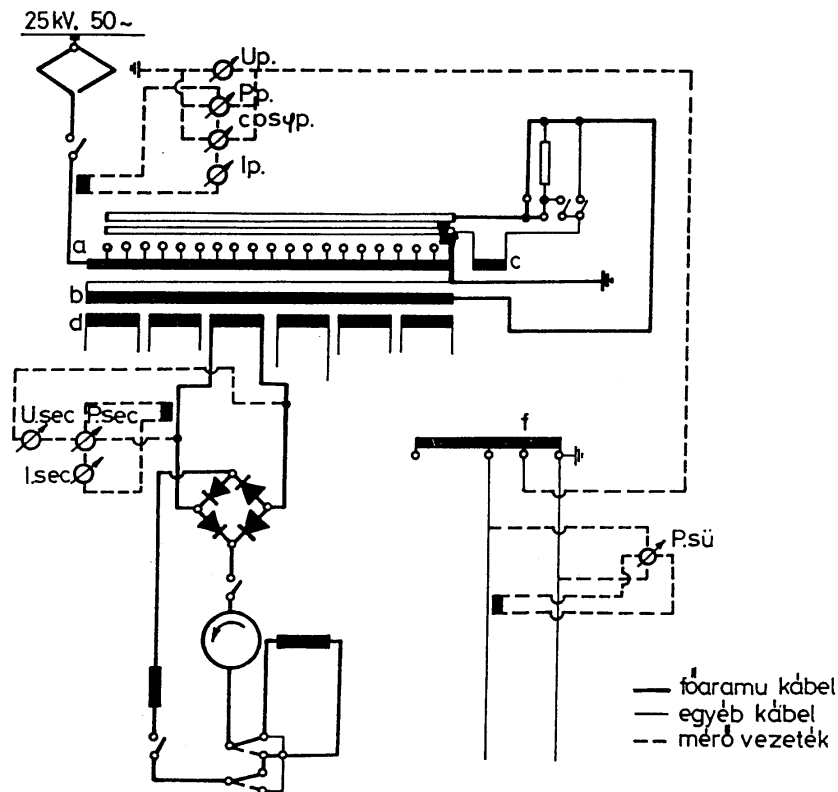
$$P_{össz} = \frac{W_{össz}}{T}$$

4.2.2. A bemenő összes munka meghatározása villamosmozdonyoknál

Villamosmozdonyok esetében a bemenő összes munka (teljesítmény) mérése történhet a villamos feszültség, áramerősség és a $\cos \varphi$ fáziskésés egyidejű mérésével (teljesítmény mérés), vagy olyan célműszerrel, amely közvetlenül munkát érzékel. A 4.14 ábrán a V 43 sorozatú villamos mozdony mérési kapcsolási rajza látható [1]-4.4 ábrája alapján:

Ha a mérés során a $W_{össz}$ összes bemenő munkát határoztuk meg T idő alatt, a $P_{össz}$ összes bemenő teljesítmény számértéke:

$$P_{össz} = \frac{W_{össz}}{T}$$



4.14. ábra. Villamos bemenő teljesítmény mérése

4.2.3. A kimenő hasznos munka meghatározása és az összhatásfok

Amint azt a 4.1. fejezetben tárgyaltuk, a vontató járművek a hasznos munkát (teljesítményt) úgy fejtik ki, hogy a kerekek kerületén kifejtik az F_k kerékkerületi vonóerőt, míg s úton v_h sebességgel végighaladnak. Ennek megfelelően kerékkerületi munkáról és kerékkerületi teljesítményről is beszélünk. Így a kerékkerületi munka:

$$W_k = \int_0^s F_k \cdot ds \quad , \text{ illetve, ha } F_k \approx \text{áll, akkor} \quad W_k \approx F_k \cdot s \quad ,$$

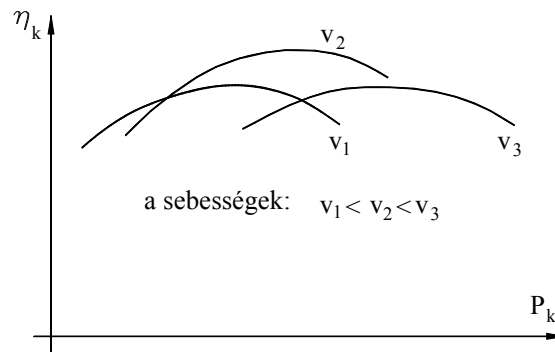
és a teljesítmény: $P_k = \int_0^{v_h} F_k \cdot dv_h$, illetve ha $F_k \approx \text{áll}$ és $v_k \approx \text{áll}$, akkor $P_k \approx F_k \cdot v_h$.

Amikor fékmozdony tartja a mérővonal sebességét, akkor a közelítő egyenlőségek képletei elegendő pontossággal használhatók. Végülis a kerékkerületi hatásfok (összhatásfok):

$$\eta_k = \frac{P_k}{P_{\text{össz}}} = \frac{W_k}{W_{\text{össz}}}$$

Mivel vontatás közben a mozdonyok általában valamilyen mértékű részteljesítménnyel vontatnak, illetve a vontatási igényeknek megfelelően többször is változtatják a részteljesítmény nagyságát, felmerül a kérdés, hogy az η_k kerékkerületi hatásfok számértéke változik-e, és milyen mértékben. Térjünk vissza a 4.6. ábrán bemutatott $F_{vk} - v_h$ diagramhoz, amely a vo-

nóerő mérése során kapott erő – sebesség pontokat ábrázolja. E pontok mindegyikéhez meghatározhatjuk a hozzá tartozó az η_k kerékkerületi hatásfok számértékét. Ha ezeket a hatásfok-értékeket a P_k kerékkerületi teljesítmény függvényében ábrázoljuk, akkor – bizonyos mozdonytípusok esetén - a 4.15. ábrán látható görbéket kapjuk.



4.15. ábra. A kerületi hatásfok változása a teljesítmény függvényében

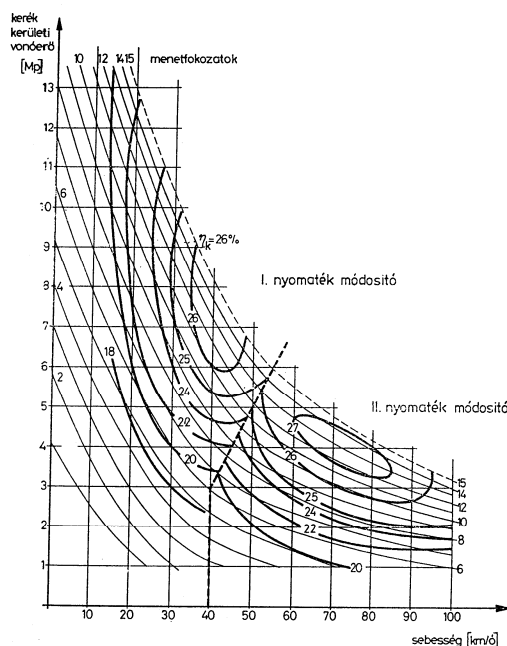
Az ábrán a hatásfok-görbék a sebesség-paraméter egy-egy értékéhez tartoznak, vagyis a 4.6. ábra egyes sebesség-értékéhez tartozó függőleges menti pontokhoz. Látható, hogy bármelyik diszkrét sebesség-értéket választjuk, az η_k kerékkerületi hatásfoknak lesz egy helyi maximuma, továbbá, hogy van olyan sebesség-érték, amelyen a hatásfok maximális értéke egyben az egész vonóerő-görbeseregen a hatásfokok abszolút maximuma.

Ez a jelenség, vagyis hogy létezik egy hatásfok-optimum, nem minden mozdonytípusnál figyelhető meg, gyakorlatilag a belsőégésű motorral, jelen esetben a dízelmotorral felszerelt mozdonyok esetében észlelhető. Az η_k kerékkerületi hatásfoknak így számított értékeit leggyorsabban a vonóerő-sebesség görbeseregen ábrázolhatjuk. A 4.16. ábrán az M 41 sorozatú dízelmozdony vonóerő-sebesség görbeserege látható, emellett az azonos számértékű η_k pontokat folytonos görbével kötöttük össze.

Az M 41 sorozatú dízelmozdonynak kétfokozatú hidrodinamikus nyomatékmódosítója van, emiatt az azonos számértékű η_k pontokat tartalmazó görbesereg megismétlődik, ezt a hatásfok-görbesereget *kagylódiagrammnak* is nevezik a jellegzetes alakjuk miatt.

Amint a fejezet elején is említettük, a kerékkerületi hatásfoknak ilyen szignifikáns optimuma nem minden mozdonytípusnál figyelhető meg, gyakorlatilag csak a dízelmozdonyok vonóerő-sebesség görbeseregét lehet ilyen hatásfok-diagrammal kiegészíteni.

Villamosmozdonyok esetében lehetőség van a gépezet olyan megtervezésére, hogy az egyes részteljesítményeken is, kis eltéréssel, közelítőleg ugyanolyan hatásfokkal vontasson a jármű. Ebből következik, hogy ha forgalmi okokból egy vasútvonalon csak két-három kocsis szerelvényeket közlekedtetnek, a nagyteljesítményű villamosmozdony is (például a V 43 sorozatú) többé-kevésbé ugyanolyan hatásfokkal tudja vontatni a rövid szerelvényeket.



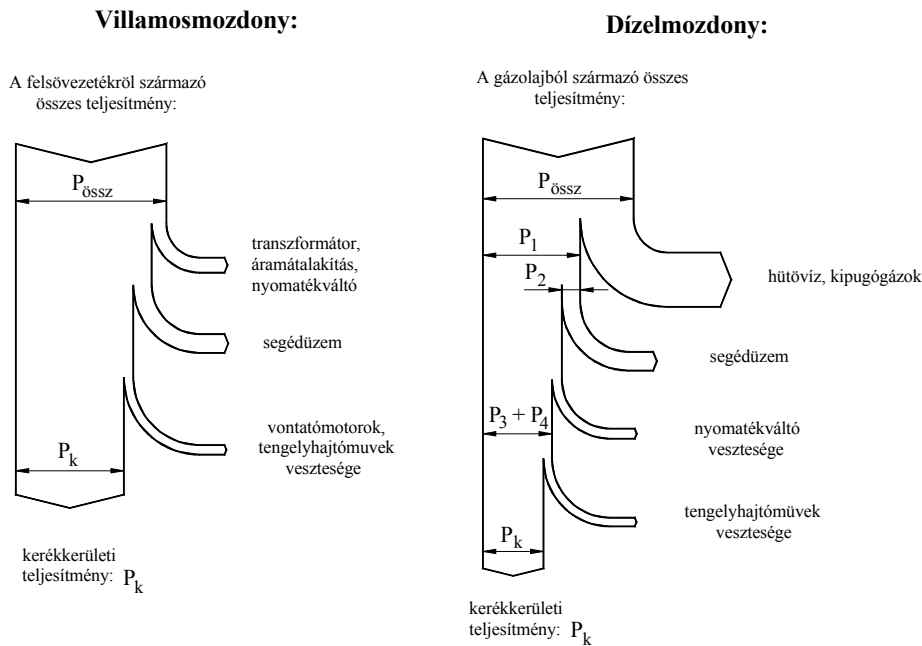
4.16. ábra. Az M41 sor. mozdony vonóerő görbéje az állandó hatásfokok görbéivel

4.2.4. Az összes teljesítmény eloszlása a mozdony egyes gépegységei között

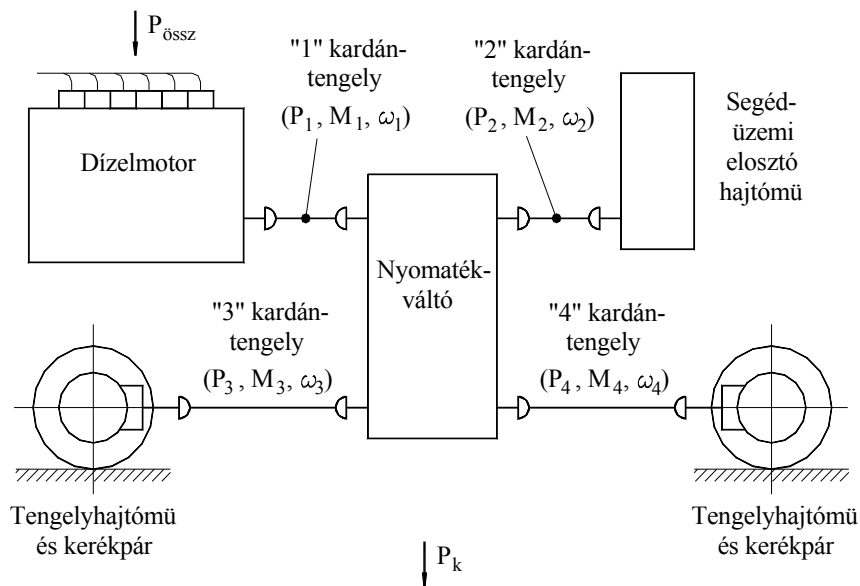
A mozdonyok gépezetének vizsgálatához, ellenőrzéséhez szükséges lehet megvizsgálni, hogy a mozdony egyes gépegységei (dízelmozdonynál a nyomatékvaltó, a segédüzemek, a hűtő stb., villamosmozdonynál a transzformátor, a félvezetős áramátalakító, a segédüzem stb.) milyen arányban használják fel az összes teljesítmény és a kerékkerületi teljesítmény közötti különbséget. Ezt a megoszlást szemlélteti vázlatosan a 4.17. ábrán látható **Shanky-diagramm** mind a dízel-, mind a villamosmozdonyokra, ez az ábra a [8]-59. oldalon a 3.7. ábra alapján készült.

Az ábrán számértékeket nem tüntettünk fel, mert ezek mozdonytípusonként eltérnek. A villamosmozdonyok Shanky-diagrammján a $P_{össz}$ teljesítmény a felsővezetékről levett teljesítményt jelöli. Több szerző felhívja a figyelmet arra, hogy termodinamikai szempontból az erőműben elégetett tüzelőanyagból nyert teljesítményből kellene kiindulni, ekkor lennének összemérhetők a villamosmozdonyok Shanky-diagrammjának adatai a dízelmozdonyokéval. Ebben a jegyzetben csak arra törekedtünk, hogy a valóságos mozdonyok gépi berendezései közötti teljesítmény-megoszlás mérés-technikai problémáit tárgyaljuk. Ennek megfelelően a villamosmozdonyok esetében minden teljesítmény-mérést készen kapható villamos mérőeszközökkel lehet megvalósítani. Dízelmozdonyok esetében a hűtővízzel és a kipufogógázokkal eltávozott teljesítményt termodinamikai mérésekkel (nyomás-, hőmérséklet- és átáramló térfogat mérése) lehet meghatározni, ezek a mérőeszközök is könnyen hozzáférhetők.

Más a helyzet a dízelmozdonyok segédüzeme, valamint a nyomatékvaltó és a tengelyhajtóművek által felvett teljesítmény mérésénél. Amíg villamosmozdonyok esetében minden egyes segédüzemi berendezés (fékkompresszor, áramfejlesztők stb.) általában külön-külön villamosmotorral van meghajtva, dízelmozdonyok esetében a segédüzemi berendezések a legtöbb esetben mechanikusan (kardántengellyel) hajtják meg. Egy ilyen elrendezést mutat be vázlatosan a 4.18. ábra.



4.17. ábra. Vontatójárművek energia-eloszlása



4.18. ábra. Dízelmozdony erőátviteli rendszere

Az ábra vázlatosan mutatja be egy hidrodinamikus erőátvitelű dízelmotoros vontató jármű hajtását. A dízelmotorban az időegység alatt elégetett gázolajból $P_{\text{össz}}$ teljesítmény szabadul fel. A dízelmotor ebből fedezi a hűtővízzel és a kipufogógázzal eltávozó hőteljesítményt, a megmaradt P_1 teljesítményt az „1” kardántengely M_1 hajtó nyomatékkal és ω_1 szögsebességgel továbbítja a nyomatékváltóba. A segédüzemi berendezések hajtására P_2 teljesítmény szükséges (M_2 hajtó nyomaték és ω_2 szögsebesség formájában).

Amint a 4.17. ábra Shanky-diagrammján is látható, a nyomatékváltó veszteségeinek fedezése után a P_3 és P_4 teljesítmény összege marad a tengelyhajtóművek hajtására, a tengelyhajtóművek veszteségei után a vontatásra pedig a P_k kerékkerületi teljesítmény marad.

Látható, hogy ha tudni akarjuk a 4.17. ábra Shanky-diagrammjának a teljesítmény-adatait, az „1”, „2”, „3” és „4” kardántengelyek mindegyikén mérni kell a hajtó nyomatékot és a szögsebességet (fordulatszámot). Forgó tengely által átvitt hajtó nyomaték mérésének a problémáit a futástechnikai mérések tárgyalása során részletesebben is ismertettük, aminek az lett a végkövetkeztetése, hogy az ilyen mérés megfelelő pontossággal csak eléggé költséges eszközökkel hajtható végre. A kardántengelyek szögsebességének érzékelésére olyan érzékelőt lehet építeni, amilyent abba a mérőkocsiba építettek be, amelyre ebben a jegyzetben például a 4.2. ábrán látható mérővonatban is hivatkoztunk.

Végeredményben megállapítható, hogy ezen hatásfokmérések elvégzésének nagy tehertele, hogy ezeket a jelentős mérés technikai problémákat meg kell oldani.

5. Féktechnikai mérések

5.1. Bevezetés, a féktechnikai vizsgálatok célja

Ahogy a vasúti közlekedés fejlődik, a vonatok sebessége nő, a fékezésnek a fontossága is egyre jobban nő, egyre fontosabb, hogy a vonatok biztonságosan megállíthatók legyenek előírt távolságon belül. A vasúti fékberendezések biztonságát többféle időszakos vizsgálat, ellenőrzés, mérés szolgálja:

1. Olyan rendszeres fékpróbák, amelyeket a vonatok indulása után, vagy fejpályaudvarra érkezés előtt kell végrehajtani, vagy ha a szerelvényben valamilyen változás (mozdonycsere, kocsi kisorozása stb.) történik, ekkor a vonat lassulásának szubjektív megítélésével ellenőrizhető az egész fékberendezés működőképessége.
2. A fékberendezés egyes részeinek ellenőrzése, egyrészt a fékberendezés egyes részei működőképességének ellenőrzése külön-külön, másrészt az egyes részek együttműködésének ellenőrzése. Ez megtörténhet a jármű átadás-átvétele során, de egyfajta időszakos állapotfelmérés céljából is végrehajthatók. Ilyen mérések lehetnek például a fékkompresszor légszállításának és a feltöltés nyomásának az időszakos ellenőrzése, a mozdonyvezetői fékezőszelep által előidézett nyomásváltozás terjedési ideje a fővezetékben, a kormány szelepekben stb., vagy a fékezés eredményének ellenőrzése (fékút hossza, rángatások a fékezés folyamán stb.). Ezek az ellenőrzések, vizsgálatok általában az egész vonaton kerülnek végrehajtásra.
3. A jármű különböző nagyjavítási és egyéb karbantartási műveletei során az egész jármű minden eleme – így a fékberendezés minden részegysége – ellenőrzésre, vizsgálatra kerül. Itt a járművet teljesen szétszerelik.

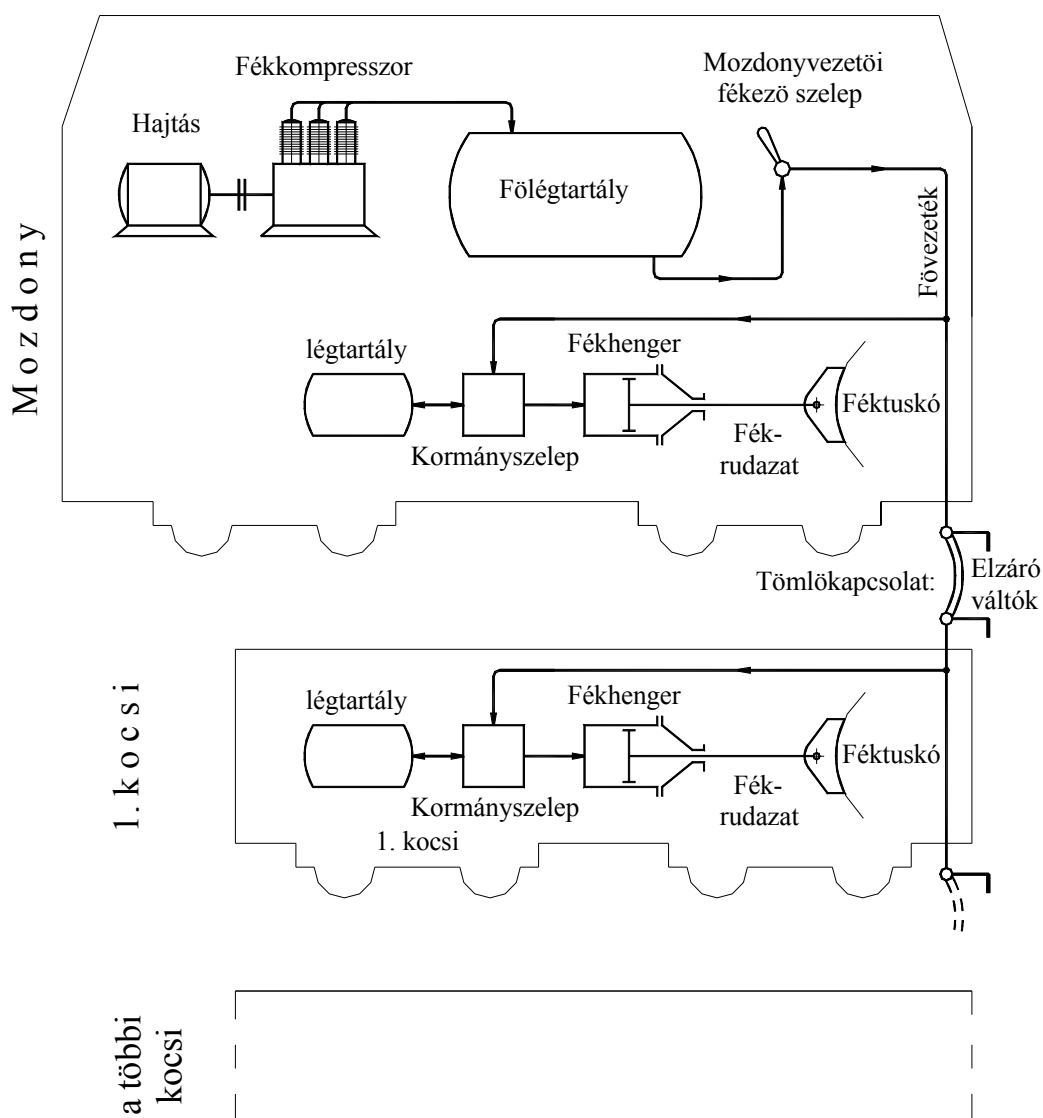
Ezen jegyzet azokkal a mérésekkel foglalkozik, amelyeket a 2. pontban soroltunk fel. Egyrészt bemutatjuk ezeket a méréseket, másrészt a mérések eredményének az értékelését is tárgyaljuk.

5.2. A fékezésnél használt berendezések vizsgálata, az alkalmazott mérőeszközök

A továbbiakban a sűrített levegővel működő (Westinghouse rendszerű) légfékekkel foglalkozunk. Mindenekelőtt tekintsük át azokat a berendezéseket, gépegységeket, amelyek a vasúti járművek fékezésében szerepet játszanak. A [8]-10.8 ábrája alapján az 5.1. ábra vázlatosan mutatja be ezeket a berendezéseket. A vasúti járművek fékberendezéseinek és azok működésének további részleteit a szakirodalomban lehet megtalálni, például [8]-10. fejezetében.

Az ábrán egy vasúti szerelvény mozdonyába és a vontatott szerelvény első kocsiába beépített fékberendezés legfontosabb részegységei láthatók vázlatos formában. A mozdonyban található a fékkompresszor, ennek hajtása vagy villamos motorral, vagy a nyomaték váltóból kihajtó kardántengellyel történhet, a főlégtartály, a mozdonyvezetői fékezőszelep és a fővezeték, amely tömlőkapcsolattal csatlakozik a következő kocsi fővezetékéhez. Emellett a mozdonyban, valamint a vontatott szerelvény minden egyes kocsiában – eltekintve bizonyos spe-

ciális fékberendezésű járművektől – a következő fékberendezés-elemek találhatók: légtartály, kormány szelep, fékhenger, fékrudazat és a féktuskók, illetve tárcsás fék esetén a fékbetétek (az ábra a mozdonyon kívül csak az első kocsit ábrázolja és nem tünteti fel sem a teljes fékrudazatot, sem az összes féktuskót).



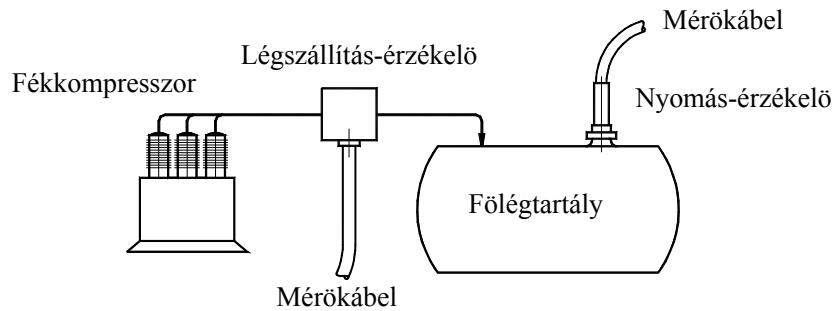
5.1. ábra. Vasúti járművek fékrendszere

A következőkben vegyük sorra a felsorolt gépegségeket, és tekintsük át a vizsgálandó jellemzőiket, valamint a vizsgálat során felhasználható mérőeszközöket.

5.2.1. A fékkompresszor ellenőrzése.

A fékkompresszornak az a feladata, hogy a főlégtartályt előírt nyomású levegővel feltöltse. Az előírt nyomás mellett követelmény az előírt minimális légszállítás l/perc-ben, ez vontató jármű-

vek típusától függ, a főlégtartály előírt nyomása 8~10 bar. Egy adott kompresszor ellenőrzésekor tehát a főlégtartállyal összekapcsolva a nyomást és a légszállítást kell mérni (5.2 ábra).



5.2. ábra. A fékkompresszor a főlégtartállyal

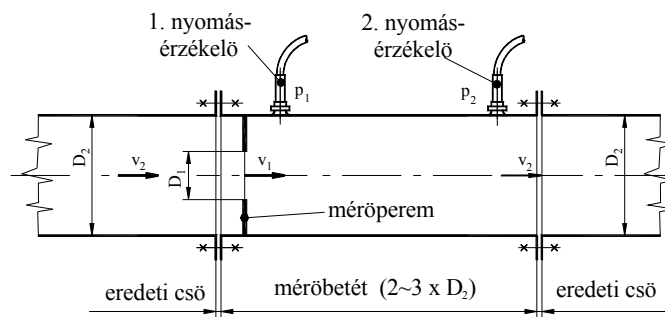
Mind a nyomás-, mind a légszállítás érzékeléséhez célszerű villamos jelet szolgáltató érzékelőt alkalmazni, ilyen például a Hottinger-féle P 11 típusú induktív túlnyomás-érzékelő ([6].111. o.), az 5.3 ábra két, különböző méréshatárú P 11 típusú érzékelőt mutat be:



5.3. ábra. P 11 típusú Hottinger nyomásérzékelő

Ennek az érzékelőnek az induktivitása az érzékelt nyomással arányos, tehát hasonlóan működik az induktív elmozdulás-érzékelőkhöz. így megfelelő mérőerősítővel a nyomás mérhető.

A légszállítás ellenőrző mérésére több lehetőség is van, ilyen például a Ventúri cső, mérőperem, mérőszáj, stb. Valamennyi eszköznél meg kell bontani a csővezeték, és beépíteni az érzékelőt, a mérőperem esetében viszonylag rövid a beépítendő elem, ennek vázlatát mutatja az 5.4. ábra.



5.4. ábra. Térfogatáram mérése mérőperemmel

A kompresszorból a levegő D_2 átmérőjű csövön áramlik. Ebbe a csővezetékbe kell beiktatni azt a mérőbetét-csőszakaszt, amely a szükséges érzékelőket tartalmazza. Ez a mérőbetét D_2 átmérőjű, és hosszúsága $(2\sim 3) \times D_2$. A mérőbetét elején van kialakítva a D_1 furatátmérőjű mérőperem. A mérőperem előtt az eredeti csőszakaszban a levegő sebessége v_2 , a mérőperem furatában a levegő sebessége v_1 . A mérőperem után a tapasztalat szerint $\sim 2 \times D_2$ távolságban a levegő sebességének a keresztmetszet mentén való eloszlása már ismét egyenletesnek tekinthető, nagysága pedig v_2 .

$$\text{Ha a térfogatáram } \dot{q}^{m^3/s}, \text{ akkor } \dot{q} = v_2 \cdot \frac{D_2^2}{4} = v_1 \cdot \frac{D_1^2}{4} .$$

Az átmérőváltozás miatt megváltozó nyomásokat [12].-ben a 4.8.2 fejezetben leírtak alapján határozhatjuk meg. Ezek alapján élünk azzal a közelítéssel, hogy a mérőperem furatában a p_1 nyomás jó közelítéssel ugyanakkora, mint a mérőperem közvetlen közelében, a D_2 átmérőjű mérőbetét csőfalánál (1. nyomásérzékelő).

A mérőbetét másik végénél a 2. nyomásérzékelő által érzékelt p_2 nyomásnak a p_1 nyomástól, valamint a v_1 és v_2 sebességektől való függésére [12].-318. oldalán található levezetés alapján írjuk fel a Bernoulli-egyenletet:

$$p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 + \Delta p'$$

ahol $\Delta p'$ a mérőperem vesztesége. Fejezzük ki v_1 -t v_2 -vel: $v_1 = v_2 \cdot \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2$

A nyomások különbsége, figyelembe véve, hogy $p_2 > p_1$:

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \cdot \left[\left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 - 1 \right] - \Delta p'$$

Az ismeretlen v_2 sebesség a mért Δp nyomáskülönbség függvényében:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot (\Delta p + \Delta p')}{\rho \cdot \left[\left(\frac{D_2}{D_1} \right)^4 - 1 \right]}}$$

[12]-319. oldalán a levezetés eredményeként kaptuk:

$$\Delta p' = \psi \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (v_2 - v_1)^2 = \psi \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^2 \right]^2$$

tehát a $\Delta p'$ veszteség is a v_2 sebesség függvénye, ezért végeredményben írhatjuk, hogy a v_2 sebesség a mért Δp nyomáskülönbségnek az előbb levezetett függvényhez hasonló szerkezetű:

$$v_2 = f(\Delta p), \text{ illetve a légszállítás: } \dot{q} = v_2 \cdot \frac{D_2^2}{4} \cdot f(\Delta p) ,$$

és ezt az $f(\Delta p)$ függvényt a legcélszerűbben a mérőbetét kalibrálása során lehet egyszerűen ki-mérni.

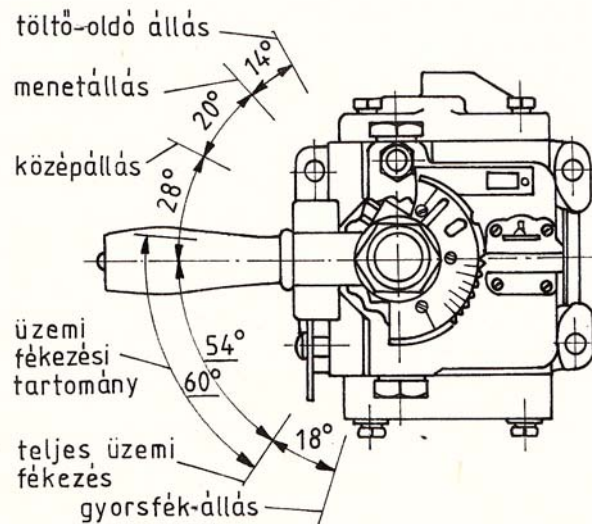
Tekintettel arra, hogy nyomáskülönbséget kell érzékelnünk, alkalmazhatjuk a Hottinger gyártmányú *PD1* típusú induktív nyomáskülönbség-érzékelőt, ilyen érzékelőt mutat be az 5.5. ábra.



5.5. ábra. PD1 típusú Hottinger nyomáskülönbség-érzékelő

5.2.2. A mozdonyvezetői fékezőszelep és a kormány szelepek együttműködésének ellenőrzése.

A mozdonyvezető a fékezőszeleppel úgy szabályozza a fékezőerőt, hogy a fékezőszelep egyes állásaiban más és más nyomást állít be a fővezetékben. (Az 5.6. ábrán a KNORR-D2 típusú vezetői fékszelep látható felülnézetben). Amikor a fékezőszelep állásának megváltozása kiváltja a változást a fővezetékben, a változás nyomáshulláma végigterjed az egész vonat fékrendszerében. Ha mindegyik kocsikormány szelepe megfelelően reagál, és az egyes kocsik fékhengere is megfelelő töltést kap, a vonat megfelelően lesz megfékezve.



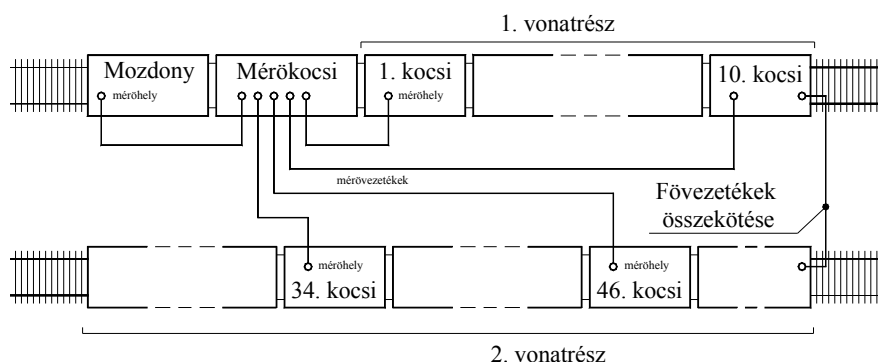
5.6. ábra. Mozdonyvezetői fékezőszelep

Ezt a folyamatot megzavarhatja a vonat féklevelő-rendszerének tömörségi hibája, ami azt jelenti, hogy a fékrendszerből szivárog a levegő, ez főleg a kocsik közötti légtömítőkapcsola-

tok nem megfelelő zárásából ered. Emiatt a vonat vége felé (főleg hosszú tehervonatoknál) a fékhengerek már nem kapnak megfelelő nyomású levegőt, tehát a fékezőerő kisebb lesz. Ha az egyes kocsik kormányselepe csak késve lép működésbe (például eltérő típusú kormányselepekkel vannak az egyes kocsik felszerelve), az is késleltetheti a fékezőerő kialakulását és ez az egyes kocsik rángatását okozhatja.

A fékhatás terjedési sebességét úgy ellenőrizhetjük, hogy egyidejűleg regisztráljuk az egyes kocsikban a fővezeték nyomását, a fékhenger nyomását stb. az idő függvényében. Ha ezután összehasonlítjuk az egyes regisztrált nyomás-idő diagramokat, meg lehet találni azokat a kocsikat, amelyekben a fővezeték, vagy a fékhenger nyomása, illetve az idő-nyomás diagram a várttól eltér. Ezt a vizsgálatot végre lehet hajtani menet közben, egy fékezés folyamán, ekkor a nyomás-idő diagramokon kívül regisztrálható még a lassuló vonat sebesség-idő, illetve út-idő diagramja is.

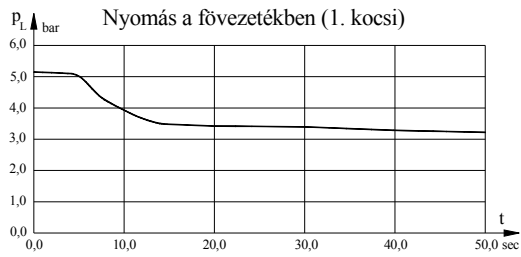
Ha csak a nyomás-idő diagramokra van szükségünk, ezt a vizsgálatot álló helyzetben is végrehajthatjuk. [1]-ben a 3.42.1 fejezetben egy igen hosszú, 50 darab kéttengelyes teherkocsiból álló, nagy légveszteségű tehervonaton végrehajtott vizsgálat van bemutatva. Az álló helyzetben végrehajtott vizsgálat azt is lehetővé teszi, hogy a vonatot két részre oszthatjuk, és a két vonat-felet két szomszédos vágányra lehet beállítani. Így egyrészt a szóban forgó állomáson, ahol a mérést végrehajtják, könnyebben lehet találni olyan vágányokat, amelyekre nincs szükség az átmenő forgalomban, másrészt a mérési kábelek sem lesznek igen hosszúak. A mérés elrendezésének vázlatja az 5.7. ábrán látható, amely az [1]- 5.6 ábra alapján készült.



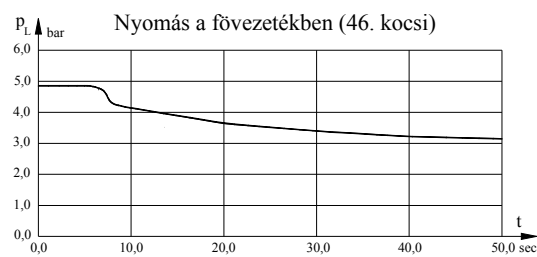
5.7. ábra. Fékvezeték mérése álló szerelvényen

Az ábrán a vizsgált szerelvény a mozdonyból, a mérőkocsiból és az 50 kéttengelyű teherkocsiból áll. A mozdonyon kívül az 1., a 10., a 34. és a 46. kocsin szereltek fel nyomásérzékelőket, az érzékelők jelét mérőkábelekkel a mérőkocsiba vezették. Emellett a két szerelvény-fél fék-fővezetékét összekötötték egy megfelelő tömlőcsatlakozással.

A mérés során a mozdonyvezetői fékezőszelepet megfelelő fékezési pozícióba állítva a fővezeték nyomása lecsökkent a fékezőszelep pozíciójának megfelelő értékre, az egyes kocsik kormányselepei a fékhengerekbe bejuttatták a megfelelő nyomású levegőt. Mind a fővezeték nyomásának, mind a vizsgált kocsik fékhenger-nyomásának a változása meghatározott időt igényelt, a mérőkocsiban regisztrálták ezeket az idő-nyomás függvényeket. A regisztrátumokon 50 másodperc időtartamú felvételek láthatók. Az 5.8. ábrán az 1. kocsi, az 5.9. ábrán a 46. kocsi fővezetékének nyomása figyelhető meg az idő függvényében.

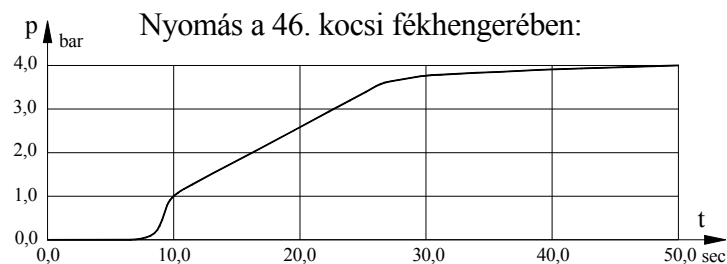
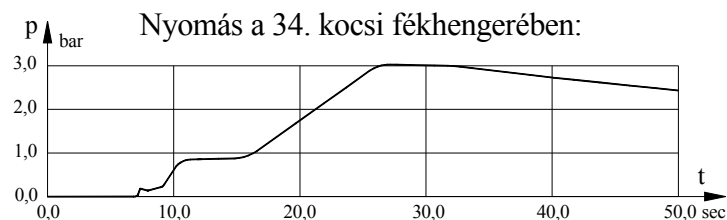
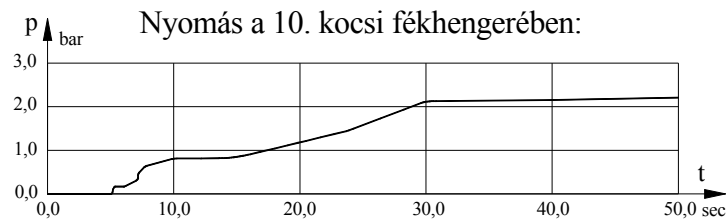
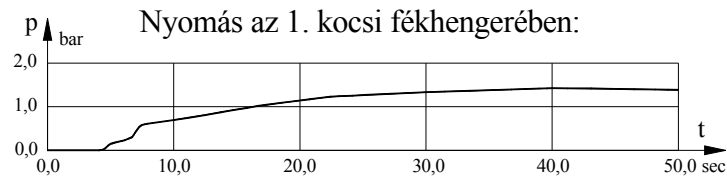


5.8. ábra. Nyomásváltozás az 1. kocsinál



5.9. ábra. Nyomásváltozás az 46. kocsinál

Az 5.10. ábrán az 1., 10., 34. és 46. kocsinál fékhengere nyomásának változása látható 50 másodperc folyamán.



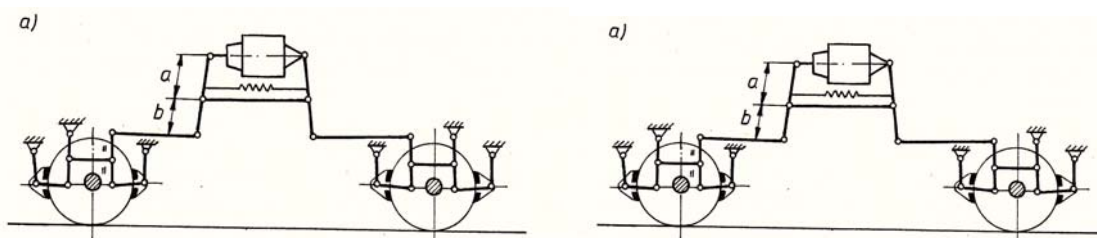
5.10. ábra. Nyomásváltozás a fékhengerekben

Sajnos, az [1]-ben a 3.42.1. fejezetben nem közöltek részleteket sem a mérés előzményeiről, sem a mért eredmények értékeléséről. Annyit jegyeztek meg, hogy az ilyen és hasonló diagramok segítségével sok jellemző adat leolvasható a vonat fékrendszerének működéséről, de ezekről az adatokról semmi részletet nem közöltek.

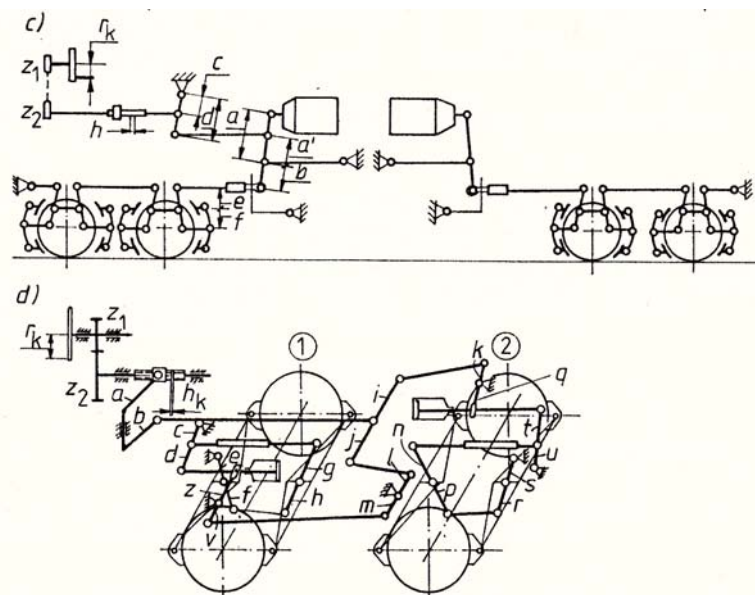
5.2.3. A fékrudazatban ébredő erők

Amint azt az 5.2.2. fejezetben tárgyaltuk, megfelelően működő mozdonyvezetői fékszelep, kormány szelepek esetén a fékhengerekbe eljut a megfelelő nyomású levegő, és a fékhengerek kifejtik a megfelelő nagyságú fékezőerőt. A fékhengerek dugattyúja a fékrudazat elemeinek közvetítésével fejt ki a nyomóerőt a féktuskókra, illetve fékbetétekre. Ha a fékhengerekbe eljut a megfelelő nyomású levegő, de a jármű nincs megfelelően megfékezve, a fékrudazat elemeiben ébredő erőket kell ellenőrizni, mivel a fékrudazat egyes elemeit összekötő kapcsolatok (csapszegek) lehetnek erősen megkopva, deformálódva, illetve megszorulva.

A fékrudazat részletes kialakítása erősen függ a szóban forgó jármű alváz alatti szerkezeti elemeitől, a fékrudazat ilyenkor mindig alkalmazkodik a rendelkezésre álló helyhez, főleg ahhoz, hogy egy fékhengernek hány kerék féktuskójára, illetve fékbetéjtjére kell nyomóerőt kifejtenie. Vasúti kocsikba általában egy fékhengert építenek be, a fékrudazatnak mindkét forgóváz összes kerekére ki kell fejtenie a szükséges nyomóerőt, ilyenkor a fékrudazat eléggé összetett és bonyolult. Mozdonyoknál viszont a zsúfolt forgóvázak miatt nem ritkán minden kerékre külön fékhenger jut, a fékrudazat ilyenkor meglehetősen egyszerű. Tárcsafékek esetében viszont minden egyes féktárcsára külön-külön fékhenger jut. Az 5.11. ábra a [8]-10.38 ábrája, az 5.12. ábra a [8]-10.49 ábrája alapján mutat be jellegzetes fékrudazat-változatot.

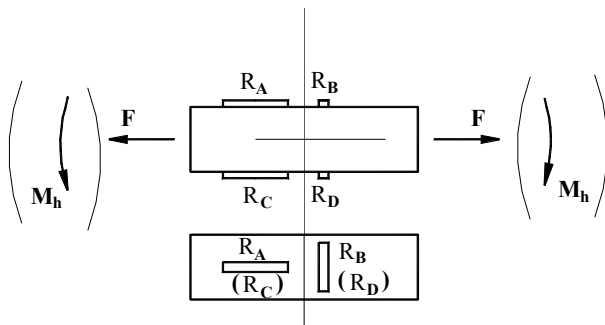


5.11. ábra. Fékrudazat egy fékhengerrel

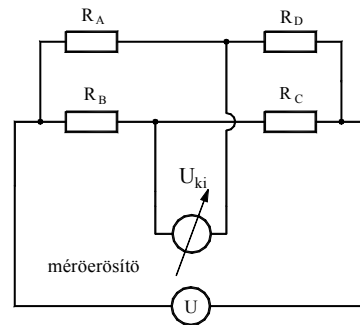


5.12. ábra. Fékrudazat két fékhengerrel

Látható az ábrán, hogy a fékrudazat egyes elemei húzásra-nyomásra terhelt tartók, más elemek hajlításra vannak terhelve, mint például az egyes kerékpárok azonos oldali féktuskóit terhelő, keresztirányban elhelyezkedő tartók. A fékrudazat egyes elemei méretezésének részleteit megtalálhatjuk [8]-10. fejezetében. Itt csak annyit említünk meg, hogy ha méréssel meghatároztuk a fékhengerben fellépő nyomást, a dugattyúátmérő ismeretében a fékhenger által kifejtett erő könnyen meghatározható, ebből az erőből egyszerűen meghatározhatjuk a rudazat egyes elemeit terhelő húzó-nyomó erőt, illetve hajlító nyomatékot. A fékrudazat egy adott rúdját húzásra-nyomásra terhelő erő mérésének módját az 1. Metrológia, mérés technika 1.3.2.5. fejezetében részletesen is bemutattuk, itt most csak az 1.34. ábrát idézzük fel az 5.13. ábrán.



5.13. ábra. Húzóerő mérése fékrudazatban



5.14. ábra. Mérési kapcsolás

Az 5.13. ábra az eredeti 1.34. ábrának csak a felső részét tünteti fel. Ezzel a belyegelrendezéssel kiküszöbölhetjük a többé-kevésbé mindig fellépő M_h hajlító nyomatéknak az F erő jelét torzító hatását. Az R_A , R_B , R_C és R_D nyúlásmérő belyegeket az 5.14. ábrán bemutatott módon lehet mérőhídba kötni:

Ezzel a belyegelrendezéssel a mérőerősítő által érzékelt U kimenő feszültség - jó közelítéssel - csak az F erő által okozott felületi nyúlástól fog függni:

$$U_{ki} \cong U \cdot \frac{1+\nu}{2} \cdot r_{A,F} = U \cdot \frac{1+\nu}{2} \cdot k \cdot \frac{F}{E \cdot A_k} = C \cdot F$$

ahol F a húzóerő, E a rugalmassági modulus, A_k a rúd keresztmetszete és k a belyegtenyező.

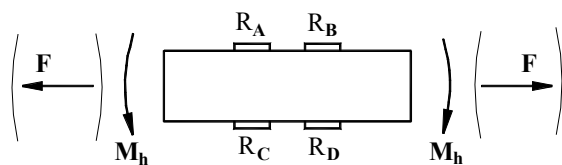
Természetesen ez a belyegelrendezés csak az 5.13. ábrán a rajz síkjában ható M_h hajlítónyomaték torzító hatásának kiküszöbölésére szolgál, ha erre merőleges síkban is hat hajlító nyomaték, ebben a síkban is négy belyeget kell alkalmazni.

A fékrudazatnak hajlításra igénybevett elemeiben a helyzet fordított: az esetlegesen fellépő húzó-nyomó erő hatását kell kiküszöbölni és a hajlító nyomatékot kell megmérnünk. Ezt az 1.32. ábrája alapján készült 5.15. ábrán bemutatott belyegelrendezéssel mérhetjük meg.

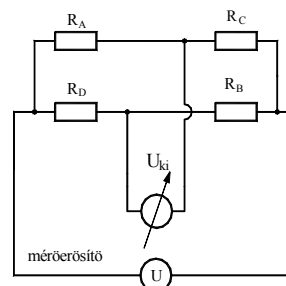
Ezt a belyegelrendezést alkalmazva a mérőerősítő U_{ki} kimenő feszültsége - jó közelítéssel - csak az M_h hajlító nyomaték számértékével lesz arányos. Az R_A , R_B , R_C és R_D nyúlásmérő belyegeket az 5.16. ábrán látható módon kell hídba kötni.

$$\text{Ekkor az } U_{ki} \text{ kimenő feszültség számértéke: } U_{ki} \cong U \cdot r_M = U \cdot k \cdot \frac{M_h}{E \cdot K_z} = C \cdot M_h,$$

ahol M_h a hajlítónyomaték, K_z a keresztmetszetnek az M_h hajlító nyomaték síkjára merőleges súlyponti tengelyére vett másodrendű nyomatéka, E a rugalmassági modulus, k a bélyegté-nyező.



5.15. ábra. Nyomaték mérése fékrudazatban



5.16. ábra. Mérési kapcsolás

5.2.4. A súrlódási tényező a kerék és a féktuskó, illetve a féktárcsa és a fék- betét között

Ha már ismerjük a fékrudazat egyes elemeire ható terheléseket (húzó-nyomó erő, hajlító-nyomaték), a féktuskó és a kerék, illetve a fékbetét és a féktárcsa között ébredő súrlódási tényező vizsgálatára kerülhet sor. Ehhez ismernünk kell a féktuskót a kerékre, illetve a fékbetétet a féktárcsára szorító erő nagyságát, valamint meg kell mérni az ébredő súrlódó erőt is. Először a tuskós fék súrlódási viszonyait vizsgáljuk.

5.2.4.1. A súrlódási tényező a kerék és a féktuskó között

Az 5.17. ábra egyetlen, tuskós fékezésű kerékpár fékrudazatát mutatja be egyszerűsített formában. Ez az egyszerűsített alak a lehetséges fékrudazatok minden lényeges elemét tartalmazza, amitől az adott fékrudazat természetesen eltérhet.

Az ábrán látható kerékpárt a t_1 , t_2 , t_3 és t_4 tuskók fékezik. A t_1 és t_2 , illetve t_3 és t_4 tuskókat az e_1 , illetve e_2 elosztó tartók kötik össze és fejtik ki rájuk a fékrudazattól eredő erőket. Az e_1 , illetve e_2 elosztó tartók az $(r_a + r_b)$ hosszúságú függőleges rudakkal vannak felfüggesztve és az r_c rudazat-elemmel vannak összekötve, így adják át a fékhengertől származó erőket a féktuskókra. A tuskókat az f_1 , f_2 , f_3 és f_4 felfüggesztők rögzítik függőleges irányban.

A fékrudazat elemeit terhelő erőket a fékhenger által kifejtett erőből kiindulva egyszerű statikai összefüggésekkel határozzuk meg, elhanyagolva a rudazat elemeinek kapcsolataiban fellépő súrlódási erőket és nyomatékokat, így a rudazat elemei terhelésének névleges értékeit kapjuk meg. A fékhenger a kerékpár fékrudazatát az F_{fh} erővel terheli.

$$\text{Az } e_2 \text{ elosztóra a rudazattól átadott } F_{e2} \text{ erő: } F_{e2} = F_{fh} \cdot \frac{r_a}{r_b}.$$

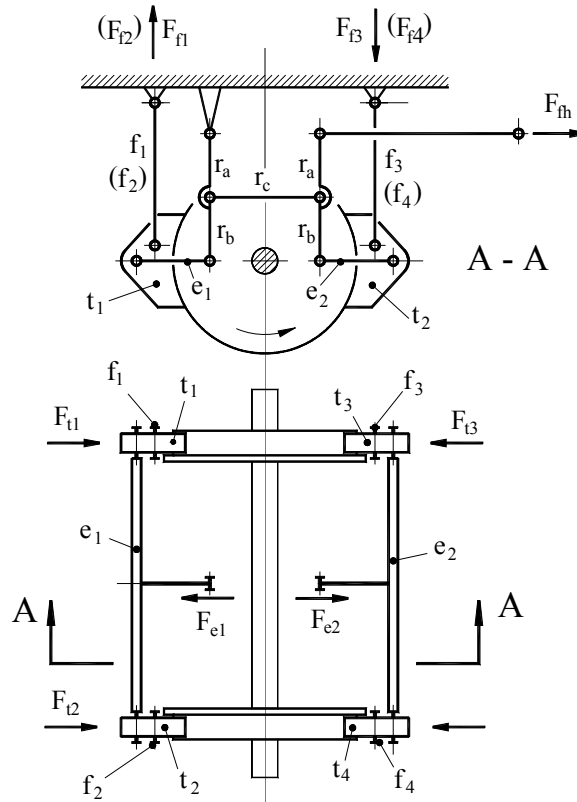
$$\text{Az } r_c \text{ rudazat-elemet terhelő } F_{ec} \text{ erő: } F_{ec} = F_{fh} \cdot \frac{r_a + r_b}{r_b}$$

$$\text{Az } e_1 \text{ elosztóra a rudazattól átadott } F_{e1} \text{ erő:}$$

$$F_{e1} = F_{ec} \cdot \frac{r_a}{r_a + r_b} = F_{fh} \cdot \frac{r_a + r_b}{r_b} \cdot \frac{r_a}{r_a + r_b} = F_{fh} \cdot \frac{r_a}{r_b} = F_{e2},$$

tehát az e_1 és e_2 elosztó tartókra névlegesen egyenlő nagyságú erők hatnak, a féktuskókra az F_{e1} és F_{e2} erők fele jut:

$$F_{t1} = F_{t2} = F_{t3} = F_{t4} = \frac{F_{e1}}{2} = F_{fh} \cdot \frac{r_a}{2 \cdot r_b}$$



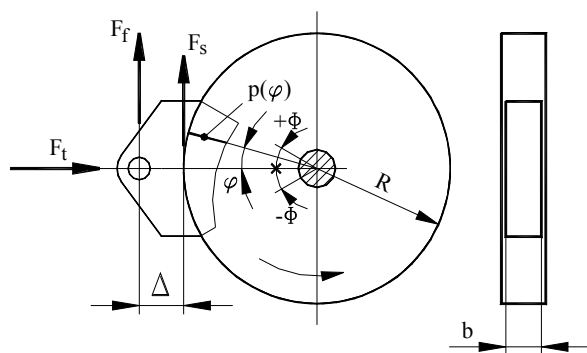
5.17. ábra. Tuskós fék elrendezése

Ez az összefüggés csak akkor érvényes, ha a fékrudazat egyes elemeit összekötő csuklók ideálisak, tehát súrlódásmentesek. Mivel a gyakorlatban ez nem áll fenn, és ha felmerül a gyanú, hogy jelentős közöttük az eltérés, az r_a , r_b és r_c rudakban ébredő húzó-nyomó erők megméréseivel (5.13. ábra), valamint az e_1 , illetve e_2 elosztó tartókban ébredő hajlítónyomaték ábrájának adatait mérésrel meghatározva (5.15. ábra), megkaphatjuk az F_{t1} , F_{t2} , F_{t3} és F_{t4} erők valóságos értékeit.

A felfüggesztésekben ébredő F_{f1} , F_{f2} , F_{f3} és F_{f4} erők a kerék forgásirányától függő irányban hatnak, és a bennük ébredő erők a féktuskók súrlódó erejét ellensúlyozzák. Ha a tuskók és kerekek között fellépő súrlódás μ súrlódási tényezőjének értékét nem ismerjük, a felfüggesztő erőket mérésrel kell meghatározni.

A tuskók és a kerekek közötti μ súrlódási tényező meghatározásánál figyelembe kell venni, hogy a súrlódási tényező több tényezőtől is függ: a p felületi nyomástól, a csúszási sebesség-

től, a csúszó felületek hőmérsékletétől stb., végeredményben sem a súrlódási együttható, sem a felületi nyomás nem állandó a súrlódó felület mentén. A felületi nyomás változását az 5.18. ábra szemlélteti.



5.18. ábra. Tuskós féken fellépő erők

A p felületi nyomást és a μ súrlódási tényezőt befolyásoló mennyiségekről (a v csúszási sebesség, T hőmérséklet, φ szögkoordináta, t idő) bővebben a Járműdinamika c. szaktárgy jegyzeteiben, tankönyvében stb. lehet megtalálni. Mind a p felületi nyomás $p(\varphi, t)$ függvényének adatait, mind a μ súrlódási tényező $\mu(p, v, T)$ függvényének adatait próbapadon, laboratóriumi kísérletekkel lehet kimérni. A gyakorlatban – főleg összehasonlításokra – átlagértékeket határoznak meg, az egyik ilyen átlagérték a *virtuális μ^* súrlódási együttható*. Ezt úgy lehet meghatározni, hogy meghatározzuk azt az F_s súrlódási erőt, ami az F_f felfüggesztő erő által keltett forgató nyomatékkal megegyező nyomatékot ad: $M = F_f \cdot (\Delta + R) = F_s \cdot R$

$$\text{Ebből: } F_s = F_f \cdot \frac{\Delta + R}{R}. \text{ Mivel } F_s = \mu^* \cdot F_t, \text{ innen } \mu^* \text{-ra: } \mu^* = \frac{F_f \cdot (\Delta + R)}{F_t \cdot R}$$

Egy másik ilyen átlagérték a $\overline{\mu \cdot p}$ *integrál-középérték*. Ez figyelembe veszi a féktuskó súrlódó felületén valóságosan fellépő, megoszló $p(\varphi, t)$ nyomásfüggvényt és $\mu(p, v, T)$ súrlódási együttható függvényt is, és így határozza meg a súrlódási erőrendszer által keltett M_s súrlódási nyomatékot:

$$M_s = R^2 \cdot b \cdot \int_{-\Phi}^{+\Phi} p(\varphi, t) \cdot \mu(p, v, T) \cdot d\varphi = 2 \cdot \Phi \cdot R^2 \cdot \overline{\mu \cdot p}$$

ahol Φ a féktuskó fél középponti szöge, b a féktuskó szélessége (5.18. ábra). Innen a $\overline{\mu \cdot p}$ in-

$$\text{tegrál-középérték: } \overline{\mu \cdot p} = \frac{M_s}{2 \cdot \Phi \cdot R^2 \cdot b}$$

Ha az M_s nyomaték meghatározásához nem ismerjük sem a $p(\varphi, t)$ nyomásfüggvényt, sem a $\mu(p, v, T)$ súrlódási együttható függvényt, élhetünk azzal a közelítéssel, hogy az F_f felfüggesztő erő nyomatékát alkalmazzuk:

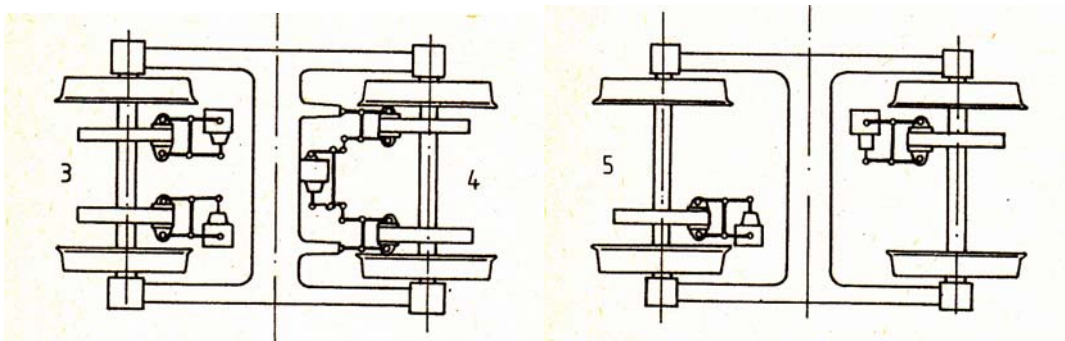
$$M_s \approx F_f \cdot (\Delta + R), \text{ ezzel: } \overline{\mu \cdot p} \approx \frac{F_f \cdot (\Delta + R)}{2 \cdot \Phi \cdot R^2 \cdot b}.$$

Amint már említettük, ezek az átlagértékek csak hasonló fékrendszerek összehasonlítására alkalmasak.

5.2.4.2. A súrlódási tényező a féktárcsa és a fékbetét között

A tárcsás fékek rudazata általában sokkal egyszerűbb, mint a tuskós fékeké. Általában minden egyes féktárcsát külön fékhenger fékez, esetleg két szomszédos féktárcsának van külön fékhengere. Néhány szokásos fékhenger-fékrudazat-féktárcsa elrendezés az 5.19. ábrán látható, amely a [8]-10.61 ábra alapján készült.

Az ábra nem tünteti fel a fékbetétek függőleges irányú rögzítését, a fel nem tüntetett függesztő rudakban ébredő F_f erő tart egyensúlyt a fékbetét és a féktárcsa között ébredő súrlódó erővel, a fékhenger által kifejtett F_h erő ismeretében a fékbetétekre ható F_n nyomóerők nagysága az előző fejezetben a tuskós fékek tárgyalásánál bemutatott módon meghatározhatók.



5.19. ábra. Tárcsafék elrendezések

Ezekből a súrlódási együttható számítható:
$$\bar{\mu} = \frac{F_s}{F_n}$$

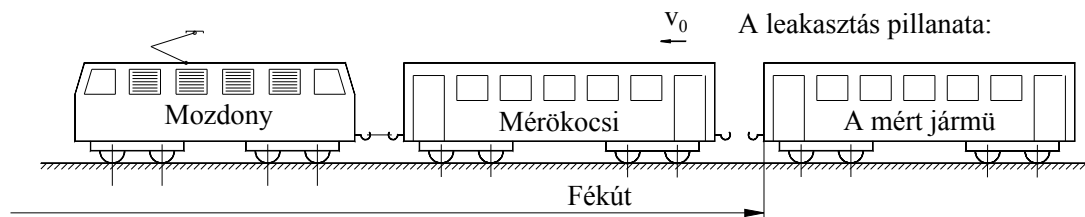
A $\bar{\mu}$ csak átlagos érték, a fékbetét felülete mentén a nyomás nem állandó, a sugár függvényében változik, emiatt nagy valószínűséggel a súrlódási tényező is változik, részleteket [8]-10.3.11 fejezetében találhatunk.

5.3. A fékezés eredményének mérése

A fékezés eredményei közé soroljuk a fékutat, mint a fékezés számszerű eredményét, valamint a fékezés folyamán fellépő hosszirányú gyorsulásokat, mint a fékezés minőségének jellemzőjét. A fékútnek nem szabad meghaladnia egy előírt hosszúság-korlátot, a hosszirányú gyorsulásoknak nem szabad az utasok számára érzékelhetőnek lennie.

5.3.1. A fékút mérése

A fékút mérése történhet egyes járműveken, vagy teljes vonaton is. Felgyorsítva a járművet (vonatot) a maximális sebességére, leakasztva a vontató járműről és működésbe hozva a fékét meg kell mérni a fékutat. Elvileg tolással is el lehet végezni a felgyorsítást, de ha a leakasztott jármű fékberendezése bármilyen ok miatt nem lépne működésbe, a járművet csak a menetellenállási erő fékezne, és csak nagy távolságon állíthatná meg a járművet, ez igen nagy balesetveszéllyel járna. Vontatás esetén a vontató jármű minden esetben hatásosan tudná megállítani ilyen esetben a járművet. A mérés elrendezése az 5.20. ábrán látható.



5.20. ábra. A fékút mérése

Fékútmérésnél csak az s_{fek} fékút hosszát és a fékezés v_0 kezdősebességét kell mérni a lekasztás pillanatában. A lekasztást úgy lehet megoldani, hogy egy olyan speciális kapcsolókészülékkel kapcsoljuk a mérendő járművet a vontató járműhöz, amelyet a mérőkocsiból gombnyomással lehet szétkapcsolni és a mérendő jármű fékberendezését működésbe hozni, hogy a mérendő jármű gyorsfékezéssel legyen lefékezve. A mérőkocsi a lekasztás pillanatában rögzíti a v_0 sebességet és indítja a fékút mérést, amelyet egyszerűen a mérőkocsi útmérőjével lehet megoldani.

A mozdony és a mérőkocsi sebességét úgy szabályozzák, hogy egy bizonyos távolság maradjon a mérőkocsi és a mérendő jármű között. Amikor a mérendő jármű megállt, a mozdony és a mérőkocsi is megállnak és visszatolatnak a mérendő járműig. Így a mérőkocsi útmérője végeredményben a mérendő jármű fékezés alatt megtett útját, tehát az s_{fek} fékutat fogja mutatni. Legalább 3 fékútmérést kell elvégezni.

A vontatott járművek fékútját a jármű összsúlyának legalább két értékénél kell meghatározni, az egyik a teljes maximális hasznos teher, a másik kb. 1/3 terhelés értéke.

Teljes vonat fékútjának mérését a fékberendezésnek gyorsvasúti állásában kell elvégezni, a mozdony fékberendezését ki kell iktatni.

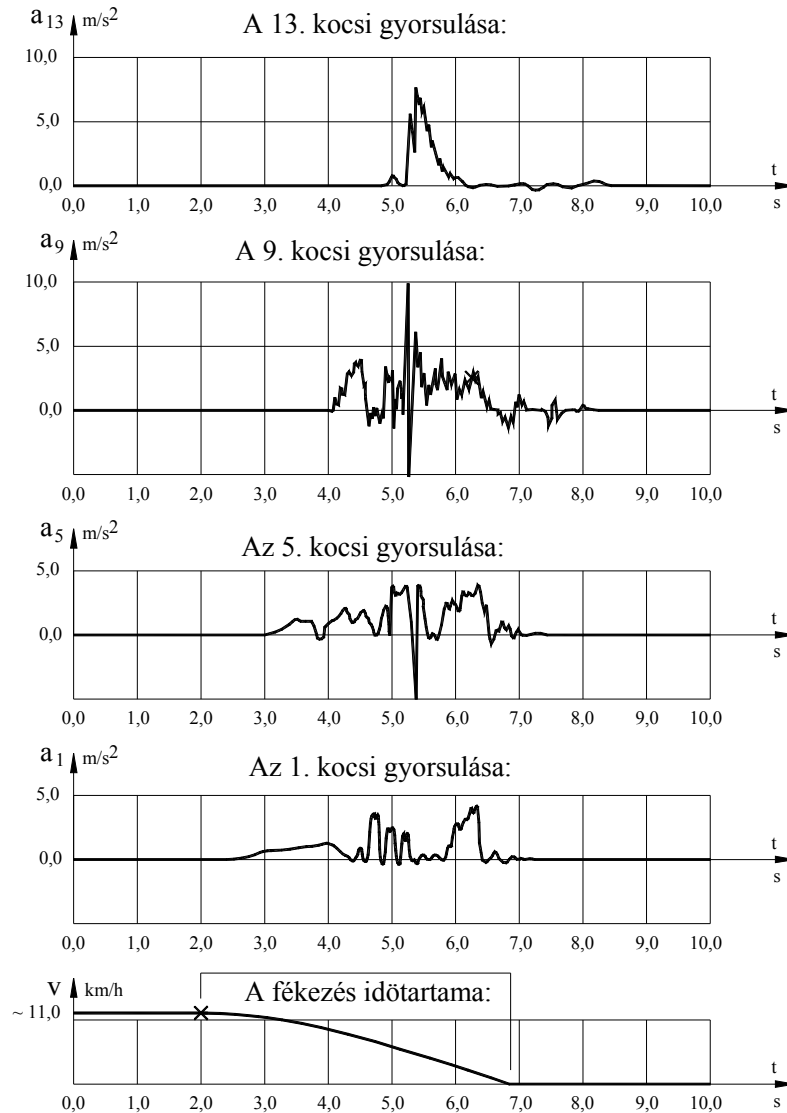
Ha ismeretes a megmért s_{fek} fékút értéke, a fékrendszer működésének értékelése a féktömeg (régebbi elnevezéssel: féksúly) és a fékszázalék meghatározásával történik. Ezeket gyakorlati tapasztalatok alapján összeállított diagramok segítségével lehet meghatározni. Erről további részleteket [1]-5. fejezetében, illetve [8]-10. fejezetében találhatunk.

5.3.2. A fékezés alatt fellépő gyorsulások mérése

Ahogy azt az 5.2.2. fejezetben tárgyaltuk, fontos, hogy a mozdonyvezetői fékezőszelep és az egyes kocsik kormányselepei megfelelően együttműködjenek, hogy a vonat fékezésének folyamata egyöntetű legyen, tehát az egyes kocsikban a fékhatások kifejlődése lehetőleg késés nélkül történjen, ellenkező esetben az egyes kocsik lassulása nem lesz ugyanakkora értékű, így rángatások léphetnek fel a szerelvényben.

Noha a mozdonyvezetői fékezőszeleppel beállított fékfokozat pillanatához képest az egyes kocsik kormányselepei meghatározott idejű késleltetéssel lépnek működésbe, illetve a beállított fékhatást egy beállított időtartam alatt engedik kifejlődni, a tapasztalat szerint arra is gondot kell fordítani, hogy egy szerelvényben (elsősorban személyszállító vonatban) az egyes kocsik kormányselepei azonos típusúak legyenek. Amennyiben eltérő típusú kormányselepek vannak egy szerelvényben, fennáll a veszélye, hogy a fékezés során esetenként igen nagymértékű rángatások, hosszirányú lökészerű gyorsulások lépnek fel. Az 5.21. ábrán lát-

ható diagramsorozatot 13 négytengelyes személykocsiból álló vonat fékezése során regisztráltak. A kocsik kormányselepei különböző típusúak voltak. A fékezés kb. 11 km/h sebességről indult, és a vonatban az 1., 5., 9. és 13. kocsiban regisztrálták a hosszirányú gyorsulásokat.



5.21. ábra. Hosszirányú gyorsulások fékezés során

Amint a diagramsorozatból látható, a vonat 4,6 másodperc alatt állt meg. Az egyes kocsik hosszirányú lassulása nagymértékben változott, kb. 0,2 ~ 0,3 másodperces periódusidővel oszcillált, a legnagyobb mértékű lengés a vonatnak 2/3-ában lépett fel, a 9. kocsiban csaknem 10 m/s^2 értékű gyorsuláscsúcs lépett fel, tehát kb. 1 g mértékű. Amíg a vonat 4,5 másodperc alatt állt meg, a vonat vége mindössze 1 másodperc alatt állt meg, valósággal ráfutott a vonat elejére, ezért is léptek fel ilyen hatalmas lengéscsúcsok.

Ez a kísérleti eredmény is magyarázza, hogy a vasutak miért tartják ennyire fontosnak, hogy a vonat egyes kocsijaiban a kormányselepeknek legalább a típusa azonos legyen.

5.4. A fékberendezés próbapadi vizsgálata

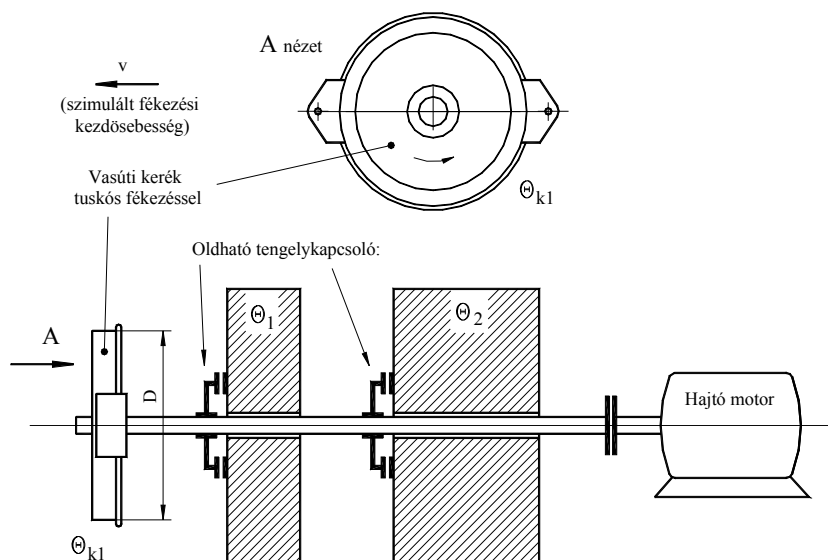
Az 5.2. fejezetben bemutattuk a fékberendezés egyes fontosabb elemeinek vizsgálati és ellenőrzési módját a fékkompresszortól kezdve, a főlégtartályon, a mozdonyvezetői fékezészelepen, a fékrudazaton keresztül egészen a féktuskó és a kerék futófelülete között ébredő súrlódási tényezőig. A bemutatott vizsgálati módszerek az egyes elemek vizsgálatára voltak alkalmasak, az egész fékrendszer működését illetően csak a nyomásterjedés időbeli lefolyását ellenőrző vizsgálati módszert tárgyaltuk.

Ezekon kívül viszont szükséges még az egész fékezési folyamat ellenőrző vizsgálata, beleértve a vonat lassulásának a mérését is, továbbá sok vizsgálatot igényel még a féktuskó és a kerék futófelülete közötti súrlódás összefüggéseinek feltárása, például a μ súrlódási tényező változása a féktuskó íve mentén.

Ezek a vizsgálatok csak megfelelő próbapadon hajthatók végre. A Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszéken kétféle féktechnikai próbapad készült el eddig, az egyik a vonat fékezési folyamatának szimulációjára szolgál, a másik a féktuskó és a kerék közötti súrlódási tényezővel kapcsolatos összefüggések feltárására szolgál. Az alábbiakban e két próbapad felépítését és működését mutatjuk be.

5.4.1. A vonat fékezési folyamatát szimuláló próbapad

A próbapad vázlatos felépítése az 5.22. ábrán látható. A próbapad fő részei: hajtó villamosmotor, szokásos kivitelű és méretű („D” átmérőjű és Θ_{k1} tehetetlenségi nyomatékú) vasúti kerék tuskós fékkel, valamint a Θ_1 és Θ_2 tehetetlenségi nyomatékú két forgó tömeg, amely a motort és fékezett kereket összekötő tengelyre oldható tengelykapcsolókkal kapcsolható rá, külön-külön, vagy együtt.



5.22. ábra. Fékezési folyamat szimulációs próbapad

A fékezett kerék, a féktuskók, valamint a fékrudazat egy része $M = 1:1$ léptékű, valóságghű. A Θ_1 és Θ_2 tehetetlenségi nyomatékú két forgó tömeg a vonatnak egyetlen kerekére eső tö-

megrészét képviseli, ezt három diszkrét tömegérték képviseli: m_1 , m_2 és m_3 . E három közül az m_1 és m_2 tömegekből a Θ_1 és Θ_2 tehetetlenségi nyomatékok értéke:

Mivel az egy kerékre eső m_1 vonatrészt és a Θ_1 tehetetlenségi nyomaték mozgási energiájának meg kell egyeznie:

$$\frac{1}{2} \cdot \left[\Theta_{k1} \cdot \left(\frac{2 \cdot v}{D} \right)^2 + m_1 \cdot v^2 \right] = \frac{1}{2} \cdot (\Theta_{k1} + \Theta_1) \cdot \left(\frac{2 \cdot v}{D} \right)^2$$

Innen átalakítások és rendezés után:

$$\Theta_1 = m_1 \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^2 \text{ és hasonlóan: } \Theta_2 = m_2 \cdot \left(\frac{D}{2} \right)^2$$

Tehát az m_1 és m_2 vonattömeg fékezési folyamatának szimulációjához ezt a két Θ_1 és Θ_2 tehetetlenségi nyomatékot kell egy-egy megfelelő méretű tárcsával képviselni. Természetesen ezeken kívül még az $m_3 = m_1 + m_2$ vonattömeg fékezését is szimulálhatjuk a $\Theta_3 = \Theta_1 + \Theta_2$ tehetetlenségi nyomatékkal.

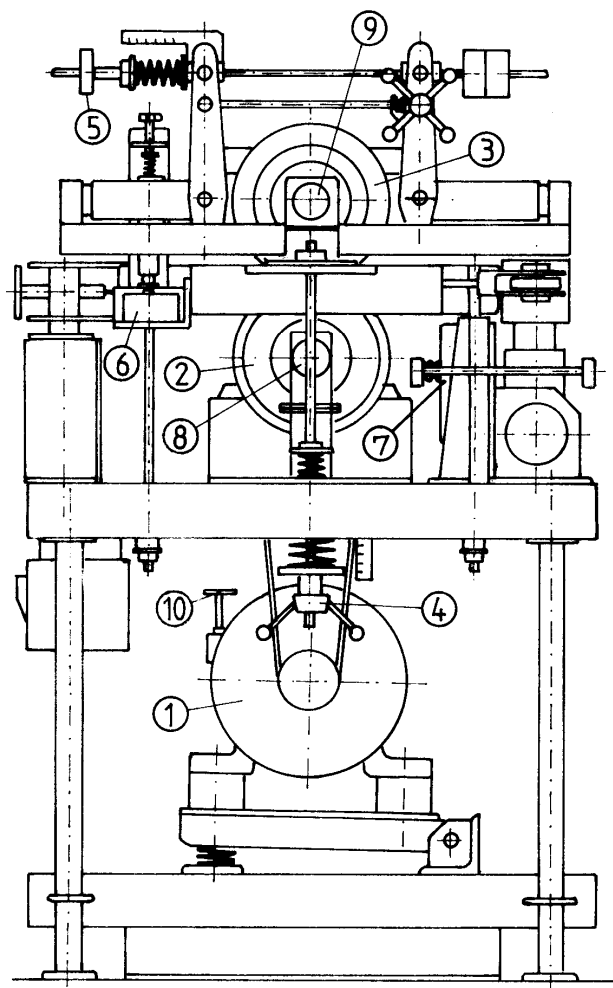
A fékezési folyamat szimulációjához a villamos hajtómotorral felgyorsítjuk a kerék Θ_{k1} , valamint a tárcsák Θ_1 és/vagy Θ_2 tehetetlenségi nyomatékát a szimulálandó fékezés v kezdősebességre, majd a motort kikapcsolva a féktuskók fogják fékezni a járműkereket. A fékezés során mérhető – többek között - a lassuló jármű sebessége az idő függvényében, a megtett út, a féktuskókat a kerékre szorító erő, a fékezési nyomaték stb.

A megállító fékezés szimulációján kívül a sebességtartó fékezés is szimulálható, regisztrálva az említett jellemzőket az idő függvényében.

5.4.2. Próbapad a kerék és a féktuskó közötti erőátadás vizsgálatára

Az előző fejezetben bemutatott próbapadhoz képest ez a próbapad kiterjedtebb vizsgálatok elvégzésére készült. $M = 1:4$ léptékben tartalmazza a tuskókkal fékezett járműkereket, viszont a hajtást olyan tárcsa hajtja végre, amely pereme a sínprofilnak megfelelően van kialakítva, tehát a kerék és a sín érintkezési viszonyai is szimulálva vannak. Az 5.23. ábra vázlatosan mutatja be ezt a próbapadot.

A próbapad legfontosabb elemei az 1 villamosmotor, a 2 hajtó görgő (sínprofil-alakú felülettel), valamint a 3 vasúti kerék-modell. Az Irodalomjegyzék [24] forrásműve a próbapad működését részletesen is ismerteti. A próbapaddal – többek között – a féktuskó és a kerék közötti μ súrlódási tényező úgy vizsgálható, hogy a féktuskó-modellt felbontják 5×10 mm négy-szög-keresztmetszetű rudakra, így a rudak hőmérséklete is külön-külön mérhető. A 2 hajtó görgő állásszögének változtatásával a kerék nekifutás-szöge változásának hatását lehet vizsgálni.



5.23. ábra. Laboratóriumi 1:4 léptékű súrlódásvizsgáló próbapad

Az elmondottakon kívül a próbapad még sok másféle kutatási területen használható, [24]-ben erről még sok részletet megtalálható.

6. Szilárdsági mérések

6.1. A szilárdsági mérések célja

A szilárdsági méréseknek az a célja, hogy egy vizsgált jármű szilárdsági tartalékát meghatározza, vagyis annak kiderítése, hogy az üzemben előforduló terheléseket az üzemidő során károsodás nélkül elviseli-e. A szilárdsági méréseket az alábbi esetekben szokták elvégezni:

- a.) **Újonnan gyártott vasúti járművek átvétele.** A vasúti járművek átvételekor nemzetközi egyezmények (UIC) alapján előírt nagyságú és fajtájú terheléseket kifejtve kell statikus méréseket végrehajtani, ezt a Megrendelővel kötött egyezmény alapján ki lehet egészíteni más terhelésekkel, illetve dinamikus (ütköztetéses) terhelésekkel.
- b.) **Felújított (átépített) vasúti járművek átvétele.** Nagyobb felújítás (átépítés) után a vasúti járműveket az újonnan gyártott járművekkel megegyező szilárdsági méréseknek kell alávetni. Ilyen jellegű átépítés lehet például, ha egy felújítandó személykocsi alvázáról levágják a régi szekrényt, majd az alváz felújítása után új szekrényt építenek a felújított alvázra.
- c.) **Új szerkezeti egységek ellenőrző mérései.** Ha egy vasúti járműgyár az addig gyártott járműszerkezetekhez képest alapvetően új szerkezetet tervez meg és gyárt le (például új szerkesztési elveken megtervezett forgóvázkeret), szükségesnek tarthatják a megfelelő szilárdsági mérések végrehajtását.
- d.) **Üzemzavarok (törések, repedések) okának felderítése.** Törések, repedések esetén a kész járművön kell méréseket végezni, üzemi terhelések alatt.
- e.) **Gyártásból visszamaradt feszültségek meghatározása.** A vasúti járművek alvázának és szekrényvázának gyártása általában hegesztéssel történik, emiatt az egyes szerkezeti elemekben a kihűlés után jelentős mechanikai feszültségek maradhatnak vissza. Ezek meghatározása csak olyan speciális módszerekkel történhet, amelynek során a vázszerkezet elemeit bizonyos, általában csekély mértékben károsítani kell. Ilyen módszer például a furatrozettás mérés, amelyet a későbbiekben részletesen is tárgyalunk.

6.2. Az alkalmazott járműterhelések és azok kifejtésének módja

A vasúti járművek szilárdsági mérései során a terhelések vagy mesterségesen kifejtett terhelések (például az átvételi mérések), vagy a járművet az üzeme során érő terhelések. Ezeknek a járműre való kifejtése alapvetően kétféle módon történhet:

Próbapadon kifejtett terhelések: a jármű meghatározott pontjain általában hidraulikus munkahengerekkel fejtik ki az előírt terheléseket. Ezek a terhelések két csoportra oszthatók:

- a.) **időben állandó (statikus) terhelések:** a statikus átvételi mérések során a nemzetközi egyezményekben előírt módon és helyen statikus terheléseket fejtenek ki a vasúti járműre. Ezek a berendezések viszonylag kisméretűek és olcsók.

- b.) **időben előírt módon változó terhelések:** az ilyen terheléseket programvezérelt szervószelepes hidraulikus munkahengerekkel lehet kifejteni, például szimulálni lehet a pályáról a futóműre ható terheléseket. Az ilyen szimuláció lehetőségének nagy előnyét nagymértékben csökkenteti az ilyen hidraulikus berendezéseknek az igen költséges volta.

Üzemi körülmények között végzett mérések: az ilyen mérések során a terhelések megbízhatóan azonosak a valóságos üzem terheléseivel, viszont a többféle lehetséges üzemmód mindegyikének a figyelembe vétele igen megnövelheti a mérések idejét, és emiatt a mérések költségei magasak lehetnek. Bizonyos terhelések egyidőben is előfordulhatnak, mások nem, például az indítási folyamat lehet egyidejű az oldalszél terhelésével, de a nagy sebességű ívben futással már nem, stb. Alaposan átgondolt kompromisszum szükséges, hogy minél többfajta üzemmód terhelése figyelembe vételre kerüljön.

6.3. A szilárdsági mérések mérőeszközei és mérési módszerei

A szilárdsági mérések számára többféle mérőeszközt és mérési módszert fejlesztettek ki. Ezek fontos közös tulajdonsága, hogy csak **terhelés-változás** által okozott felületi **alakváltozást** tudnak érzékelni. Például a felületen kitűzött hossz értékének megnyúlását mérni tudjuk a terhelés hatására. Emiatt például a jármű szerkezeti elemeiben az önsúly által okozott igénybevételt közvetlenül nem tudjuk megmérni, csak ha az önsúllyal megegyező nagyságú külön külső terhelést hozunk létre a járművön, és az így kiváltott nyúlásváltozást mérjük meg.

A mérőeszközök és mérési módszerek nagy része (mechanikus nyúlásmérők, repedő-lakk, feszültségoptikai bevonat, nyúlásmérő bélyeg) csak a gépalkatrészek felületének alakváltozását képes érzékelni, a gépalkatrész teljes térfogatának szilárdsági igénybevételét csak a feszültségoptikai modellezés képes felderíteni. E mérőeszközök és mérési módszerek közül csak a nyúlásmérő bélyeg felhasználási módját ismertetjük részletesen. A többi mérőeszközt és mérési módszert csak vázlatosan mutatjuk be.

6.3.1. Mechanikai nyúlásmérők

Jórészt csak történeti érdekességük van, általában a mérőóránál alkalmazott áttétellel tudják érzékelni az alkatrész megnyúlását ([2]-81. o., 3.1.5 fejezet). Érzékenységük eléggé korlátozott, 50 μm -nél kisebb nyúlást (10 MPa-nál kisebb húzófeszültség-változást) nem tudnak érzékelni, és csak statikus terheléseknél használhatók. Nagyon fontos, hogy a mérőbázist kijelölő, a gépalkatrész felületébe beütött kis golyókat a mérés után eltávolítsák és a golyók helyét gondosan kiköszörüljék.

6.3.2. Repedőlakk-bevonat

A vizsgált gépalkatrész felületét olyan speciális lakkal vonják be, amely megszilárdulás után igen merev lesz ([2]-90.o.). Az alkatrészt megterhelve, a fellépő felületi alakváltozást a merev lakkbevonat nem tudja követni, és több helyen és irányban megreped. A repedések irányából következtetni lehet a felületi alakváltozás irányára, a repedések sűrűségéből pedig az alakváltozás mértékére. Előnye, hogy az alkatrészen a teljes bevont felület alakváltozását jelzi, ami bonyolult alakú alkatrész esetében lehet fontos. Hátránya a korlátozott pontosság, továbbá, hogy csak statikus terhelés esetén alkalmazható, valamint, hogy a lakkbevonatot csak

egyszer lehet használni, új méréshez új lakkbevonatot kell felvinni, az előző lakkréteg eltávolítása után. A gyakorlatban bonyolult alakú alkatrészek felületén a repedőlakkal lehet megkeresni a legnagyobb felületi nyúlást elszenvedő felületrészeket, hogy azokon a helyeken érzékenyebb nyúlásmérő eszközöket, például nyúlásmérő bélyeget alkalmazhassanak.

6.3.3. Feszültségoptikai modellezés

Bizonyos, optikailag átlátszó műanyagok olyan tulajdonságúak, hogy megterhelve és polarizált fényben megfigyelve, az anyagban ébredő mechanikai feszültségek jellegzetes elszíneződések alakjában figyelhetők meg ([2]-218.o.). Ha ilyen anyagból elkészítjük az alkatrészt (vagy annak kisléptékű modelljét), megfelelően megterhelve polarizált fényben az elszíneződésekből lehet következtetni az ébredő mechanikai feszültségek irányára és nagyságára. Előnye, hogy elvileg tetszőlegesen bonyolult alakú alkatrész is modellezhető, továbbá az, hogy az alkatrész teljes térbeli alakja és térfogata is megfigyelhető. Hátránya a modellezés költségessége, valamint a korlátozott pontosság a mechanikai feszültségek nagyságának és irányának meghatározásában. Mivel a polarizált fény miatt a megvilágítás eléggé csekély értékű, korábban fényképtechnikai problémák miatt csak statikus terhelések által keltett elszíneződések fényképezése jöhetett számításba, manapság megfelelően érzékeny videokamerát használva, időben változó terhelés által kiváltott, időben változó elszíneződés rögzítése is lehetséges.

6.3.4. Feszültségoptikai bevonat

Kidolgoztak olyan feszültségoptikai módszert is, amely csak a vizsgált alkatrész felületén igényel egy vékony, néhány mm vastag feszültségoptikai tulajdonságú bevonatot. Ez a bevonat csak annak a felületrésznek az alakváltozását követi, amelyre felragasztották. A mérés értékelése hasonlít a feszültségoptikai modellezésnél alkalmazott módszerhez. Ez a bevonat több méréshez is használható, és időben változó terhelés okozta alakváltozások érzékelésére is alkalmas.

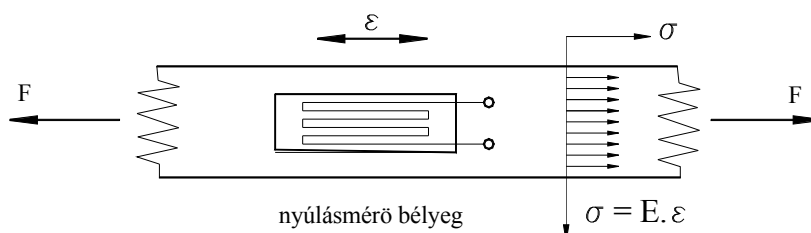
6.3.5. Nyúlásmérő bélyeg

A szilárdsági mérések viszonylag legszélesebb körben alkalmazott mérőeszköze a nyúlásmérő bélyeg. Ez műanyag hordozó alapba beépített, többszörösen hurkolt ellenálláshuzal ([2], [3], [5], [6]), amely a vizsgált alkatrész felületi alakváltozásával együtt deformálódik (összehúzódik, vagy megnyúlik), és a huzal villamos ellenállása ennek megfelelően csökken, vagy nő. Így ez a mérőeszköz is csak a felületi alakváltozást érzékeli, de szerencsére az alkatrészek deformációja is általában a felületükön a legnagyobb. A nyúlásmérő bélyegek részletes felépítésével, villamos és egyéb tulajdonságait az 1. fejezetben tárgyaltuk. A felületi alakváltozási állapottal pedig az alábbiakban részletesebben foglalkozunk.

6.3.5.1. A felületi alakváltozási állapot. A főnyúlások

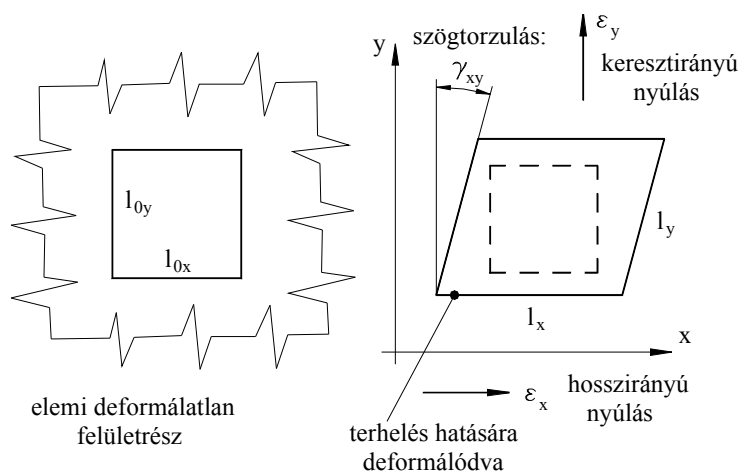
Ha az alkatrész, amelyre a nyúlásmérő bélyeget felragasztották, csak egyirányú terhelésnek van kitéve, és az erőhatásra merőleges keresztmetszeteiben egyenletes feszültségeloszlást lehet feltételezni, akkor az érzékelt nyúlásból az ébredő σ húzófeszültségre egyszerűen lehet

következtetni (6.1. ábra), ahol ε a nyúlásmérő bélyeg által érzékelt nyúlás, E a mérendő alkatrész anyagának rugalmassági modulusa, σ pedig az ε -ből és E -ből számított húzófeszültség.



6.1. ábra. Felületi feszültség mérése nyúlásmérő bélyeggel

A vasúti járműszerkezetekben ilyen egytengelyű feszültségi állapot csak a hosszabb tartókban, azoknak is csak az erőbevezetések helyétől kellő távolságban lévő keresztmetszeteiben fordul elő. Más esetekben, például rövid tartókban, vagy a szekrény héjazatában mind a feszültségi, mind a nyúlási állapot kéttengelyű, tehát egy felvett x - y rendszerben az alkatrész felületén mind az x -irányban, mind az y -irányban fellép megnyúlás (ε_x , ε_y), valamint az esetek túlnyomó többségében γ_{xy} szögtorzulás is (6.2. ábra):



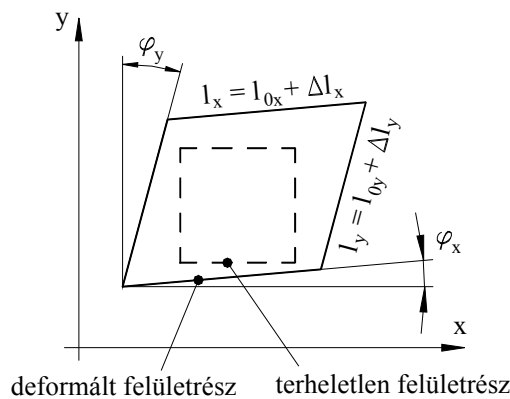
6.2. ábra. Kéttengelyű feszültség a felületen

A felület alakváltozását általános esetben két megadott irányba (általában az egymásra merőleges x és y irányba) eső nyúlás: ε_x és ε_y , továbbá a γ_{xy} szögdeformáció adja meg (6.3. ábra), az ábrán a nyúlások és a szögdeformáció értéke:

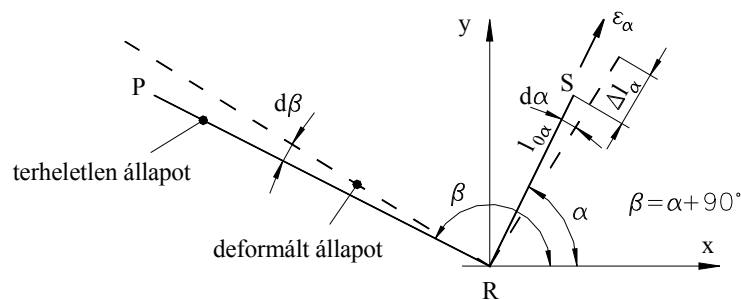
$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\Delta l_x}{l_{0x}} \\ \varepsilon_y &= \frac{\Delta l_y}{l_{0y}} \\ \gamma_{xy} &= \varphi_x + \varphi_y \end{aligned} \right\} \text{közös jelöléssel: } \underline{\nu} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

A $\underline{\nu} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]$ nyúlásvektor három összetevője teljesen meghatározza a felület általános alakváltozási állapotát. Kérdés, hogy ha a koordináta-rendszert α szöggel elforgatjuk (6.4.

ábra), mekkora lesz az α irányban az ε_α nyúlás és $\gamma_{\alpha\beta}$ szögváltozás (ahol $\beta = \alpha + 90^\circ$). A nyúlásmérő bélyeggel végrehajtott mérésekhez fontos tudni, hogy milyen irányban lépett fel az alkatrész felületén a legnagyobb ε_α nyúlás, mert ebbe az irányba kell a nyúlásmérő bélyeget felragasztani a vizsgált alkatrész felületére. Határozzuk meg a 6.4. ábrán, hogy a PRS idomnak az α irányba mutató RS szakasza mekkora ε_α nyúlásnak lett kitéve, továbbá mekkora lett a $\gamma_{\alpha\beta}$ szögváltozása, ahol az α irányban a nyúlás és a szögdeformáció $\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta l_\alpha}{l_{0\alpha}}$ és $\gamma_{\alpha\beta} = d\beta - d\alpha$ (mivel az eredetileg 90° szög megváltozását kell kapnunk), továbbá $l_{0\alpha}$ egy α irányban felvett egyenesszakasz hossza terheletlen állapotban, Δl_α ennek megnyúlása.



6.3. ábra. Kéttengelyű feszültség okozta felületi alakváltozás



6.4. ábra. A koordináta-rendszer elfordulásának hatása

Az ε_α nyúlás és $\gamma_{\alpha\beta}$ szögdeformáció az x - y rendszerbeli ε_x és ε_y nyúlásnak, valamint a γ_{xy} szögdeformációnak a függvénye:

$$\varepsilon_\alpha = f_1(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}), \text{ és } \gamma_{\alpha\beta} = f_2(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy});$$

illetve a vektoros jelölést alkalmazva:
$$\underline{v}_\alpha = \begin{bmatrix} \varepsilon_\alpha \\ \gamma_{\alpha\beta} \end{bmatrix} = \underline{f}(\underline{v}_{xy}) = \underline{f} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}.$$

Mivel a műszaki gyakorlatban ezek a hossz- és szögváltozások csekély értékűek (ritkán haladják meg az ezrelék nagyságrendet), ezért [2]-ben közölt levezetést alkalmazva, ε_α és $\gamma_{\alpha\beta}$ összefüggései jó közelítéssel az alábbi függvények összegeként írhatók fel:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= f_1(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}) \cong f_{11}(\varepsilon_x) + f_{12}(\varepsilon_y) + f_{13}(\gamma_{xy}) \\ \gamma_{\alpha\beta} &= f_2(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}) \cong f_{21}(\varepsilon_x) + f_{22}(\varepsilon_y) + f_{23}(\gamma_{xy})\end{aligned}\quad (6.1)$$

Így az alábbiakban az $f_{11}, f_{12}, \dots, f_{23}$ függvényeket külön-külön vezethetjük le, célszerűen párosával, az azonos független változójú függvények szerint csoportosítva. A továbbiakban az $f_{11}, f_{12}, \dots, f_{23}$ függvények levezetését itt nem részletezzük, a levezetés teljes részletességgel megtalálható a Melléklet 8.3.1. alfejezetében, itt csak a végeredményt mutatjuk be:

$$\begin{aligned}f_{11}(\varepsilon_x) &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \alpha, \quad f_{21}(\varepsilon_x) = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin 2\alpha, \quad f_{12}(\varepsilon_y) = \varepsilon_y \cdot \sin^2 \alpha \\ f_{22}(\varepsilon_y) &= -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin 2\alpha, \quad f_{13}(\gamma_{xy}) = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2\alpha, \quad f_{23}(\gamma_{xy}) = -\frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha.\end{aligned}$$

Ezekkel a két főnyúlás (8.8):

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \quad \text{és} \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}$$

Az összefüggések megegyeznek más forrásművekben ([2], [3] stb.) található, más úton levezetett összefüggésekkel.

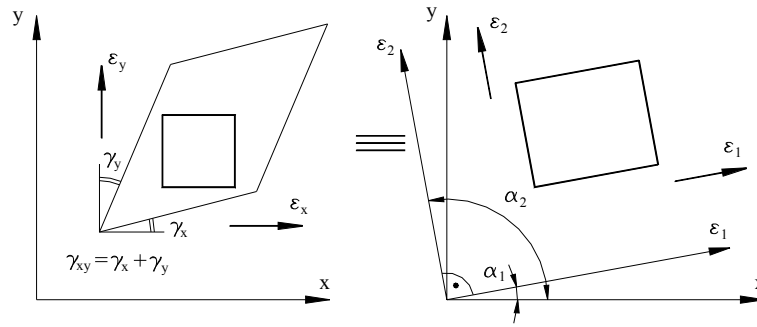
Fontos eredmény még, hogy: $\frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta\alpha=\alpha_1} = 0$ és $\frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta\alpha=\alpha_2} = 0$, mivel:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta\alpha=\alpha_1} &= \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \sin 2\alpha - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} \cdot [(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \operatorname{tg} 2\alpha - \gamma_{xy}] = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} - \gamma_{xy}}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} \equiv 0\end{aligned}$$

Ugyanerre az eredményre jutunk $\alpha = \alpha_2$ esetén is, az ε_2 levezetésénél alkalmazott átalakításokat felhasználva.

6.3.5.2. A nyúlási Mohr-kör

Az eddigiekből az következik, hogy egy tetszőleges $\underline{\nu} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]$ nyúlásvektorral megadott felületi alakváltozási állapot esetén is van olyan α_1 és $\alpha_2 = \alpha_1 + \pi/2$ szög, amelyek irányában kizárólag nyúlásnak van kitéve a felület, és nincs szögváltozás (6.5. ábra). Ez mérés-technikailag azt jelenti, hogy ε_1 , illetve ε_2 irányában a felragasztott nyúlásmérő bélyeg a felépő legnagyobb, illetve legkisebb nyúlást érzékelné, de ehhez ismerni kellene α_1 , illetve α_2 irányát. α_1 , illetve α_2 meghatározásához ismernünk kellene a nyúlások változását az α szög függvényében. Az $\varepsilon(\alpha)$ függvény ábrázolására több lehetőség is van, mérés-technikai célokra a nyúlási Mohr-kör a legcélszerűbb. Ennek a meghatározásához át kell alakítanunk az $\varepsilon(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$ függvényt.



6.5. ábra. Csak nyúlással rendelkező irányok a felületen

Mindenekelőtt transzformáljuk az x - y rendszert, elforgatva α_1 szöggel. Ekkor az ε_x nyúlás helyébe ε_1 , az ε_y nyúlás helyébe ε_2 lép, a γ_{xy} szögelfordulás viszont zérus, ezért az $\varepsilon_\alpha(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$ és a $\gamma_{\alpha\beta}(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy})$ függvény helyébe a következők lépnek:

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_1 \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_2 \cdot \sin^2 \alpha \quad \text{és} \quad \gamma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \sin 2\alpha$$

(mivel α_1 , illetve α_2 irányában nincs szögelfordulás). Folytatva az átalakítást:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_1 \cdot \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_2 \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_2 \cdot \sin^2 \alpha + \\ &+ \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_1 \cdot \sin^2 \alpha - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_1 \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_2 \cdot \cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_2 \cdot \cos^2 \alpha = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_1 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_2 \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + \end{aligned}$$

$$+ \varepsilon_1 \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) + \varepsilon_2 \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cdot \cos 2\alpha$$

Jelöljük a főnyúlások középértékét ε_m -mel és különbségük felét ε_r -rel:

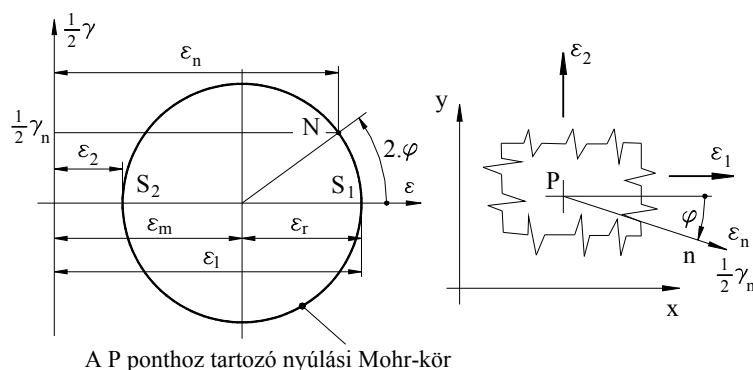
$$\varepsilon_m = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_1 + \varepsilon_2), \quad \varepsilon_r = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

Így ε_α és $\gamma_{\alpha\beta}$ képletei a következők lesznek: $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_m + \varepsilon_r \cdot \cos 2\alpha$ és $\gamma_{\alpha\beta} = \varepsilon_r \cdot \sin 2\alpha$

Átrendezve: $\varepsilon_\alpha - \varepsilon_m = \varepsilon_r \cdot \cos 2\alpha$ és $\frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta} = \varepsilon_r \cdot \sin 2\alpha$.

Emeljük négyzetre a két egyenletet és adjuk össze: $(\varepsilon_\alpha - \varepsilon_m)^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta}\right)^2 = \varepsilon_r^2$.

Ez egy kör egyenlete az $\varepsilon - \frac{1}{2} \cdot \gamma$ koordináta-rendszerben. Ennek a körnek a sugara ε_r , középpontja rajta van az ε tengelyen, és az origótól ε_m távolságra van (6.6. ábra).



A P ponthoz tartozó nyúlási Mohr-kör

6.6. ábra. A Mohr-kör

Az ábra jobboldalán egy terhelés alatt lévő alkatrész felületének egy része látható, a P pont környezetében, az x - y koordináta-rendszerben. A baloldalon látható kördiagram az $\varepsilon - \frac{1}{2}\gamma$ koordináta-rendszerben helyezkedik el, a középpontja az ε tengelyen van. Ez a kördiagram képviseli a felület teljes nyúlásállapotát a P pontban oly módon, hogy a P pontból kiinduló bármelyik irányhoz a kör egy kerületi pontja tartozik. A kör kerületi pontjaiban a vízszintes koordináta nyúlást jelent, a függőleges koordináta szögelfordulást.

Tegyük fel, hogy a P pontban ismerjük az ε_1 és ε_2 főnyúlásokat irány és nagyság szerint. A főnyúlások irányához a körnek az ε tengellyel való S_1 és S_2 metszéspontjai tartoznak. A kör kerületi pontjai és a hozzátartozó irányok között az a kapcsolat, hogy az egyik irányból a másik irányba φ szöggel való elforduláshoz a kör kerületén 2φ szöggel kell elfordulni, ellenkező körüljárási irányban. Így ha az ε_1 főnyúlás irányához az S_1 pont tartozik, az ε_2 főnyúlás irányába $\pi/2$ szöggel kell elfordulni, az S_1 pontból az S_2 pontba π szöggel elfordulva juthatunk el. Ha a P pontból kiinduló n irány φ szöget zár be az ε_1 főnyúlás irányával az óra járásának irányában, akkor az n irányhoz tartozó N kerületi pontba 2φ szöggel kell elfordulva lehet eljutni, az óra járásával ellentétes irányban. Ekkor a nyúlási Mohr-körön leolvashatjuk, hogy az n irányban a felület nyúlása ε_n , a szögelfordulás pedig $\frac{1}{2}\gamma_n$.

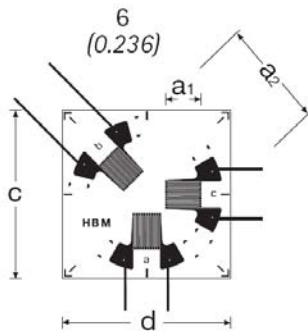
6.3.5.3. A főnyúlások és főfeszültségek meghatározása a mérési eredményekből

A Mohr-kör ismerete segítséget nyújthat abban, hogy egy általános nyúlásállapotú felületen meghatározhassuk a két főnyúlást. Mivel szögelfordulást nyúlásmérő bélyeggel mérni nem tudunk, három, elvileg tetszőszerinti irányban végzett nyúlásméréssel meghatározhatjuk a Mohr-kört. A gyárak úgy mentek elébe ennek a mérés technikai feladatnak, hogy készítettek olyan nyúlásmérő bélyeget, amelynek a műanyag-alapjában három, egymástól függetlenül működő bélyeg van egyesítve. A 6.10 ábrán egy Hottinger-márkájú SG/Y sorozatú hármas nyúlásmérő bélyeg látható.

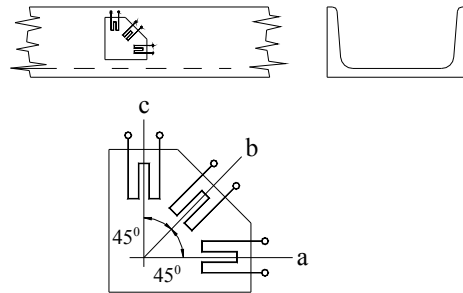
A gyakorlatban a 45^0 - 45^0 fokos, valamint a 60^0 - 60^0 fokos bélyeghármasok – elterjedt nevükön: *rozetták* – terjedtek el. Vizsgáljuk meg, hogy egy 45^0 - 45^0 fokos rozettát alkalmazva hogyan lehet a főnyúlások irányát és nagyságát meghatározni.

A 6.11 ábrán látható \cap tartóra 45^0 - 45^0 fokos rozettát ragasztottunk fel, hogy az ε_1 és ε_2 főnyúlásokat mérésrel meghatározhassuk. A gyakorlatban a rozettákat úgy tájolják, hogy egyik

irányuk párhuzamos legyen a tartó valamelyik kitüntetett irányával, a jelen esetben az „a” el-
lenálláshozal a tartó hossz tengelyével párhuzamos.

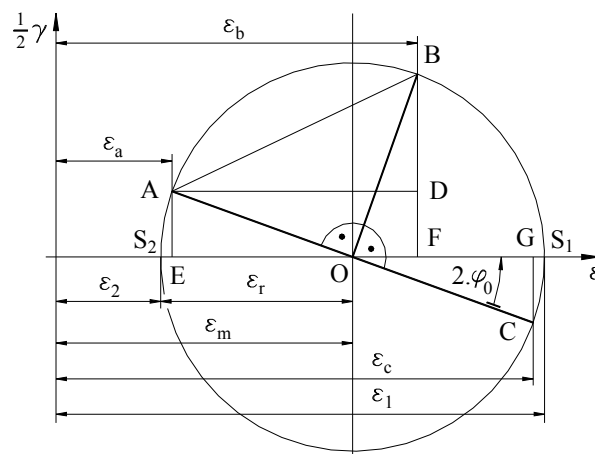


6.7. ábra. Háromirányú nyúlásmérő bélyeg



6.8. ábra. 45°-os rozetta U tartón

Szerkesszük meg a nyúlási Mohr-kört, becsléssel felvéve a rozetta három főirányának, az „a”, „b” és „c”-nek megfelelő *A*, *B* és *C* kerületi pontokat. A három kerületi pontról csak annyit tudunk, hogy mivel az „a”, „b” és „c” irányok 45°-os szöget zárnak be egymással az óra járásával ellentétes irányban, az *A*, *B* és *C* kerületi pontok egymástól 90°-ra helyezkednek el, és a sorrendjük az óra járásának megfelelő irányú lesz (6.9. ábra).



6.9. ábra. Háromirányú nyúlásmérő bélyeg

A feladat az, hogy egyrészt meghatározzuk az ε_1 és ε_2 főnyúlásokat, másrészt azt a φ_0 szö-
get, amelyet az ε_1 főnyúlás és a rozetta valamelyik ága, például a „c” zár be. A főnyúlásokat
legegyszerűbben a kör középpontjához tartozó ε_m nyúlásból és a Mohr-kör ε_r sugarából kap-
hatjuk meg:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_m + \varepsilon_r \text{ és } \varepsilon_2 = \varepsilon_m - \varepsilon_r, \text{ ahol } \varepsilon_m = \frac{1}{2}(\varepsilon_a + \varepsilon_c).$$

ε_r meghatározásához kihasználhatjuk a 6.9. ábrán látható Mohr-kör hasonló háromszögeit.
Olyan háromszögeket kell keresnünk, amelyeknek a vízszintes koordinátáit, vagyis a nyúláso-
kat ismerjük. Ilyen háromszög lehet például az *ABD* és a *COG* háromszög.

Az ABD háromszög átfogója: $\overline{AB} = \sqrt{2}\varepsilon_r$, továbbá: $\overline{AD} = \varepsilon_b - \varepsilon_a$. Ezenkívül egybevágó, de elfordított háromszögek az BFO és a COG háromszögek, ebből következik, hogy $\overline{BD} = \overline{FG} = \varepsilon_c - \varepsilon_b$. Végül $\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2$ és behelyettesítve:

$$(\sqrt{2}\varepsilon_r)^2 = (\varepsilon_b - \varepsilon_a)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2, \text{ innen a kör sugara: } \varepsilon_r = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_b - \varepsilon_a)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2}.$$

Így a két főnyúlás:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_a + \varepsilon_c) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_b - \varepsilon_a)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_a + \varepsilon_c) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_b - \varepsilon_a)^2 + (\varepsilon_c - \varepsilon_b)^2}$$

Mivel a nyúlások különbségének négyzete szempontjából mindegy, hogy milyen a nyúlások sorrendje, a két főnyúlás szokásos képlete:

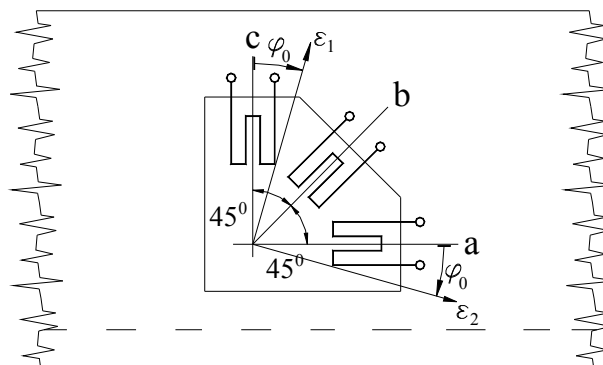
$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon_a + \varepsilon_c) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2} \text{ és}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{2}(\varepsilon_a + \varepsilon_c) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2}$$

Az elmondottaknak megfelelően az ε_1 irányhoz tartozó S_1 ponthoz legközelebb a „c” irányhoz tartozó C pont van, e két kerületi pont viszont a $2\varphi_0$ szög alatt látszik, így az ε_1 irány és a „c” irány között φ_0 szög van. Ezen szög nagysága:

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \cdot \text{arctg} \frac{\overline{GC}}{\overline{OG}} = \frac{1}{2} \cdot \text{arctg} \frac{\overline{OF}}{\overline{OG}} = \frac{1}{2} \cdot \text{arctg} \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_m}{\varepsilon_c - \varepsilon_m}$$

Mivel a Mohr-körön C -ből S_1 -be az óra járásával ellentétes irányban elfordulva lehet eljutni, a rozetta „c” irányától az óra járásának irányában kell φ_0 szöggel elfordulni, hogy megkapjuk ε_1 irányát (6.13 ábra).



6.10. ábra. A meghatározott főirányok

Az $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$ főnyúlásokból meghatározhatjuk az irányukba eső $\sigma_1 - \sigma_2$ főfeszültségeket. Ha a vizsgált elemi felületrészre σ_1 és σ_2 feszültségek hatnak, akkor a σ_1 feszültség irányába eső ε_1 nyúlás értéke:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_2}{E},$$

mivel a σ_2 feszültség által okozott kontrakció μ -szöröse a rá merőleges nyúlásnak és azzal ellentétes előjelű. Az ε_2 nyúlás képletét hasonlóan kaphatjuk meg:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_1}{E}.$$

ε_1 képletéből σ_1 -et kifejezzük: $\sigma_1 = E \cdot \varepsilon_1 + \mu \cdot \sigma_2$, ε_2 képlete pedig átalakítva:

$$-E \cdot \mu \cdot \varepsilon_2 = -\mu \cdot \sigma_2 + \mu^2 \cdot \sigma_1.$$

A két képletet összeadjuk: $\sigma_1 - \mu \cdot E \cdot \varepsilon_2 = E \cdot \varepsilon_1 + \mu^2 \cdot \sigma_1$, innen a nagyobbik főfeszültség:

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot (\varepsilon_1 + \mu \cdot \varepsilon_2) \text{ és a kisebbik főfeszültség: } \sigma_2 = \frac{E}{1 - \mu^2} \cdot (\varepsilon_2 + \mu \cdot \varepsilon_1),$$

illetve a főnyúlások képlete a főfeszültségek függvényében:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_1 - \mu \cdot \sigma_2) \text{ és } \varepsilon_2 = \frac{1}{E} \cdot (\sigma_2 - \mu \cdot \sigma_1)$$

A két főfeszültségből – bizonyos feltételek teljesülése esetén – egyenértékű (redukált) feszültséget határozhatunk meg. A gyakorlatban a Mohr-féle elmélet szerint, illetve az alakváltozási munka elmélete szerint határozhatunk meg egyenértékű feszültséget:

1. A Mohr-elmélet szerint:

- ha $\sigma_1 \cdot \sigma_2 < 0$: $\sigma_{\text{egyen}} = \sigma_1 - \sigma_2$
- ha $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$ és $\sigma_1 > 0$: $\sigma_{\text{egyen}} = \sigma_1$
- ha $\sigma_1 \cdot \sigma_2 > 0$ és $\sigma_1 < 0$: $\sigma_{\text{egyen}} = \sigma_2$

2. Az alakváltozási munka elmélete szerint pedig: $\sigma_{\text{egyen}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2}$

Az elméletek szerint a számított σ_{egyen} feszültség tekinthető a gépalkatrész számára mértékadó feszültségnek. Bármelyik elméletet alkalmazzuk is, nem szabad elfelejtenünk, hogy ezen elméletek eredményeit csak statikus kísérleti mérésekkel ellenőrizték. Időben változó nyúlások, illetve feszültségek esetén csak kellő óvatossággal lehet alkalmazni az említett elméleteket az egyenértékű feszültségek meghatározására.

Végeredményben a nyúlásmérő bélyeg alkalmazásának eredményeit úgy összegezzük, hogy segítségével meghatározhatjuk egy gépalkatrész felületének feszültségi állapotát leíró minden jellemzőt, ehhez viszont három irányban mérő bélyeget, vagyis rozettát kell alkalmazni. Ha egyirányú bélyeget használunk, csak a bélyeg irányába eső nyúlást és feszültséget határozhatjuk meg, ez a feszültség viszont csak egytengelyű feszültségi állapot esetén ad mértékadó feszültség-eredményt.

6.4. Új beszerzésű, vagy átépített vasúti járművek átvételi mérései

Új beszerzésű (újonnan gyártott), vagy jelentősen átépített vasúti járművek átvételének módját nemzetközi előírások és hazai szabványok szabályozzák. Európában az UIC ajánlásokat dolgozott ki az európai tagvasutak számára, így a MÁV számára is. Ezek az UIC 577 sz. döntvényében található. Ennek alapján készítették el az MSZ EN 12663 számú magyar szabványt, amely néhány kisebb részlettől eltekintve, az UIC 577. sz. döntvényében található előírásokat tartalmazza. Az általános szokás szerint ezen előírásokon túlmenően a járművet Gyártó és a járművet Megrendelő még más átvételi mérések elvégzésében is megállapodhat.

Az idézett Szabványban kötelezően előírt fajtájú és nagyságú, próbapadon kifejtett statikus terheléseket kell a vizsgált járműnek elviselni anélkül, hogy a kiváltott alakváltozások ne lépjék túl a kitűzött átvételi feltételeket. A magyar szabvány nem ír elő dinamikus (ütköztetési) átvételi méréseket, de a Megrendelő és a Gyártó megállapodhat ilyen átvételi mérések végrehajtásában is, amelynek során a vizsgált járművet neki kell ütköztetni előírt sebességgel és előírt számban egy hasonló járműnek. E mérések részleteit illetően az UIC döntvényét lehet alapul venni.

Az alábbiakban bemutatjuk a magyar szabványban rögzített statikus átvételi méréseket, majd a dinamikus (ütköztetési) méréseket ismertetjük, ahogyan azokat az UIC döntvénye ajánlja.

6.4.1. Statikus próbapadi vizsgálatok

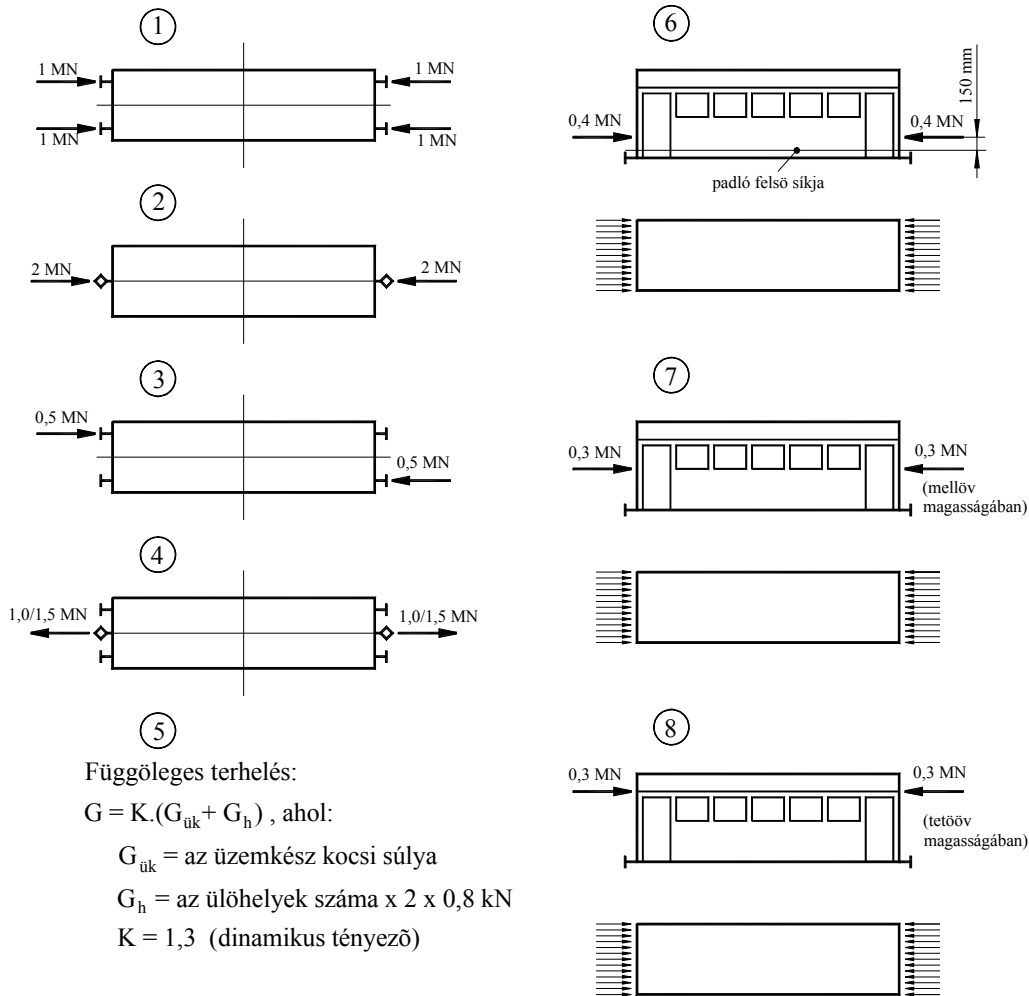
Az MSZ EN 12663 számú magyar szabvány előírásai szerint a próbapadon statikus terhelésekkel végrehajtott mérések során a vasúti járművek ütköző- és vonókészülékére kifejtett statikus terhelésekkel szimulálják a járművekre az üzem során ható, főleg hosszirányú terheléseket. A szabvány többféle járműtípust különböztet meg, a jelen ismertetésben az általánosan előforduló kocsik típusokat mutatjuk be, például a teherkocsik közül a tolatási korlátozás nélküli kocsikat (a szabványban F-I. osztályú kocsik), a személykocsik közül a nem zárt motorvonatokba sorolt kocsikat említjük meg, tehát amelyek szabadon sorolhatók be minden vonatba (P-I. osztály), de felhívjuk a figyelmet, hogy egy személy-, vagy teherkocsi statikus átvételi mérése előtt célszerű gondosan ellenőrizni, hogy a vizsgálandó jármű a szabvány melyik csoportjába tartozik.

Személykocsik esetében a szekrényváz homlokfalának szilárdságát külön is ellenőrizni kell, a homlokfalra megadott magasságban kifejtett terhelésekkel. Az üzem során a járművet érő függőleges terheléseket oly módon kell figyelembe venni, hogy a hasznos terhelésnek és az önsúlynak összegét előírt dinamikus együtthatóval megszorozva kell a járműre kifejteni, figyelembe véve a függőleges terhelésnek a járművön szokásos hossz menti megoszlását is.

A jármű átvételének feltétele az, hogy az alváz és szekrényváz egyes elemeiben az említett terhelések hatására a maradó alakváltozás ne haladja meg az $\epsilon_{\max} = 0,002 \text{ m/m} = 2000 \text{ } \mu\text{/m}$ értéket. Így ez a vizsgálat az üzem során a járművet érő dinamikus terhelések okozta károsodások halmozódását kívánja szimulálni statikus terhelésekkel.

A személyszállító járművekre (a szabványban P-I. osztály) kifejtendő különféle terheléseket a 6.11. ábra mutatja be.

Személykocsik statikus átvételi terhelései:



Függőleges terhelés:

$G = K \cdot (G_{\text{ük}} + G_{\text{h}})$, ahol:

$G_{\text{ük}}$ = az üzembesz kocsis súlya

G_{h} = az ülöhelyek száma $\times 2 \times 0,8$ kN

$K = 1,3$ (dinamikus tényező)

6.11. ábra. Személyszállító járművek előírt statikus terhelései

1. terhelésfajta: nyomóerők az ütközők síkjában, szélső ütközős jármű ütközőire hosszirányban 1 MN nagyságú nyomó terhelés ütközőnként;
2. terhelésfajta: nyomóerők a központi vonó- és ütközőkészülékek síkjában, a vonókészülékre kifejtett 2 MN nagyságú nyomóterhelés;
3. terhelésfajta: átlós nyomóterhelés az ütközők magasságában, 0,5 MN nagyságú nyomóterhelés;
4. terhelésfajta: húzó terhelés a vonókészüléken 1,0 MN (egyes vonókészülék-típusoknál 1,5 MN) nagyságú húzó terhelés (a szabványban nincs több részlet);
5. terhelésfajta: függőleges terhelés, amely az utas-terhelésből és az önsúlyból tevődik össze, megnövelve $K = 1,3$ nagyságú dinamikus tényezővel. Az álló utasok súlyának figyelembe vételére az állóhely területén 2~4 utas/m² utasszámot kell figyelembe venni, egy utas tömegét 80 kg-nak véve.
6. terhelésfajta: nyomóerő a mellgerendán a padló felső síkja felett 150 mm magasságban, 0,4 MN nagyságú, keresztirányban egyenletesen megoszló terheléssel;

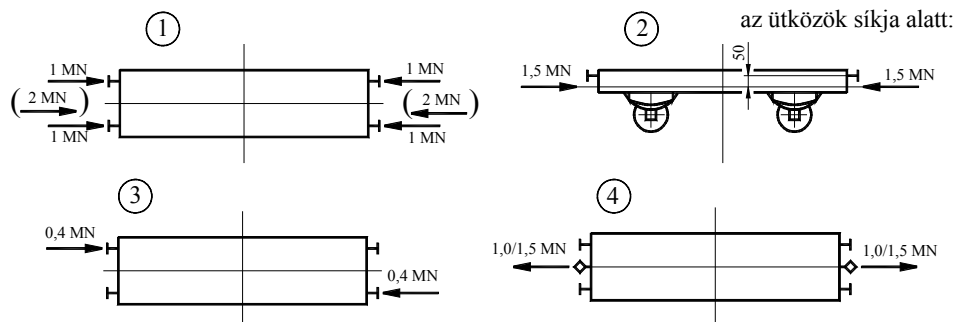
7. terhelésfajta: nyomóerő az ablakkivágás alsó peremének magasságában, 0,3 MN nagyságú, keresztirányban egyenletesen megoszló terheléssel;
8. terhelésfajta: nyomóerő a tetőöv síkjában, 0,3 MN nagyságú, keresztirányban egyenletesen megoszló terheléssel.

A bemutatott nyolcféle terhelést az alábbi kombinációkban kell a személyszállító járműre kifejteni:

1. A nyolcféle terhelés mindegyikét külön-külön, maradó alakváltozás nélkül ($\epsilon_{maradó} \leq 0,002 \text{ m/m} = 2000 \mu\text{/m}$) kell a járműnek elviselnie (a szélső ütközős és központi ütközős kocsikra értelemszerűen alkalmazva);
2. Szélső ütközős személykocsiknál az 1. + 5. terheléseket egyidejűleg is el kell viselni maradó alakváltozás nélkül, de az 5. terhelést $K = 1,0$ dinamikus tényezővel kell alkalmazni;
3. Központi ütköző-vonókészülékkel felszerelt személykocsiknál a 2. + 5. terheléseket egyidejűleg is el kell viselni maradó alakváltozás nélkül, a függőleges terhelés K dinamikus tényezője itt is $K = 1,0$.

A teherszállító járművek közül a szabványban F-I. osztályba sorolt (tolatási korlátozás alá nem vetett) járművek statikus átvételi terheléseit a 6.12. ábra mutatja be.

Teherkocsik statikus átvételi terhelései:



⑤

Függőleges terhelés:

$$G = K \cdot (G_{\text{ük}} + G_{\text{h}}), \text{ ahol:}$$

$G_{\text{ük}}$ = az üzemkész kocsí súly

G_{h} = a rakomány súlya

(Teherkocsik esetén a rakományt megoszló terhelésként, a megrendelével kötött megállapodás szerint kell figyelembe venni)

$K = 1,95$ (dinamikus tényező az F-I. teherkocsiknál)

6.12. ábra. Teherszállító járművek előírt statikus terhelései

1. terhelésfajta: nyomóerők az ütköző és/vagy a vonókészülék síkjában, a szélső ütközőkre hosszirányban 1 MN nagyságú nyomóterhelés, központi ütköző-vonókészülékre 2 MN nagyságú nyomóterhelés;

2. terhelésfajta: nyomóerők az ütköző és/vagy a vonókészülék síkja alatt 50 mm-rel, 1,5 MN nyomóterhelés;
3. terhelésfajta: átlósan ható nyomóerők az ütközők magasságában, csak szélső ütközők esetén, 0,4 MN nyomóerő;
4. terhelésfajta: húzóerők a vonókészüléken, 1,0 MN (bizonyos vonókészülékek esetén 1,5 MN) nagyságú húzóterhelés;
5. terhelésfajta: függőleges terhelés, amely a hasznos terhelésből és az önsúlyból tevődik össze, megnövelve $K = 1,95$ nagyságú dinamikus tényezővel. A terhelést megoszló terhelésként kell kifejtetni a járműre, a teher megoszlásának módját a Megrendelővel megállapodva kell meghatározni.

A bemutatott ötféle terhelést az alábbi kombinációkban kell a teherszállító járműre kifejtetni:

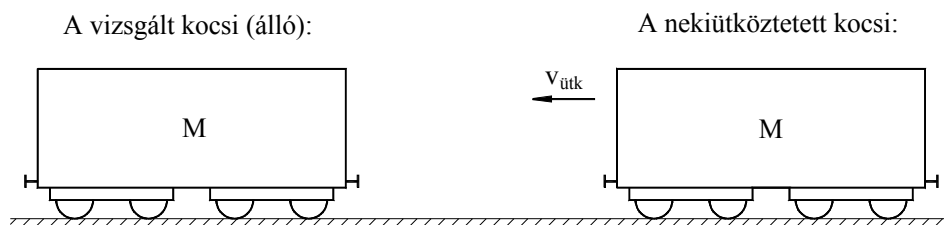
1. Az ötféle terhelést külön-külön el kell viselnie a jármű minden alkatrészének a 0,2%-ot, tehát $\varepsilon_{\max} = 0,002 \text{ m/m} = 2000 \mu\text{m}$ –t meg nem haladó maradó nyúlással;
2. 1. terhelés + 5. terhelés, de $K = 1,0$;
3. 2. terhelés + 5. terhekés, de $K = 1,0$;
4. 1. terhelés + önsúly, dinamikus tényező: $K = 1,0$;
5. 4. terhelés + 5. terhekés, de $K = 1,0$;
6. 4. terhelés + önsúly, dinamikus tényező: $K = 1,0$;

Általános feltétel, hogy a maradó nyúlás ne haladja meg a 0,2%-ot, tehát $\varepsilon_{\max} = 0,002 \text{ m/m} = 2000 \mu\text{m}$ lehet legfeljebb.

6.4.2. Ütköztetéssel végrehajtott dinamikus átvételi vizsgálatok

Az ütköztetéssel végrehajtott dinamikus terhelésekkel végrehajtott átvételi méréseket a magyar szabvány nem írja elő kötelező formában, a Megrendelő és a Szállító megegyezésére bízva. Ezekkel a dinamikus terhelésekkel szimulálni lehet a járművet ért dinamikus igénybevételeket, például a tolatás, szalasztás során fellépő lökészerű terheléseket. Amennyiben a Megrendelő és a Szállító megegyeznek ilyen mérések elvégzésében, ezeket az UIC előírásai alapján célszerű végrehajtaniuk.

Az ütköztetéssel végrehajtott dinamikus átvételi mérések vázlatos elrendezését a 6.13. ábra mutatja be.

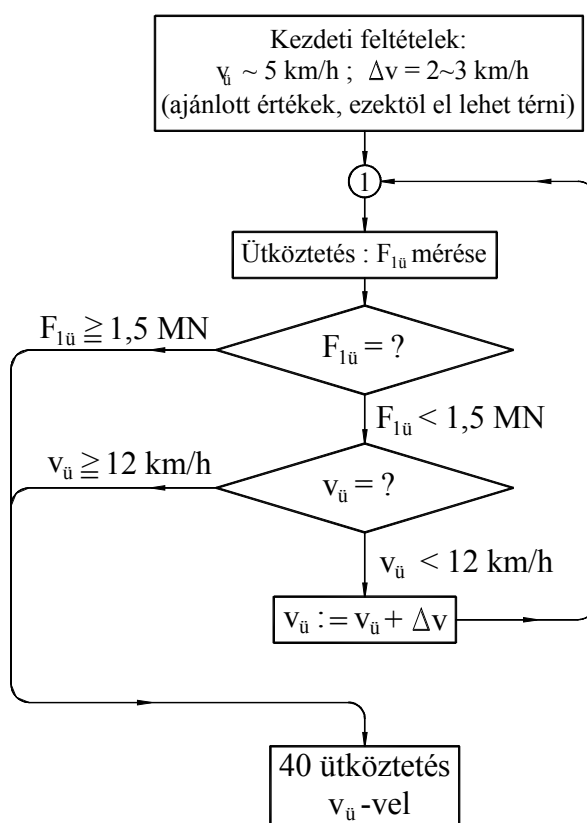


6.13. ábra. Ütköztetéses dinamikus átvételi mérések

A vizsgált kocsi álló helyzetben, befékezetlenül kell kitenni egy hasonló típusú, előírt módon megrakott kocsiráfutásának. A vizsgált kocsinak előírt számú ütközést kell elviselnie az alkatrészek maradó alakváltozása nélkül, üresen is és rakottan is, a nekiütköző kocsiminden esetben rakott kell, hogy legyen.

A nekiütköztetés $v_{\text{ütk}}$ sebességét úgy kell megállapítani, hogy $v = 12$ km/h értéket meg ne haladja, valamint a vizsgált kocsin egyes ütközőiben az ütközőerő meg ne haladja az $F_{1\text{ü},\text{max}} = 1500$ kN értéket. Ezt a kettős feltételt úgy állítják be, hogy kezdetben az ütköztetés sebességét csak néhány km/h értékre állítják be, és mérik az egyes ütközőkben fellépő $F_{1\text{ü},\text{max}}$ ütközőerőt. Ha ezt a határt még nem érték el, néhány km/h értékkel megnövelik az újabb ütköztetés sebességét. Ha így elérték az ütközőerő-határt, az aktuális ütköztetési sebességgel kell 40 ütköztetést végrehajtani. A sebességet legfeljebb 12 km/h értékig szabad növelni, még ha nem is érték el az ütközőerő-határt. Ennek a műveletsornak a folyamatábrája a 6.14. ábrán látható.

A jármű akkor megfelelő, ha a 40 ütköztetés előtti állapotához képest a 40 ütköztetés után az alvázban sehol sem lép fel nagyobb maradó alakváltozás, mint a statikus méréseknél is alkalmazott $\varepsilon_{\text{max}} = 0,002$ m/m = 2000 μ /m maradó alakváltozás. A 40 ütközés elkezdése előtt kinullázzák az egyes bélyegek, illetve bélyegágak erősítését, majd a 40 ütközés után ellenőrzik, hogy egyik bélye(ág)ban sem maradt-e ε_{max} -nál nagyobb nyúlás.



6.14. ábra. Ütköztetési dinamikus mérés folyamatábrája

A vizsgálatra vonatkozó előírások az alkalmazandó bélyegek helyére nem tartalmaznak konkrét előírásokat, célszerű, hogy a már végrehajtott statikus szilárdsági mérésnél tapasztalt legnagyobb feszültségek helyén lévő bélyegeknél ellenőrizzék a legnagyobb maradó nyúlást.

A [27] irodalmi forrásmű az Rnoos sorozatú rönkszállító teherkocsi statikus szilárdsági vizsgálatát, a [28] irodalmi forrásmű egy PB-gázszállító tartálykocsi ütköztetési mérését mutatja be.

Amint már említettük, ebben a fejezetben az átvételi méréseknek csak a legtipikusabb eseteit ismertettük. Az idézett UIC döntvények és MSZ szabvány más járműtípusokra is tartalmaz előírásokat, egy adott jármű átvételi méréseinek megtervezése során célszerű az idézett döntvényt és szabványt részletesen is tanulmányozni.

6.5. Üzemi körülmények között végzett szilárdsági mérések

Törések, repedések stb. fellépése esetén azok okának felderítésében sokszor az üzemi körülmények között végrehajtott mérések nyújthatnak segítséget. Mivel a vasúti járművekre ható terhelések nagysága az időben általában változik, a terhelések időfüggvényeinek frekvenciája is sokszor tág határok között ingadozik, ezért a járművek alkatrészeinek igénybevétele fárasztó jellegű. Emiatt a mérések eredményeit is a kifáradási számításokban szokásos módszerekkel kell értékelnünk.

A vasúti járművek igénybevétele az egyes üzemmódokhoz tartozó terhelések jellegzetes függvénye. Ezek az üzemmódok például az indítás folyamata, a fékezés folyamata, futás pályáivben stb., illetve ezek kombinációi. Ezért az üzemi körülmények között végzendő szilárdsági mérések megkezdése előtt meg kell állapítani, hogy milyen üzemi körülmények között, illetve terheléskombinációk között kell a méréseket végrehajtani. Bizonyos üzemmódok állandó és változó terheléseket egyaránt okoznak, például az indítási folyamat alatt a hajtó nyomaték értéke állandó, illetve csak lassan változik, viszont a hajtáslánc egyes elemeitől származhatnak időben változó, sokszor periodikus nyomaték-összetevők, például fokozat-átkapcsolások alatt. A többé-kevésbé állandó sebességgel történő futás alatt a terhelés állandó összetevője viszonylag kisebb, a változó terhelés-összetevő nagyobb. Mindezekből következik, hogy az egyes járműalkatrészek többnyire kifáradásra vannak igénybe véve.

Az időben gyorsan változó igénybevételek miatt az igénybevételek mérésére csak a nyúlásmérő bélyegek alkalmazása jöhet szóba. Ha az alkatrészben fellépő feszültségről feltételezzük, hogy egytengelyű (például viszonylag hosszú, csak a végein terhelt alvázrész közepén), akkor egyszerű, egy-irányban mérő bélyeget alkalmazhatunk, ekkor a regisztrált $\varepsilon(t)$ nyúlás-idő függvényből adódó $\sigma(t)$ feszültség-idő függvény:

$$\sigma(t) = E \cdot \varepsilon(t) .$$

Az így kapott egyetlen feszültség-idő függvény fáradási szilárdsági értékelése most már végrehajtható, ennek a módját a későbbiekben tárgyaljuk.

A vasúti járműalkatrészek felületének alakváltozása (és az ébredő feszültségek állapota) sajnos csak eléggé ritkán tekinthető egytengelyűnek. Tartók csatlakozásánál, a csomólemezen, a szekrényhézaton stb. az alakváltozási és a feszültségi állapot a tartó felületén gyakor-

latilag mindig kéttengelyű, tehát van ε_1 és ε_2 főnyúlás, valamint σ_1 és σ_2 főfeszültség. Így az ilyen helyeken mindig három irányban mérő bélyeget, rozettát kell alkalmaznunk.

A levezetett összefüggések, amelyekkel a rozetták három mért nyúlásából (ε_a , ε_b és ε_c) a két főnyúlást meg lehet határozni, elvileg változó nyúlásokra is alkalmazhatók. Ha tehát van $\varepsilon_a(t)$, $\varepsilon_b(t)$ és $\varepsilon_c(t)$ nyúlás-idő függvényünk, az $\varepsilon_1(t)$ és $\varepsilon_2(t)$ főnyúlás-idő függvények a következőképpen határozhatók meg:

$$\varepsilon_1(t) = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_a(t) + \varepsilon_c(t)) + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a(t) - \varepsilon_b(t))^2 + (\varepsilon_b(t) - \varepsilon_c(t))^2} \text{ és}$$

$$\varepsilon_2(t) = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_a(t) + \varepsilon_c(t)) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\varepsilon_a(t) - \varepsilon_b(t))^2 + (\varepsilon_b(t) - \varepsilon_c(t))^2}$$

A főnyúlás-idő függvényekből a főfeszültségeket is időfüggvények alakjában kapjuk:

$$\sigma_1(t) = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_1(t) + \mu \cdot \varepsilon_2(t)) \text{ és } \sigma_2(t) = \frac{E}{1-\mu^2} \cdot (\varepsilon_2(t) + \mu \cdot \varepsilon_1(t))$$

A két főfeszültség-idő függvényből mindig egyenértékű (redukált) feszültséget kell meghatározni, mert az értékelő módszerek mindig egyetlen $\sigma(t)$ feszültség-idő függvényt tudnak figyelembe venni. Az eddigiekben a Mohr-féle elmélet és az alakváltozási munka elmélet módszerét tekintettük át. Így az értékelésnek a mért $\varepsilon_a(t)$, $\varepsilon_b(t)$ és $\varepsilon_c(t)$ nyúlás-idő függvényektől az n kifáradási biztonsági tényezőig vezető útja – úgy tűnik – jól ki van dolgozva.

Azonban a tapasztalatok szerint e képletek használatakor célszerű óvatosságnak lenni. A főnyúlások képleteiben található négyzetre emelések eredménye mindig pozitív előjelű mennyiség. Ha tehát a mért alkatrészre váltakozó előjelű, lengő terhelés hat, aminek következtében a fellépő nyúlások is minden valószínűség szerint ugyancsak lengő jellegűek lesznek, a főnyúlások számításánál viszont a négyzetre emelések és gyökvonások eredményeként a kapott nyúlás-függvény több összetevője csak pozitív értékeket fog felvenni, így ez a belőlük számított főfeszültségek számértékét várhatóan ugyancsak befolyásolja.

Az egyenértékű (redukált) feszültségek időfüggvényeinek meghatározásakor nem szabad elfelejtenünk, hogy mind a Mohr-, mind az alakváltozási munka elméletével kapott eredményeket csak statikus terhelésekre ellenőrizték. A Mohr-elmélet képleteinek használatakor ha mindkét főfeszültség azonos előjelű, az egyenértékű feszültség előjele is ez lesz, de ha a két előjel különbözik, a Mohr-elmélet csak pozitív eredményt ad. Az alakváltozási munka elméletével kapott eredmény előjele csak pozitív előjelű lehet, akárhogyan is váltakozik a két főfeszültség előjele.

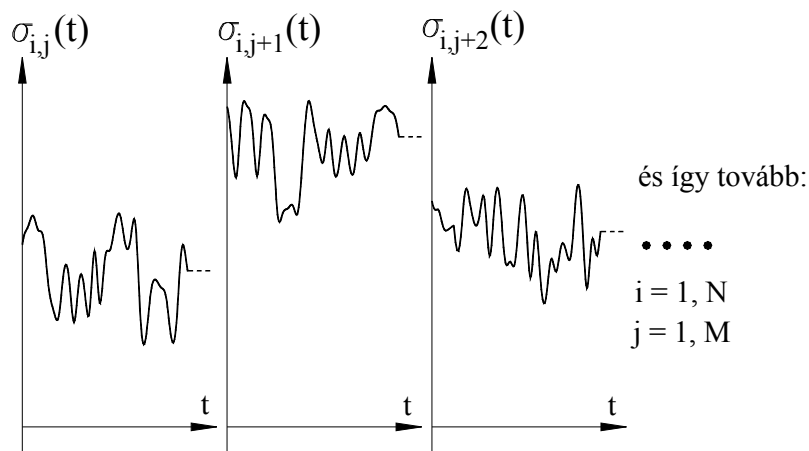
A felsorolt bizonytalanságokat úgy védhetjük ki, hogy a folytonos nyúlási időfüggvények értékelését annak rendje-módja szerint elvégezzük, viszont akár az értékelés előtt, vagy utána célszerű megtekinteni a nyúlás-idő függvények diagramjait. Amennyiben mindhárom függvény előjele állandó (akár pozitív, akár negatív, csak előjelet ne váltson), akkor az értékeléssel nincs semmi probléma. Ha viszont bármelyik nyúlás-idő függvény görbéje előjelet vált, akkor a számított egyenértékű feszültség előjelével szemben óvatosságnak kell lenni, kétes esetben inkább a rosszabbat kell választani. A következőkben ismertetett biztonsági tényező kiszámításánál ezt úgy vehetjük figyelembe, hogy valamivel nagyobb biztonsági tényezőt kell megengedhetőnek tekintenünk.

Mindezek előre bocsátásával most rátérhetünk a használható kifáradási értékelési módszerek áttekintésére. Mint említettük, a mérés Megrendelőjével meg kell állapodni a mérés során tekintetbe vett üzemmódokban. Mindegyik üzemmódban, minden egyes kiválasztott mérőhelyen egy-egy egyenértékű (redukált) $\sigma_{i,j}(t)$ feszültség-idő függvényt kapunk, ahol i a mérőhely indexe, j pedig az üzemmód indexe. A 6.15. ábrán láthatunk egy-egy lehetséges részletet az egyes $\sigma_{i,j}(t)$ függvények diagramjaiból.

Feszültség-idő függvények:

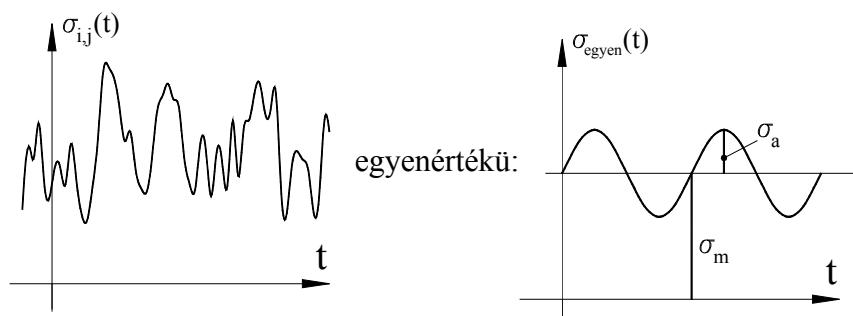
i -ik mérőhely

$j, j+1, j+2$ -ik üzemmód



6.15. ábra. Időben változó jelek kiértékelése

Minden egyes mérőhelyen, minden egyes figyelembe vett üzemmódban a T_{jel} hosszúságú $\sigma_{i,j}(t)$ feszültség-idő függvényt N_k darab σ_i diszkrét feszültség-számérték képviseli (a továbbiakban feltételezzük, hogy az értékelést digitális számítógéppel hajtjuk végre, bár az értékelési műveleteket analóg áramkörökkel is el lehetne végezni). Ugyanazon mérőhelyen az egyes üzemmódokhoz tartozó feszültség-idő függvényeket célszerű mind külön kiértékelni, mert amint a továbbiakban látni fogjuk, a kifáradási biztonsági tényező számértékét az is befolyásolja, hogy mekkora a feldolgozott feszültség-idő függvényben a σ_m középfeszültségnek és a σ_a feszültség-amplitúdónak az aránya. Ezért minden egyes $\sigma_{i,j}(t)$ feszültség-idő függvénynek kell a $\sigma_{m,i,j}$ középfeszültsége és $\sigma_{a,i,j}$ amplitúdója (6.19 ábra):



6.16. ábra. Feszültség középérték és amplitúdó

Megjegyezzük, hogy a kifáradási biztonsági tényező számítási eljárásában az egyenértékű $\sigma_{\text{egyen}}(t)$ feszültségfüggvény körfrekvenciáját nem vesszük számításba.

Az egyenértékű σ_m közép feszültség és σ_a feszültség-amplitúdó meghatározására többféle módszer lehetséges, ilyen például az előforduló amplitúdók sűrűségfüggvényének meghatározása, majd ebből az amplitúdók várható értékének meghatározása ([26]-4. fejezet, 39.o.), hasonló eredményre juthatunk a $\sigma(t)$ jel szintátlépési számainak meghatározásával ([1]191.o.). Kihasználva azt a tényt, hogy a kifáradási biztonság értékelésére szolgáló módszerek általában nem veszik figyelembe a $\sigma(t)$ jelnek a frekvenciától való függését, az egyenértékű σ_m közép feszültség és σ_a feszültség-amplitúdó meghatározásának egy viszonylag egyszerű módszere az lehet, amit a Futásminősítő mérések értékelésénél már bemutatunk. A módszer a következőképpen határozza meg a σ_m közép feszültséget és σ_a feszültség-amplitúdót a T_{jel} hosszúságú $\sigma(t)$ jelből, illetve a digitálissá konvertált N_k darab diszkrét σ_i feszültségértékből ($i = 1, \dots, N_k$) határozzuk meg.

$$\text{A } \sigma_m \text{ közép feszültség számítása a } \sigma_m = \frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} \sigma(t) \cdot dt, \text{ illetve } \sigma_m = \frac{1}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} \sigma_i \text{ képlet}$$

alapján történik, vagyis ez a σ_i feszültségértékek várható értéke, illetve a $\sigma(t)$ jel középértéke. Ennek ismeretében képezzük az eredeti $\sigma(t)$ feszültségfüggvényből egy „nullközepű” $\sigma_0(t)$ feszültségfüggvényt analóg jel esetén a $\sigma_0(t) = \sigma(t) - \sigma_m$, összefüggéssel, illetve a digitális jelek esetében az i -ik új feszültségérték: $\sigma_{0,i} = \sigma_i - \sigma_m$; $i = 1, \dots, N_k$.

Az egyenértékű σ_a feszültség-amplitúdót úgy kaphatjuk meg, mint a nullközepű $\sigma_0(t)$ feszültségfüggvény, illetve a $\sigma_{0,i}$ feszültségértékek négyzetes középértékének négyzetgyökét (RMS), majd annak a $\sqrt{2}$ -szeresét vesszük:

$$\sigma_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T_{jel}} \cdot \int_0^{T_{jel}} \sigma_0(t) \cdot dt}, \text{ illetve: } \sigma_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{N_k} \cdot \sum_{i=1}^{N_k} \sigma_{0,i}^2} \text{ és ezekből: } \sigma_a = \sigma_{RMS} \cdot \sqrt{2}.$$

Mivel a σ_a feszültség-amplitúdó és a σ_m közép feszültség egymáshoz képest nagyon eltérő arányúak lehetnek, ennek az aránynak egyik szokásos indexszáma az r aszimmetria-tényező:

$$r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$$

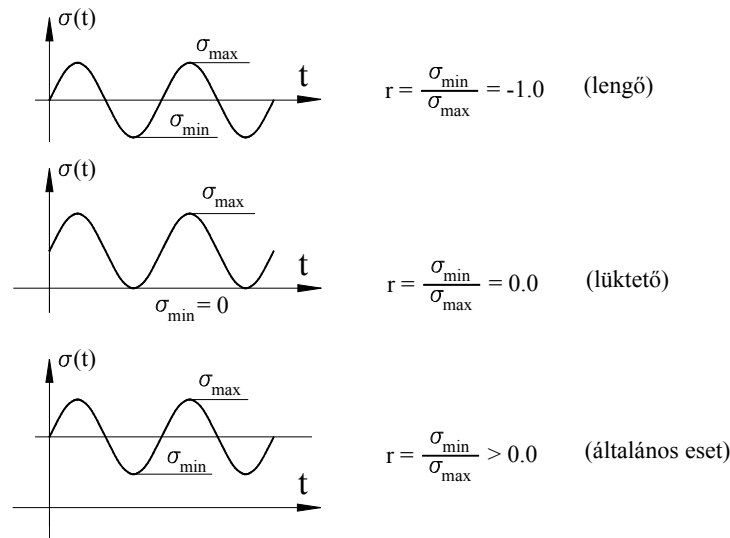
Az r aszimmetria-tényező jellegzetes értékeihez tartozó feszültségfüggvények a 6.17. ábrán láthatók. Az aszimmetria-tényező segítségével szokták jelölni a lengő és lüktető feszültségfüggvény legnagyobb σ_{\max} és legkisebb σ_{\min} feszültségértéket, valamint a σ_a amplitúdót és a σ_m középértéket:

$$\text{lengő } \sigma(t) \text{ feszültség: } \sigma_{\max} = \sigma_{-1}, \sigma_{\min} = -\sigma_{-1}, \sigma_{a,-1} = \sigma_{-1} \text{ és } \sigma_{m,-1} = 0$$

$$\text{lüktető } \sigma(t) \text{ feszültség: } \sigma_{\max} = \sigma_0, \sigma_{\min} = 0, \sigma_{a,0} = \sigma_0/2 \text{ és } \sigma_{m,0} = \sigma_0/2.$$

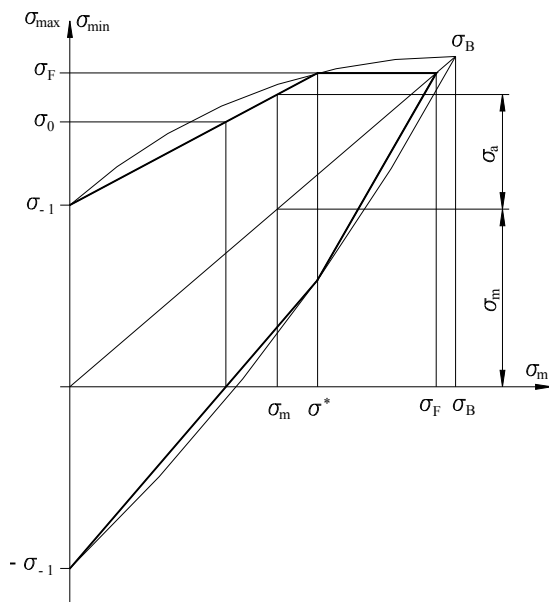
A σ_a egyenértékű feszültség-amplitúdó és σ_m közép feszültség ismeretében foghatunk hozzá a fáradási szilárdsági mérések értékeléséhez. A fáradási szilárdsági mérések kiértékelő módszerei általában egy n kifáradási biztonsági tényezőt határoznak meg a szerkezeti anyagok fáradási teherbírása alapján. Ennek a bemutatásához tekintsük át a szerkezeti acélanganyagok

fáradási teherbírását megadó diagramokat, azok között is elsősorban a *Smith* diagramot. A Smith-diagramot a 6.18. ábra mutatja be.

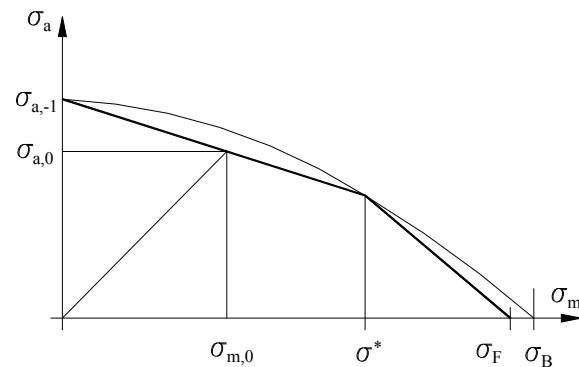


6.17. ábra. Az aszimmetria tényező különbözőjelek esetén

A Smith-diagram a σ_m közép feszültség függvényében ábrázolja a σ_{\max} és σ_{\min} legnagyobb és legkisebb feszültségeket. Így egy jellegzetes, görbe vonalakkal határolt, zárt görbét kapunk. A két görbeág a $\sigma_m = 0$ helyen a lengő feszültség legnagyobb $\sigma_{\max} = \sigma_{-1}$, valamint a legkisebb $\sigma_{\min} = -\sigma_{-1}$ értékéből indul. Az origóból induló 45° -os egyenes tartalmazza a legnagyobb és a legkisebb feszültségértékek számtani középértékét, vagyis a σ_m közép feszültséget. Ahol a feszültség eléri a σ_F folyáshatárt, ott a zárt görbét korlátozzák.



6.18. ábra. Smith-diagram



6.19. ábra. Haigh-diagram

Az eredeti Smith-diagramot enyhe íveltségű görbék határolták, ezt a diagramon látható módon egyenes szakaszokkal szokták közelíteni. A diagramon bejelöltük az $r = -1$ lengő, és az $r = 0$ lüktető feszültségfüggvények legkisebb és legnagyobb értékeit is, valamint egy általánosabb eset ($\sigma_m - \sigma_a$) értékpárját is.

Elterjedt a Smith-diagramnak egy egyszerűbb változata is, a Haigh-diagram (6.19. ábra):

A Haigh-diagram a Smith-diagramnak a középfeszültség 45° -os egyenese feletti része, a σ_m középfeszültség függvényében van ábrázolva a σ_a feszültség-amplitúdó. A diagram jellegzetes pontjai megfelelnek a Smith-diagram jellegzetes pontjainak: a diagram a $\sigma_{a,-1}$ pontból (megfelel a lengő feszültség σ_{-1} pontjának) indul, a töréspont a σ^* értékű középfeszültségnél van, majd a σ_F értékű középfeszültségnél lesz zérus. A lüktető feszültség $\sigma_{m,0}$ középfeszültségét és $\sigma_{a,0}$ amplitúdóját az origóból induló 45° -os egyenes és a diagram határvonalának metszéspontja adja meg.

A kifáradási biztonsági tényező meghatározására használt módszereket e két diagram segítségével mutatjuk be. A legegyszerűbb eset az, amikor tiszta lengő igénybevétel esetében (6.18. ábra) $\sigma_m = 0$ és az ébredő feszültség amplitúdója σ_a . A Smith-diagramon a $\sigma_m = 0$ értékhez a σ_{-1} és a $-\sigma_{-1}$ kifáradási határok tartoznak, ezeket kell összehasonlítani:

$$n = \frac{\text{teherbírás}}{\text{terhelés}} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_a \cdot \frac{\alpha \cdot \beta_{gát}}{\beta_{méret} \cdot \beta_{fel}}}$$

ahol α : feszültségtorlódási tényező;

$\beta_{gát}$: gátlástényező (a teljes kifáradási szilárdság kifejlődésének gátlási mértéke);

$\beta_{méret}$: az alkatrész méretétől függő tényező;

β_{fel} : az alkatrész felületi minőségének tényezője.

A négy tényező értékeit táblázatokban lehet megtalálni, például [25]-ben, [26]-ban és [29]-ben.

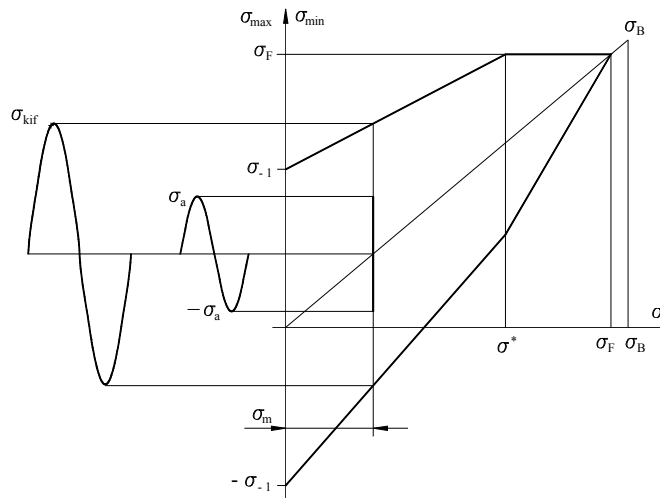
Tiszta lengő terhelés és ébredő igénybevétel a gyakorlati esetek kisebb részében fordul elő, többnyire a középfeszültségre az áll, hogy $|\sigma_m| > 0$. Az ilyen esetekre több elmélet és módszer is használatban van, közöttük a két legismertebb a *VDI módszer* és a *Soderberg módszer* [25], [26], [29].

6.5.1. A VDI módszer

A *VDI módszert* a Smith diagram segítségével lehet legkönnyebben bemutatni (6.20. ábra). Tegyük fel, hogy a mért $\sigma(t)$ feszültségfüggvény középfeszültsége σ_m , amplitúdója σ_a , így a legnagyobb feszültség $\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a$, a legkisebb feszültség pedig $\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a$. A VDI módszer szerint megkeressük az azonos σ_m középfeszültséghez tartozó σ_{kif} felső kifáradási határ-amplitúdót, és a mért σ_a feszültség-amplitúdót σ_{kif} -hez hasonlítjuk:

$$n = \frac{\sigma_{kif}}{\sigma_a \cdot \frac{\alpha \cdot \beta_{gát}}{\beta_{méret} \cdot \beta_{fel}}}$$

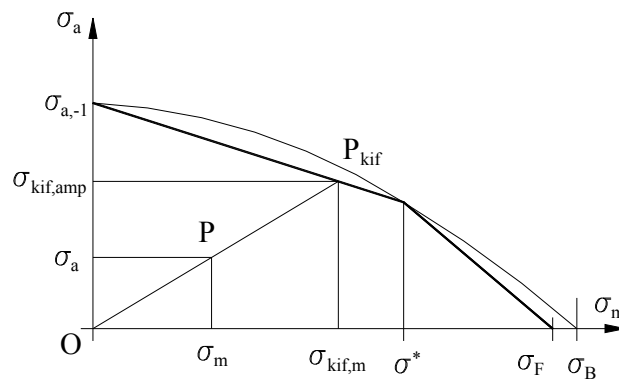
[26]-ban Zsáry megjegyzi, hogy ez a módszer előnyös lehet rezonancia-problémák vizsgálatánál, ahol feltehető, hogy a közép feszültség nem változik.



6.20. ábra. A VDI módszer

6.5.2. A Soderberg-módszer

A Soderberg-módszer is a σ_a feszültség-amplitúdóhoz keresi a tönkremenetelt kiváltó σ_{kif} kifáradási feszültség-amplitúdót. Soderberg feltételezte, hogyha van egy σ_m közép feszültségű és σ_a amplitúdójú mért feszültségfüggvény, akkor a kifáradást egy ugyanilyen σ_a / σ_m arányú $\sigma_{kif,amp} / \sigma_{kif,m}$ igénybevétel fogja előidézni. Ezt a legegyszerűbben a Haigh-diagramon tudjuk bemutatni (6.21. ábra).



6.21. ábra. A Soderberg módszer

A mért σ_a feszültségamplitúdó és σ_m közép feszültség meghatározza a P pontot. Összekötve az O origóval, az egyenes a Haigh-diagram határgörbéjét a P_{kif} pontban metszi, ennek a pontnak a koordinátái a $\sigma_{kif,m}$ közép feszültség és a $\sigma_{kif,amp}$ feszültség-amplitúdó. Ekkor a kifáradási biztonsági tényező értéke:

$$n = \frac{\sigma_{kif,amp}}{\sigma_a \cdot \frac{\alpha \cdot \beta_{gát}}{\beta_{méret} \cdot \beta_{fel}}} = \frac{\sigma_{kif}}{\sigma_a \cdot \frac{\alpha \cdot \beta_{gát}}{\beta_{méret} \cdot \beta_{fel}}}$$

A teljesség kedvéért említsük meg az orosz műszaki szakirodalomban alkalmazott *Szerenszen*-elméletet is. Ezen elmélet hasonlít a Soderberg-módszerhez, a Haigh-diagramnak egy egyszerűsített alakját használja. Nagyobb biztonsági tényezőt eredményez a Soderberg-módszerhez képest. Bővebbet [26]-244. oldalán, valamint [29] 4. fejezetében találhatunk.

A három elmélettel kapott σ_{kif} feszültség-amplitúdó természetesen nem egyenlő. Mindhárom elmélet kidolgozója a saját elméletük műszaki alapjai mellett érvelnek, a gyakorlati használat során lehet tapasztalatot szerezni, hogy melyik elmélet közelíti meg legjobban a valóságot.

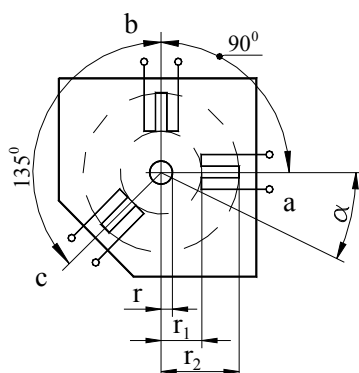
6.6. A gyártásból visszamaradt feszültségek mérése

Amint már a bevezetőben említettük, a vasúti járművek acélszerkezetében sok helyen maradhatnak vissza igen eltérő nagyságú húzó-nyomó-csúsztató feszültségek. Ennek az az oka, hogy a hegesztések során nagy mennyiségű hő kerül be a vázszerkezetbe, helyileg koncentráltan, és ez az egész szerkezet deformációját okozhatja, amelyet a hozzá kapcsolódó szerkezeti elemek, vagy a hegesztéshez használt készülékek kisebb-nagyobb mértékben megakadályoznak ugyan, de ennek következtében viszont húzó-nyomó-csúsztató feszültségeket ébresztenek, általában teljesen véletlenszerű eloszlásban.

E feszültségeket akkor tudnánk mérni, ha az általuk okozott alakváltozásokat tudnánk érzékelni. A legnagyobb nehézség abban áll, hogy ezeket a maradó feszültségeket, illetve az általuk kiváltott alakváltozásokat ki kellene oltani, meg kellene szüntetni. De ehhez viszont az egész szerkezetet fel kellene darabolni, minden tartó-csatlakozásnál.

Itt meg kell jegyezni, hogy viszonylag hasonló a helyzet az önsúly által keltett feszültségek, illetve alakváltozások esetében is.

A mérés technikai gyakorlatban használt mérőeszközök között egyedül a nyúlásmérő bélyeg kínál egy érdekes lehetőséget. A módszer abban áll, hogy a szerkezet teljes szétdarabolása helyett mindössze egy csekély mértékű anyagkárosodást okozunk azzal, hogy egy 2~3 mm átmérőjű furatot készítünk, és egy háromirányú bélyeggel (rozettával) megmérjük, hogy a kifűrés ténye mekkora változást okozott az eredeti alakváltozási állapothoz képest. Az alakváltozás részletes leírása, levezetése [2]-170. oldalán található. Ezt a speciális rozettát – amit a gyakorlatban *furatrozettának* is neveznek – a 6.22. ábrán mutatjuk be.



6.22. ábra. Furatrozetta

A rozetta bélyegeinek iránya egymáshoz képest $0^0/90^0/135^0$ szöget zár be. A gyártó megadja a furat ajánlott r sugarát. A három bélyeg (a , b és c) úgy van elhelyezve, hogy a belső végük egy r_1 sugarú körön, a külső végük egy r_2 sugarú körön helyezkedik el, tehát egy r_1 belső és r_2 külső sugarú körgyűrű feszültségi (alakváltozási) állapotát érzékelik.

A mérést úgy kell végrehajtani, hogy még a furat elkészítése *előtt* leolvassák a terheletlen állapothoz tartozó ε_{a0} , ε_{b0} és ε_{c0} nyúlásokat (végrehajtják a „nullázást”). Ezután elkészítik a furatot a furatrozetta alaplemezen bejelölt pontban. A fúrás után érzékelt nyúlások: ε_{a1} , ε_{b1} és ε_{c1} . Így a számítás alapjául szolgáló nyúlás-változások:

$$\Delta\varepsilon_a = \varepsilon_{a1} - \varepsilon_{a0}, \Delta\varepsilon_b = \varepsilon_{b1} - \varepsilon_{b0}, \Delta\varepsilon_c = \varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c0}$$

Az idézett forrásműben megtalálható levezetés szerint az alábbi képletekkel határozhatjuk meg, hogy a vizsgált pontban, a furat elkészítése *előtt* mekkorák voltak a főfeszültségek az anyag felületén a gyártásból visszamaradó feszültségállapotban:

$$\sigma_1 = \frac{1}{2.A} \cdot (\Delta\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_b) + \frac{\Delta\varepsilon_a - \Delta\varepsilon_b}{2.B \cdot \cos 2.\alpha} \quad \text{és} \quad \sigma_2 = \frac{1}{2.A} \cdot (\Delta\varepsilon_a + \Delta\varepsilon_b) - \frac{\Delta\varepsilon_a - \Delta\varepsilon_b}{2.B \cdot \cos 2.\alpha}$$

$$\text{ahol: } A = -\frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{r^2}{r_1 \cdot r_2} \quad \text{és} \quad B = -\frac{1}{E} \cdot \frac{r^2}{r_1 \cdot r_2} \cdot \left[4 - (1+\mu) \cdot \frac{r^2 \cdot (r_1^2 + r_1 \cdot r_2 + r_2^2)}{r_1^2 \cdot r_2^2} \right],$$

valamint a σ_1 főfeszültségnek az „ a ” bélyeg irányával bezárt α szöge:

$$\operatorname{tg} 2.\alpha = \frac{2 \cdot \Delta\varepsilon_c - \Delta\varepsilon_a - \Delta\varepsilon_b}{\Delta\varepsilon_a - \Delta\varepsilon_b}, \quad \text{innen: } \alpha = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{arctg} \frac{2 \cdot \Delta\varepsilon_c - \Delta\varepsilon_a - \Delta\varepsilon_b}{\Delta\varepsilon_a - \Delta\varepsilon_b}$$

Nagyon fontos megjegyezni a következőket, mert a rendelkezésre álló szakirodalomban is ez gyakran elsikkad. Ha furatrozettával határoztuk meg a járműalkatrészben a gyártásból visszamaradt feszültségeket, és a járművet még tovább is üzemeltetni kívánjuk, akkor *gondosan hegesztessük be* a kifúrt furatot, vagy furatokat. Mivel minden apró hézag, zárvány stb. fáradásos repedés kiindulópontja lehet, a rozetták furatait *mindkét oldalról* célszerű behegeszteni, de a másik oldalról való behegesztés *előtt fémtisztára* ki kell köszörülni az előző varratot, és csak utána hegeszünk rá a másik oldalról. Végül a hegesztési varratokat mindkét oldalon az alkatrész felületével egy síkba le kell köszörülni. Csak így biztosítható, hogy a korábbi furat helyén az eredeti sértetlen acélananyag szilárdságának 95 – 98%-a meg legyen őrizve.

7. Vasúti járműmérési gyakorlatok

A Metrológia c. részekben megismerhettük a mérőberendezések működési elvét, általános felépítését. A következő fejezetekben a mérőeszközök használatának néhány gyakorlati tudnivalójával is szeretnénk ezen ismereteket gazdagítani. Az adott készülékekre vonatkozó konkrétumok minden egyes berendezés kézikönyvében megtalálhatóak, így ezeket mellőzzük.

7.1. Mérőerősítők, adatgyűjtők

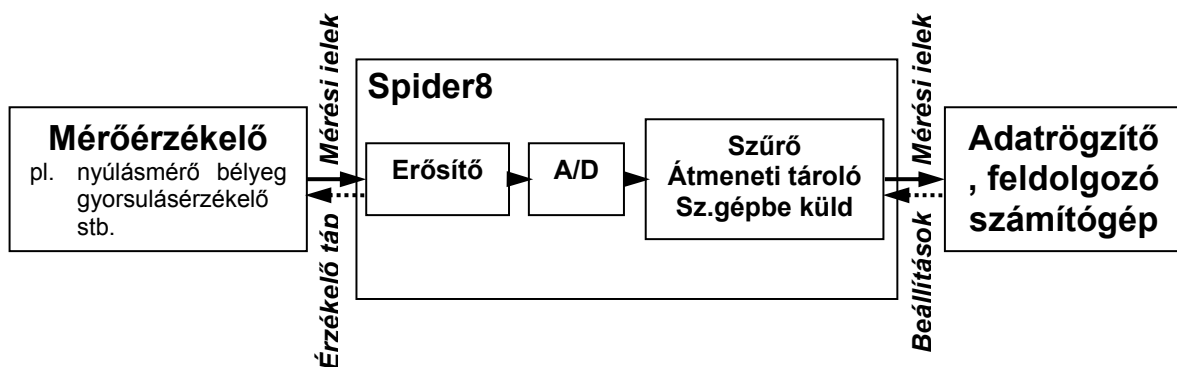
7.1.1. Bevezetés

Az adatgyűjtő berendezések bemutatását a *Spider8* típusú készüléken keresztül tesszük meg, hiszen a vasúti járműmérési laborgyakorlat keretében is ezeket használjuk, a BME Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszéken pedig nagy számban üzemelnek ezek a berendezések.

Az adatgyűjtő rendszerek feladata alapvetően a mérési jelek kezelése, ezen belül is:

- erősítés,
- A/D átalakítás,
- szűrés,
- tárolás,
- a jelek előkészítése rögzítéshez (megfelelő adatformátum előállítása),
- a jelek az adatrögzítést és feldolgozást végző számítógépbe küldése.

Egy mérőrendszer általános felépítését láthatjuk az 7.1. ábrán.



7.1. ábra. Mérőrendszer általános felépítése

A mérési jelek a mérőérzékelő felől áramlanak az adatrögzítő számítógép felé, míg visszafelé a számítógépből bizonyos beállításokat kap a *Spider8* (pl. mérőérzékelő illesztése, mintavételezési frekvencia megadása, szűrőkarakterisztika beállítása stb.), a passzív mérőérzékelők tápfeszültségét pedig az adatgyűjtő készülék szolgáltatja. Később ezen érzékelőkkel is foglalkozunk.

7.1.2. A Spider8 adatgyűjtő készülék

A *Spider8* egy elektronikus mérőrendszer, mely mechanikai és villamos mennyiségek (feszültség azaz nyúlás, erő, nyomás, elmozdulás, gyorsulás, hőmérséklet, frekvencia azaz impulzusszám, villamos feszültség és áramerősség) mérésére és a mérési adatok számítógépes feldolgozásához lett kifejlesztve (7.2. ábra) [30]. A készülék ellátja a mérési jelek kezelését és előkészítését, úgy mint

- passzív mérőérzékelők kezelése, azok tápfeszültséggel történő ellátása, jeleinek fogadása
- aktív mérőérzékelők jeleinek fogadása
- a mérési jelek digitalizálása
- a mérési jelek szűrése
- a mérőérzékelő és a számítógép közötti kapcsolat megteremtése, a mérési adatok előkészítése a számítógépben való rögzítésre.

Az adatgyűjtő készülék összes szükséges beállítása és a működésének figyelése a hozzá csatlakoztatott számítógépen keresztül, utasításokkal, üzenetekkel történik. A készüléken ezért nincsenek kapcsolók (a bekapcsoló gomb kivételével), potméterek stb., az üzemállapot visszajelentésére pedig az előlapon mindössze három LED szolgál (a zöld – Power – a gép bekapcsolt állapotát, a sárga – Transfer – az adatátvitelt a számítógép és az adatgyűjtő között, a piros – Error – pedig hibát jelent) (7.2. ábra).

A készülék moduláris felépítésű, tehát egyes csatornák (modulok) kicserélhetők más mérési feladat elvégzésére szolgáló modullal (7.3. ábra). Az eszköz négy alapmodult tartalmaz, melyek a készülék alapfelszereltségét jelentik, és nem cserélhetők, ezeket kiegészíti további négy opciós, cserélhető modul. Minden egyes csatornának külön A/D konvertere van, amelyek szinkronizálva vannak, vagyis a mintavételezés az egyes csatornákról egy időben történik. Ez nagyon fontos tulajdonság, hiszen a méréstechnikában adott esetben elengedhetetlen az egyes csatornák mérési jeleinek szimultán rögzítése, ami a régi, átkapcsolós, multiplexer jellegű készülékekkel gyakorlatilag kivitelezhetetlen volt. A mintavételezési frekvencia 1...9600 Hz között állítható, melynek megválasztásakor figyelembe kell venni a mért jel megőrizni kívánt frekvenciatartalmát, azaz a mintavételezési frekvencia a még rögzíteni kívánt jelösszetevők frekvenciájának többszöröse (legalább négyszerese) legyen.

A *Spider8* készülékben a következő mérési feladatot ellátó modulok találhatóak (7.4. ábra):

Az alapkészülék négy darab (0...3. sz.), vivőfrekvenciás (4.8 kHz) csatornát tartalmaz, melyek mindegyike alkalmas

- S/G (nyúlásmérő bélyeg) jellegű rezisztív vagy induktív teljes-, fél- ill. negyed híd;
- potenciométer (változó ellenállás, ez megfelel a negyed hídnek);
- villamos feszültség (± 10 V DC méréshatárral);

továbbá a 0. és 1. sz. csatornán

- frekvencia (impulzusszámlálás)

mérésére.

Az alapkészüléket legfeljebb négy darab kiegészítő modullal (csatornával) lehet bővíteni, melyek szabadon választhatóak két típusból. Az egyik vivőfrekvenciás (szintén 4.8 kHz), az alapmodullal megegyező (kivéve frekvencia, ill. impulzusszámlálás) mérési feladatok ellátására szolgál, a másik típus pedig egy DC modul, amely az alábbi mennyiségek mérését teszi lehetővé:

- villamos feszültség (± 10 V DC; ± 1 V DC vagy ± 100 mV DC méréshatárral, mely szoftveresen állítható be)
- egyenáram (± 20 mA illetve ± 200 mA méréshatárral)
- ellenállás (4 k Ω méréshatárral)
- termoelem-hőmérővel mért hőmérséklet.

Ezen felül a készülék rendelkezik a többi csatornával szinkronizált digitális bemenettel is már digitalizált jelek méréséhez.

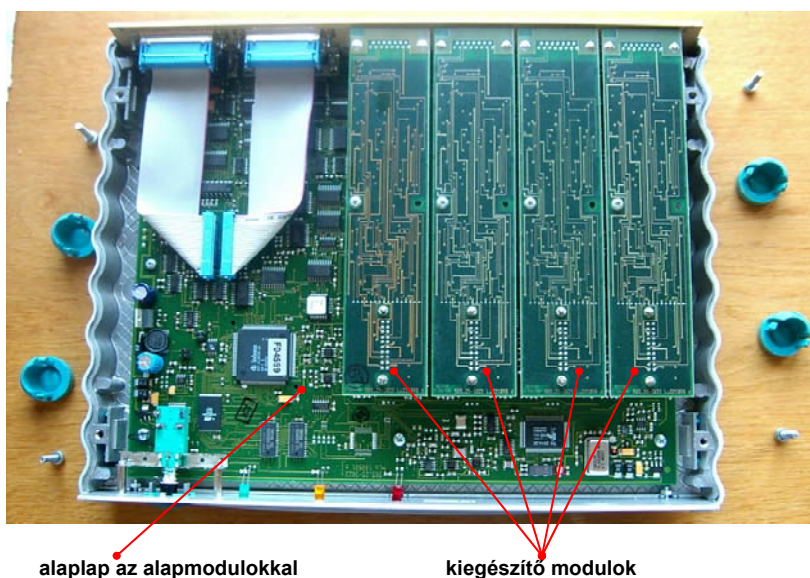
Összesen 8 darab *Spider8* készülék kapcsolható össze és kezelhető egyetlen számítógéppel valamint szoftverrel, ez tehát 64 mérési csatornát jelent legfeljebb. A csatornák számozása a számítógéphez csatlakozó készüléknél kezdődik.



bekapcsológomb

visszajelentő LED-ek

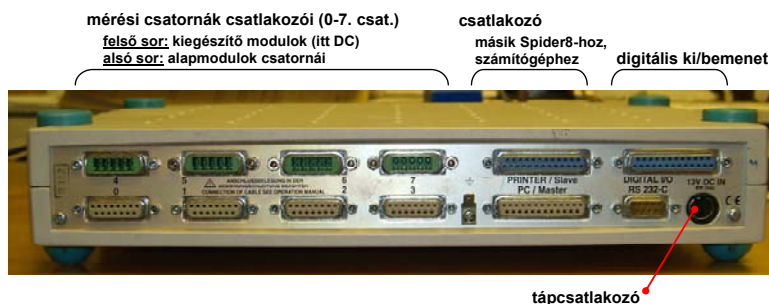
7.2. ábra. A *Spider8* készülék előlapja



alaplapp az alapmodulokkal

kiegészítő modulok

7.3. ábra. A *Spider8* készülék belvilága



7.4. ábra. A *Spider8* hátlapja a csatlakozókkal

A készülék beállítását a hozzá csatlakoztatott számítógépre telepített gyári *Setup* program segítségével lehet megtenni. Ez a program csak a készülék beállítására illetve üzemállapotának nyomon követésére szolgál, az adatgyűjtést, -rögzítést, -feldolgozást egy másik programmal lehet elvégezni, melyet igény szerint a készülék gyártója is szállít. Ez utóbbi programnak a használata nem kötelező, mivel lehetőség van akár saját program írására is egy rendelkezésre álló utasításkészlet (pl. C++ programnyelv) alapján.

Tekintsük most át a *Setup* programmal elvégző főbb beállításokat:

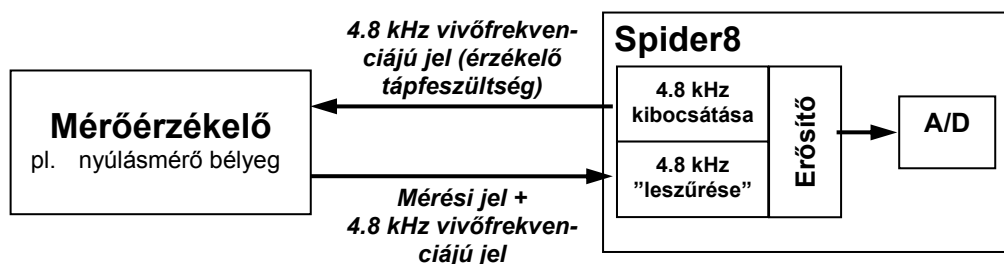
- *a mérőérzékelő fajtája* (impulzusszámláló; nyúlásmérő bélyeg teljes-, fél- vagy negyed hídba kapcsolva; villamos feszültségjelet adó mérőérzékelő, pl. gyorsulásmérő; termoelem; stb.);
- *méréshatár* (ennek helyes megválasztása nagyon fontos, mivel ha ez kisebb, mint a mérési jel csúcsértékei, akkor ezek a csúcsértékek „le lesznek vágva”, ha pedig túl nagy, akkor pedig a mérés pontossága csökken);
- *szűrő* (erről még lesz szó);
- *tára érték* (erről szintén a későbbiekben ejtünk pár szót);
- *mért érték* (a kiválasztott mérőérzékelőnek megfelelően [mV/V], [mV], [mA] stb. mértekegységben);
- *mintavételezési frekvencia*;

A szűrő beállításakor választhatunk konstans illetve változó szűrők közül. Konstans szűrő esetén a magasabb frekvenciájú jeleket egy megadott, fix algoritmus szerint gyengíti a készülék. A gyakorlatban a konstans szűrő használatának kevés jelentősége van, általánosan a változó szűrőket célszerű alkalmazni. Ezek a *Spider8* készülékekben alul-áteresztő azaz felülvágó szűrők, melyeknek a vágási frekvenciája beállítható. Kiválaszthatjuk továbbá a változó szűrő típusát is:

- *átlag*, amely esetben több mérési eredmény értékét átlagolja (*megj.*: mivel digitális rendszerről van szó, a mérési jel tulajdonképpen mérési eredmények sorozata), és az átlagértéket adja tovább, mint mérési eredményt;
- *Butterworth*, amely esetben a jel frekvenciatartalmának megőrzése fontos, az amplitúdó kb. 10%-kal túllendülhet a célértéken, amelyet rövid lecsengés után vesz fel;
- *Bessel*, amelynél az amplitúdó megőrzése lényeges, 1%-nál kisebb túllendüléssel veszi fel a célértéket.

7.1.3. A vivőfrekvenciás méréstechnológiáról

A rendszer elvi vázlata az 7.5. ábrán látható.



7.5. ábra. Vivőfrekvenciás mérőrendszer

Az erősítő feladata tehát ebben az esetben kicsit összetettebb: a 4.8 kHz frekvenciájú jel kibocsátása, majd pedig a beérkezett, modulált mérési jelből a 4.8 kHz-es jelösszetevő kiszűrése, végül a szűrt jel erősítése. Itt jegyezzük meg, hogy az adatgyűjtő készülék alkalmassága a vivőfrekvenciás mérésekhez még nem elegendő, ugyanis nem mindegyik mérőérzékelő alkalmas ilyen jellegű táplálás fogadására. Az érzékelő kiválasztásakor erre feltétlenül figyelemmel kell lenni.

A vivőfrekvenciás méréstechnológia előnye, hogy az ilyen módon modulált mérési jelekben (pl. elektromágneses zavarás következtében) a zavarjelek kevésbé tudnak megjelenni. Először is 50 Hz frekvenciájú zavarás jöhet szóba (az ipari elektromos hálózat frekvenciája miatt), ilyen szempontból a 4.8 kHz-es moduláció megfelelő, mivel az az 50 Hz-nek nem egész számú többszöröse. Természetesen ettől eltérő frekvenciájú zavarjelek is elképzelhetők, hiszen pl. a vasúti villamos vontatójárművek aszinkron vontatómotorjai változó frekvenciájú táplálást kapnak, és adott esetben motorok illetve az egyéb induktivitások szórt fluxusa komoly zavarforrást jelenthet.

7.1.4. Mérőérzékelők csatlakoztatása az adatgyűjtő készülékhez

A különböző mérőérzékelők csatlakoztatására vonatkozóan mindenkor az adatgyűjtő készülék felhasználói kézikönyve a mérvadó. A *Spider8* készülékre vonatkozóan a következőkben néhány példát említünk, amelyet a laborgyakorlatok keretében is felhasználtunk.

A mérőérzékelőket 15 tűs csatlakozókba kell bekötni az adatgyűjtő készülék kézikönyvében megadott módon. A csatlakozókon számozott lábak találhatóak, az alábbi kapcsolási rajzokon a számok a csatlakozó lábainak sorszámát jelenti. Az üresen maradt lábak a mérés során nem kerülnek felhasználásra, azok szabadon maradnak (7.6. ábra).

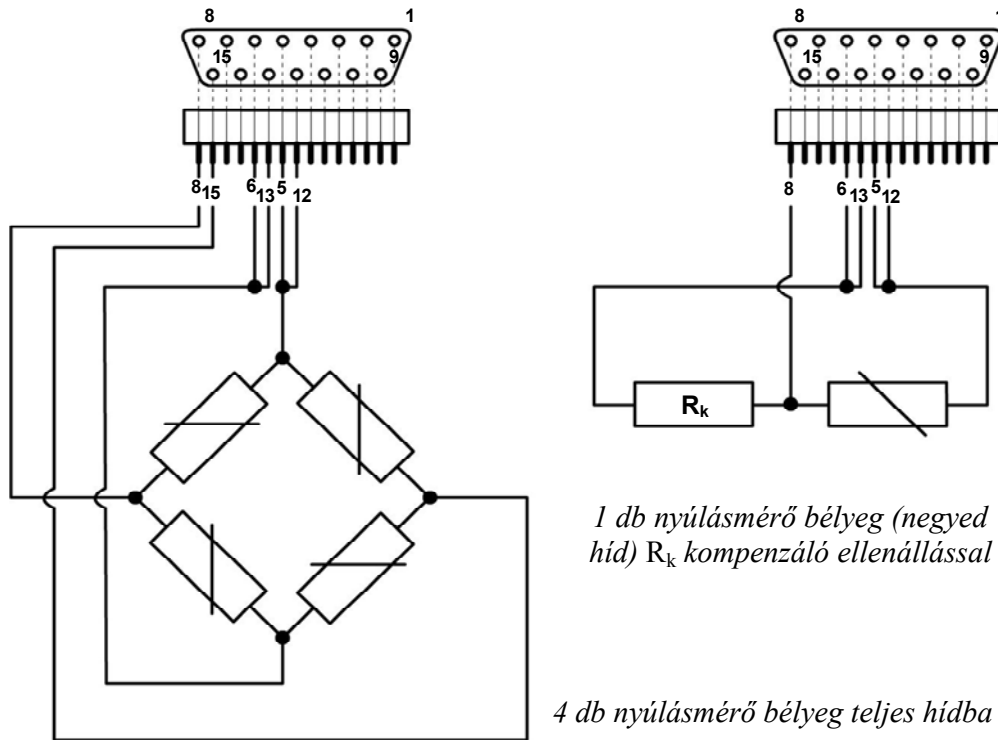
Az egyes lábak funkciói a következők:

- | | | |
|-----------------------------|---|----------------------|
| 5 – tápfeszültség (-) | } | hídgerjesztés |
| 6 – tápfeszültség (+) | | |
| 8 – mérési jel | | |
| 12 – feszültség visszamérés | | |
| 13 – feszültség visszamérés | | |

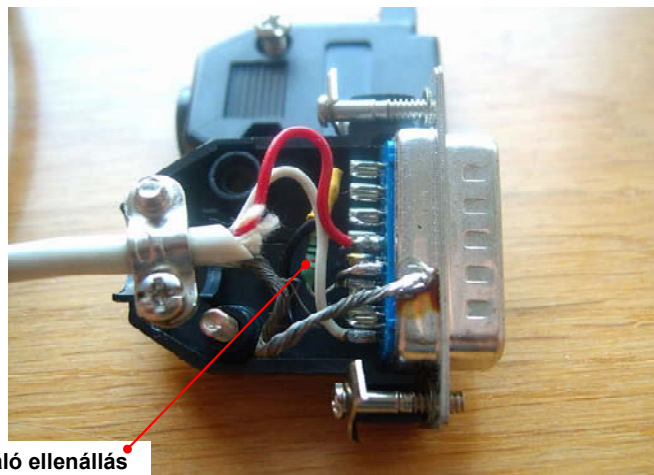
15 – mérési jel

A mérési jel tehát a 8. és 15. láb között mért feszültséget jelenti.

A feszültség visszamérés feladata, hogy a mérés során a mérőhíd tápfeszültsége ismert legyen. Végül a 7.7. ábrán egy nyúlásmérő bélyeg negyed hidas bekötése látható. Jól megfigyelhető a kompenzáló ellenállás is.



7.6. ábra. Nyúlásmérő bélyegek bekötési módjai



7.7. ábra. Csatlakozó dugó nyúlásmérő bélyeghez kompenzáló ellenállással

7.2. Mérőérzékelők kiválasztásának szempontjai

A mérőérzékelők működési elvéről a *Metrológia* c. részekben részletes ismertetőt adtunk, most csak néhány szempontot szeretnénk adni a laborgyakorlatokon előkerülő mérési feladatok elvégzésére szolgáló mérőérzékelők kiválasztásához.

A mérőérzékelők konkrét, minden részletre kiterjedő paramétereit a katalógusok tartalmazzák, sokszor folyamatábrákkal is segítik a helyes eszköz kiválasztását. Ezért természetesen konkrétumokat (legfeljebb néhány hangsúlyozottan tájékoztató jellegű számértéket) itt nem tudunk írni, csak a kiválasztás folyamatát megkönnyíteni egyfajta iránymutatással.

7.2.1. Erőmérő cellák

Először az S/G jellegű („nyúlásmérő bélyegként viselkedő”) erőmérő cellákkal foglalkozunk, végül, kiegészítés gyanánt, a piezoelektromos elven működő erőmérők néhány jellegzetességét említjük.

Jellemzői általában:

- egytengelyű terhelés mérésére alkalmasak
- teljes mérőhidat alkotnak
- kisebb, legfeljebb 10-20 kHz sajátfrekvenciájúak
- lassan változó jelek mérésére is alkalmasak, mivel a creep kicsi (pl. 30 perc állandó terhelés után a kimenő jelben $\pm 0.06\%$ eltérés mutatkozik)

Szempontok:

- milyen jellegű a terhelés:
 - húzó,
 - nyomó,
 - húzó-nyomó?
- tápfeszültség;
- névleges, azaz maximális terhelés (mérés határ);
- érzékenység (névleges terhelésnél mekkora a kimenőjel, pl. 500 N terhelésnél 2 mV/V kimenőjelet mérhetünk);
- sajátfrekvencia.

A piezoelektromos erőmérők lényeges tulajdonsága, hogy többtengelyű terhelés mérésére is alkalmasak lehetnek, azon felül, hogy a terhelés húzó, nyomó vagy netán mindkettő. Fontos eltérés az S/G jellegű erőmérőkhöz képest, hogy a kimenőjele feszültség, azaz aktív érzékelő, és léteznek beépített erősítővel ellátott változatok (ICP) is. Sajátfrekvenciája egy nagyságrenddel nagyobb, és igen széles tartományban mozog (~ 90-900 kHz). A creep igen magas, mivel a piezokristály idővel kisül. Ez a kisülési idő (~ 50-2000 sec) is természetesen minden egyes érzékelőnél fel van tüntetve a katalógusokban. Az utóbbi két tulajdonság következtében a piezoelektromos érzékelőket általában dinamikus terhelések mérésére célszerű alkalmazni.

7.2.2. Gyorsulásérzékelők

Alapvetően fontos az érzékelő tömegének helyes megválasztása, amelynek nagyságrendekkel kisebbnek kell lennie, mint annak az alkatrésznek a tömege, amelynek a gyorsulását mérjük. Tudniillik a gyorsulás többek között az alkatrész tömegétől függ, ha pedig ezt meg-növeljük a mérőérzékelő tömegével, a kialakuló gyorsulás is változni fog, ennek a változás-nak pedig értelemszerűen minél kisebbnek kell lennie.

A **piezoelektromos gyorsulásmérők** fontosabb tulajdonságai közé tartozik, hogy a piezo-erőmérőkhöz hasonlóan az áramkör véges ellenállása miatt előbb-utóbb kisülnek, ezért nagy-frekvenciás rezgések és dinamikus gyorsulások mérésére célszerű alkalmazni. Kimenőjelük villamos feszültség (töltés), méréshatásuk 100 000 g is lehet, frekvenciatartományuk kb. 0.2-900 000 Hz vagy ICP érzékelők esetén 50 000 Hz körül alakul.

A **piezorezisztív gyorsulásérzékelőben** a piezo-kristálynak a terhelés hatására bekövetke-ző ellenállás-változását mérjük. (Általánosságban mondhatjuk, hogy a piezorezisztív elven működő érzékelő sokkal jobban követi a változásokat, ezért lehet a mérendő jel frekvenciája is magasabb, mert az S/G jellegű érzékelők esetében meg kell várni az alkatrész illetve az ér-zékelő terhelés hatására bekövetkező alakváltozását, és kimenőjelet csak azután ad, míg a piezokristálynak sokkal kisebb az alakváltozása.). Rezgések és állandó gyorsulások mérésére is alkalmazható, méréshatára kb. 200 000 g, frekvenciatartománya kb. 0-150 000 Hz közötti.

A **kapacitív illetve induktív gyorsulásérzékelők** állandó gyorsulások illetve lassú, kis-frekvenciás rezgések mérésére alkalmasak, méréshatárunk kb. 1 000 g (kapacitív) és 100 g (in-duktív), frekvenciatartományuk kb. 0-3 000 Hz-ig terjed.

7.2.3. Nyúlásmérő bélyegek

A **bélyeg** mérete, vagyis az **aktív mérőhossza** általában 3-6 mm, ezen a hosszón a bélyeg a megnyúlásokat átlagolja. Ennél rövidebb bélyeg használata indokolt tehát, ha helyi feszült-ségállapot, feszültségcsúcs felderítése, feszültség-gradiens meghatározása a cél. Hosszú bé-lyeget pedig inhomogén anyagok (pl. beton, fa stb.) mérésekor célszerű alkalmazni. Ennek oka, hogy az inhomogenitások a rugalmassági modulus megváltozását okozzák az anyagban, ezért állandó terhelések esetén az alkatrész nem egyformán nyúlik, a hosszú bélyeg pedig „át-hidalja” ezeket (pl. betonban a kavicsokat), és átlagolja a különböző nyúlásokat. Általános-ságban elmondható, hogy a bélyeg mérőhossza legyen kb. ötször akkora, mint az anyagban ta-lálható inhomogenitás mérete.

A bélyeg méretét befolyásolhatja továbbá a bélyeg elhelyezésére rendelkezésre álló hely is.

A bélyegen található **mérőrácsok számát** és bélyegen való **elhelyezkedését** a feszültségál-lapot többtengelyűsége („rozetta”) határozhatja meg, illetve léteznek speciálisan feszültség-gradiens meghatározására szolgáló, több mérőrácsot tartalmazó nyúlásmérő bélyeg-láncok is.

A mérési környezet **hőmérséklete** illetve **hőmérséklet változása** a mérés közben sem el-hanyagolható szempont. Az adott mérőbélyeg alkalmazásának hőmérsékleti határait is tartal-mazzák a katalógusok.

Ha a mérés közben hőmérséklet-változás következik be illetve várható, célszerű hőmérsék-let kompenzációval ellátott bélyeget választani. Ez annyit jelent, hogy a bélyeg a hőmérséklet változás hatására ellenkező irányú de azonos abszolút értékű ellenállás-változással reagál,

mint amilyennel az alkatrész hőmérséklet változás hatására bekövetkező megnyúlására következik be. Ez tehát annyit tesz, hogy a különböző hőtágulású anyagokra különböző bélyegek léteznek.

A hőmérséklet változását továbbá a *Méréstechnika* c. részben ismertetett módon hőkompenzáló bélyeg alkalmazásával is ki lehet egyenlíteni.

A nyúlásmérő bélyeg kiválasztásakor szempont lehet, hogy változó vagy állandó terhelések mérésére kívánjuk felhasználni. Statikus terhelések hatására a mért alkatrész (pl. rugó) megnyúlása idővel megváltozik (creep), amit a bélyeg terhelésnövekedésként értelmezne. Ezekben az esetekben célszerű a **creep-kompenzálással** ellátott bélyeg alkalmazása, amelynek működési elve hasonló a hőmérséklet-kompenzálás elvével. A bélyeg az alkatrész statikus terhelés hatására bekövetkező megnyúlása által generált mérési jelet ugyanakkora nagyságú, de ellentétes irányú jellel kompenzálja. Ezt a kompenzáló jelet a bélyeg statikus terhelés hatására bekövetkező ellenállás-változása okozza.

További szempont a **maximális hajlítási sugár** (pl. íves alkatrészek, tengelyek, lekerekített sarkok mérésekor) és a bélyeg **maximális megnyúlása**. Ez utóbbi kb. 5%, ennél nagyobb nyúlásoknál a bélyeg és a ragasztás is károsodhat.

A változó terhelések hatására a nyúlásmérő bélyeg is kifáradhat. Ez a kifáradás alapvetően a ciklusszámtól és a terhelés amplitúdójától függ, a terhelés időtartamától nem.

A bélyegek az alkatrész felületére ragasztással kerülnek rögzítésre. Természetesen az egyes bélyegekhez meg vannak határozva a használható ragasztóanyagok, a katalógusokban erre is található információ. Általában azért elmondható, hogy nyúlásmérő bélyeg rögzítésére kemény ragasztóanyagok alkalmasak (pl. pillanatragasztó vagy valamilyen műgyanta ragasztó), amely az alkatrész megnyúlását teljes egészében követi és tovább adja a bélyegnek. A rugalmas ragasztóanyagok tehát erre a célra nem használhatóak. Továbbá a ragasztóanyag kiválasztásánál is természetesen lényeges szempont az alkatrész illetve a környezet hőmérséklete.

7.3. Fárasztókísérletek

7.3.1. A fárasztókísérletekről általában

7.3.1.1. A kifáradás jelenségéről röviden

Azt a jelenséget, amikor egy anyag az ismételt igénybevételek során bevitt, halmozódó károsodások hatására a **folyáshatárnál kisebb** terhelés esetén eltörik **kifáradásnak** nevezzük. A kifáradás folyamata az alábbi szakaszokra bontható:

1. repedés keletkezése
2. lassú repedésterjedés
3. törés (instabil repedésterjedés).

Az anyagfáradás jelensége az anyag terhelés hatására bekövetkező, mikroszkopikus szinten jelentkező képlékeny alakváltozására vezethető vissza. Ez annak ellenére bekövetkezhet,

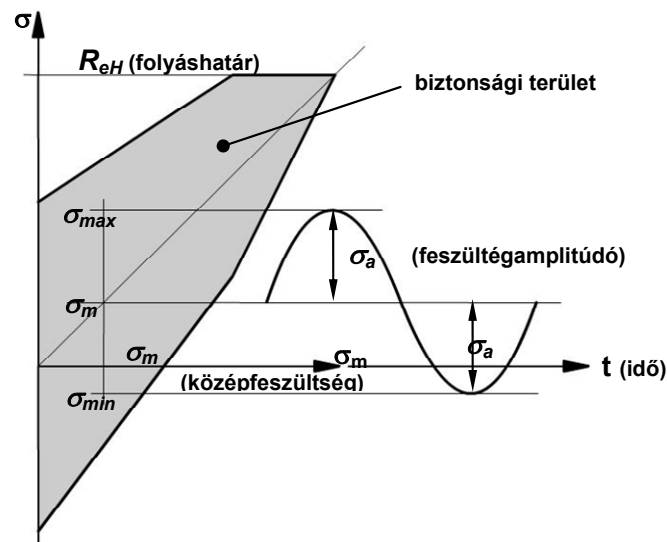
illetve be is következnek, hogy az alkatrész makroszkóposan tekintve képlékeny alakváltozást nem szenved. A fémek anyagok ugyanis általában nem homogének és izotrópok. Változik az egyes kristallitok orientációja, kiválások, nem fémek zárványok, anyaghibák találhatók bennük. Az anyagban igen sok kristallit van és ezek más-más módon reagálnak a terhelésre.

7.3.1.2. A fárasztókísérletek célja

A fárasztóvizsgálatokat az adott anyag kifáradási jellemzőinek megismerése (pl. kifáradási határ) illetve az ezeket leíró görbék meghatározása miatt kell elvégezni, amelyek alapján a változó terhelésnek kitett alkatrészek méretezése élettartamra vagy kifáradásra elvégezhető. (Megjegyezzük, hogy a gyakorlatban a terhelések rendszertelenek, nem tisztán szinuszosak, ezért különféle károsodáshalmozódási elméletek igénybevétele is szükséges lehet, pl. a Palmgren-Miner módszer.)

Az anyagok kifáradási jellemzőit leíró diagramok lehetnek például a Wöhler-görbék, amelyek nullközepű váltakozó feszültség esetén ábrázolják a töréshez tartozó ciklusszámot a feszültség-amplitúdó függvényében. Itt természetesen több görbéről beszélhetünk, hiszen a törési ciklusszám csak mint valószínűségi változó értelmezhető, azaz minden görbéhez tartozik egy valószínűség érték is. Kifáradási határnak nevezzük a görbe második, vízszintes szakaszát, amely a fentiek alapján azt mutatja, hogy az adott feszültség-amplitúdó értéket meg nem haladó terhelés esetén a törési ciklusszám gyakorlatilag végtelen, ha a 100%-os görbét tekintjük. A Wöhler-görbék meghatározásával később részletesen foglalkozunk.

A kifáradási vizsgálatok eredményeként említhetjük még a Smith-diagramot, mely a közép-feszültség függvényében ábrázolja a kifáradási határhoz, vagy adott számú ismétléshez (pl. 10^5 ciklushoz) tartozó maximális és minimális feszültséget. Ilyen Smith-diagram látható a 7.8. ábrán, melyben szürkével van jelölve a (meghatározott törési valószínűséghez tartozó) biztonsági terület.



7.8. ábra. Smith-diagram az anyagkifáradáshoz

Megjegyezzük, hogy nem minden anyagnak van kifáradási határa (a Wöhler-görbe második szakasza nem vízszintes), ilyenek lehetnek például alumínium ötvözetek, saválló acélok, nagyszilárdságú acélok

Összefoglalva tehát: a kifáradás sztochasztikus folyamat, a mérési eredményeket matematikai statisztikai módszerekkel kiértékelve, adott törési illetve túlélési valószínűséggel adhatjuk meg az adott terheléshez tartozó ciklusszámot. A kiértékeléshez feszültség szintenként legalább 10 próbatest törésig történő fárasztása szükséges. Jellemző eloszlások: Gauss, Weibull.

7.3.1.3. Kifáradási jellemzőket befolyásoló hatások

Terhelés:

- fajtája (hajlító, csavaró, lengő, lüktető stb.);
- időbeli lefolyása (bizonyos frekvencia, fordulatszám fölött a Wöhler-görbe felfelé tolódhat).

Próbapálca · geometria:

- felületi érdesség, korrózió;
- hőmérséklet (növekedésével csökken a kifáradási határ);
- felületi kezelések, pl. hőkezelés, görgőzés (nyomófeszültség bevitelle).

7.3.1.4. Fárasztóvizsgálatok típusai:

A fárasztó-kísérleteket az igénybevétel fajtája szerint csoportosíthatjuk a következők szerint:

- húzás-nyomás
- csavarás
- hajlítás
- forgó-hajlítás

Ebben a jegyzetben a továbbiakban a forgó-hajlító kísérletekkel foglalkozunk, a Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszék tulajdonában lévő forgó-hajlító próbapad megismerésén keresztül.

7.3.2. A forgó-hajlító fárasztásról

7.3.2.1. A forgó-hajlító kísérletek létjogosultsága

Mindenekelőtt elmondhatjuk, hogy az ismert fárasztógép-konstrukciók közül a forgó-hajlító gépek a legegyszerűbbek. Továbbá a gépészetben előforduló alkatrészek közül számottevő mennyiség üzemszerűen forgó-hajlító terhelést kap, így például a vasúti kerékpártengely-anyagoknál is a forgó-hajlítás a szabványosított vizsgálati módszer.

Ezen felül, még a vasúti kerékpártengely példájánál maradva, a forgó-hajlító terhelésnek kitett alkatrészek bevonatainak (például korrózióvédelmet ellátó bevonatok) a felület a tengely forgó-hajlításából származó alakváltozásával szembeni ellenálló-képességének vizsgálata is szolgál (tudniillik ne repedezzen meg a bevonat a felület és ezzel együtt a saját alakváltozása miatt), ezen lakkvizsgálatokra egyébiránt külön szabvány is vonatkozik.

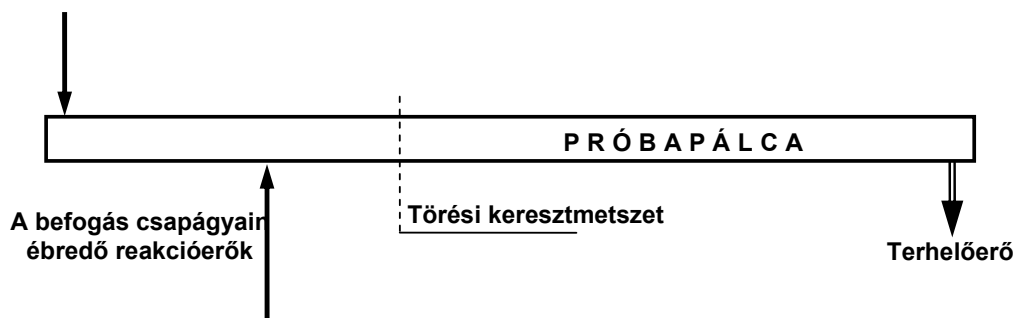
7.3.2.2. Nehézségek

A fásasztógépet precíz befogótokmányokkal kell ellátni, hogy az esetleges egytengelyűség-hiba ne okozzon a próbapálcában járulékos, nem a vizsgálat tárgyát képező illetve ismeretlen, nem meghatározott nagyságú feszültséget.

A fenti okból kifolyólag a próbapálcák megmunkálása nagy gondosságot igényel, különös tekintettel a befogási hengerfelületek egytengelyűségére, továbbá ide tartozik a pálcák felületi érdességének gondos kialakítása, mivel az a kifáradás jelenségére jelentős hatással bír.

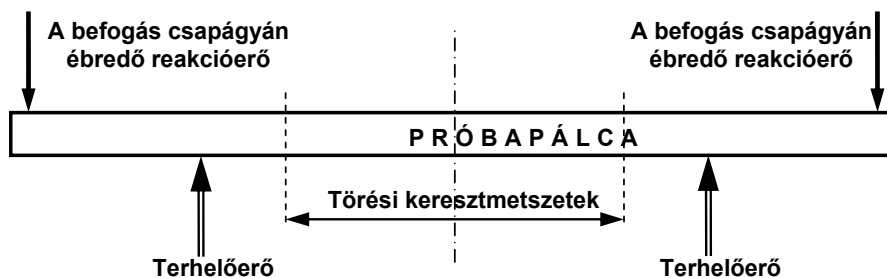
7.3.2.3. Forgó-hajlító elrendezések

Alapvetően kétféle elrendezés szokásos. Az úgynevezett *hárompontos*, ahol a próbapad egy tokmánnal bír, benne pálcá a szabad végén csapágyon keresztül kapja a terhelést. A törés ebben az esetben a befogás közelében kialakított bemetszésnél alakul ki. A törés helyének „előre meghatározására” azaz „irányított jellegére” azért van szükség, mert a feszültség azon a helyen ismert illetve az elrendezés geometriai jellemzőitől függően jól meghatározott. A hárompontos elrendezés esetében a befogásnál jelentkező hajlítónyomaték-maximumon túl az ott tapasztalható járulékos igénybevételek miatt bemetszés nélkül a törés a befogás környezetében következne be, ami a vizsgálat szempontjából értékelhetetlen eredménynek számít. A hárompontos elrendezés elvi sémája a 7.9. ábrán látható.



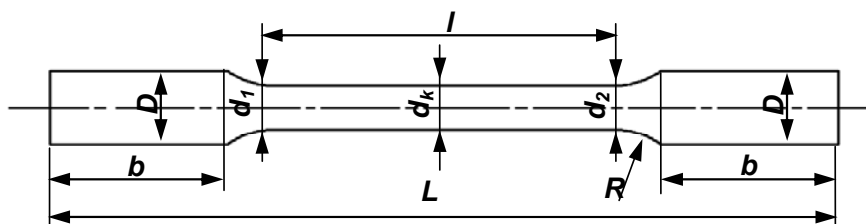
7.9. ábra. Hárompontos forgó-hajlító berendezés elvi sémája

A másik elrendezés az úgynevezett *négypontos hajlítás*-t alkalmazza, mely esetben a szimmetrikus próbapálcá mindkét vége tokmányba kerül befogásra, a hajlítónyomaték pedig a pálcában a középső, állandó átmérőjű szakaszon állandó. Ez az elrendezés fejlettebb, de bonyolultabb gépet igényel. A Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszék forgó-hajlító próbapadja is ilyen kialakítású. A négypontosan hajlított próbapálcá elvi sémáját a 7.10. ábra mutatja be.



7.10. ábra. Négypontos forgó-hajlító berendezés elvi sémája

A következő ábrákon konkrét próbapálca kialakítások láthatók. Elsőként vegyük a négy-pontos hajlításhoz tartozó geometriát (7.11. ábra).



7.11. ábra. Próbapálca kialakítása négypontos forgó-hajlító kísérlethez

A jelölések a következő paramétereket takarják:

D : befogási átmérő (a befogótokmány meghatározza, ill. cserélhető patron esetén az adott pálca geometriája határozza meg a patron átmérőjét)

d : a pálca vizsgálati átmérőjének névleges értéke

d_1, d_2 : a minimális pálcaátmérők (kritikus keresztmetszetek)

d_k : a vizsgálati átmérő középértéke

b_1, b_2 : befogási hossz

l : a pálca vizsgálati hossza

L : a pálca teljes hossza

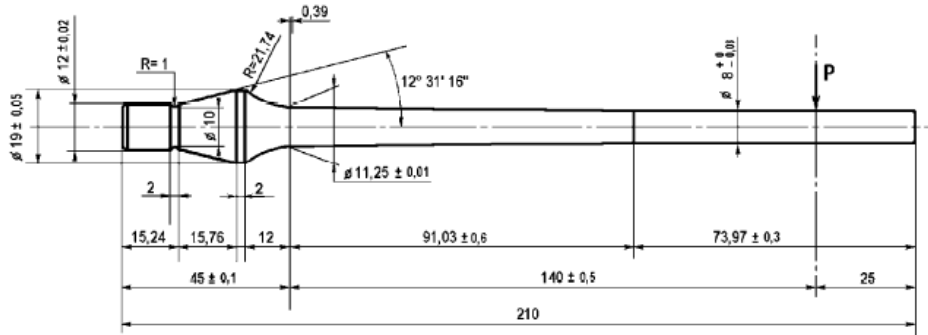
Ennél a pálcánál a törés elvileg a középső, vékonyabb de közel állandó átmérőjű részen bárhol bekövetkezhet, azonban a pálca megmunkálásának (esztergálásának) sajátosságaiból adódóan a középső rész enyhén hordó alakú valamint a lekerekítések kifuttatásánál is a névleges d átmérőnél kisebb érték adódhat, ezért a gyakorlatban a törés a középső rész valamelyik végén következik be.

A 7.12. ábra egy hárompontos hajlításhoz kialakított próbapálcát mutat. Ez a pálca speciálisan a vasúti kerékpártengelyek bevonatainak forgó-hajlító vizsgálatához készült, ezért ennél a pálcánál nem a pálca eltörése a cél (az kifejezetten nem kívánatos), hanem a bevonaton keletkező repedések megjelenése és az ahhoz tartozó ciklusszám.

- *Fontos*: a próbapálcáknak meghatározott helyen ill. szakaszon kell törnie, és a geometria feladata ezt biztosítani. *Okok*: Ezen a szakaszon ébred a vizsgált feszültség a pálcában, a többi helyen nem valószínű, ezért az egyéb helyeken való törés nem releváns

eredmény. Ezért kell pl. kellően nagy átmérőkülönbségnek lenni a befogási és a vizsgált próbapálca-szakasz között.

- A befogási szakaszon továbbá *fretting* korrózió is létrejöhet!



7.12. ábra. Próbapálca kialakítása hárompontos forgó-hajlító kísérlethez

7.3.2.4. Egyéb jellemzők:

- kifáradási alapkutatások céljára nem a forgó-hajlítás a legjobb fárasztási módszer, mert itt a legbonyolultabbak a ciklikus feszültségi viszonyok;
- a szakirodalmi adatok szerint forgó-hajlításkor többféle törési mód is felléphet;
- a forgó-hajlítással kapott élettartamok szórása jelentősen nagyobb a hasonló feltételek mellett végzett húzó-nyomó kísérlet során kapott szórásoknál (szakirodalom: Gedeon; Buttler);
- nagyobb szórások adódhatnak;
 - a gyártási pontatlanságokból (a felületi érdesség pontatlanságán felül, hiszen az ugyanúgy jelen van mindegyik fárasztóvizsgálatnál): ha a befogott próbapálcából és tokmányokból álló rendszer nem egytengelyű, bizonyos szélső szálak húzó, mások nyomó alapterhelés körüli fárasztást kapnak;
 - névlegesen azonos pálcák közül némelyek jelentősen melegszenek, míg másoknál ez nem tapasztalható. Ez az akár több 100°C-os eltérés is hozzájárulhat a szóráshoz.
- a forgó hajlító vizsgálat értelemszerűen nullközepű, váltakozó feszültséggel való terhelést jelent, hiszen a meghajlított pálcát a tengelye körül forgatjuk, és egy 180°-os elfordulás a pálcá szempontjából olyan, mintha egyszer az egyik, másszor a másik irányba hajlítanánk. A beállított feszültség (amíg áll a pálcá, a hajlításból adódó feszültség) tehát feszültség-amplitúdó lesz.

7.3.2.5. A Wöhler görbék meghatározása forgó-hajlító vizsgálattal

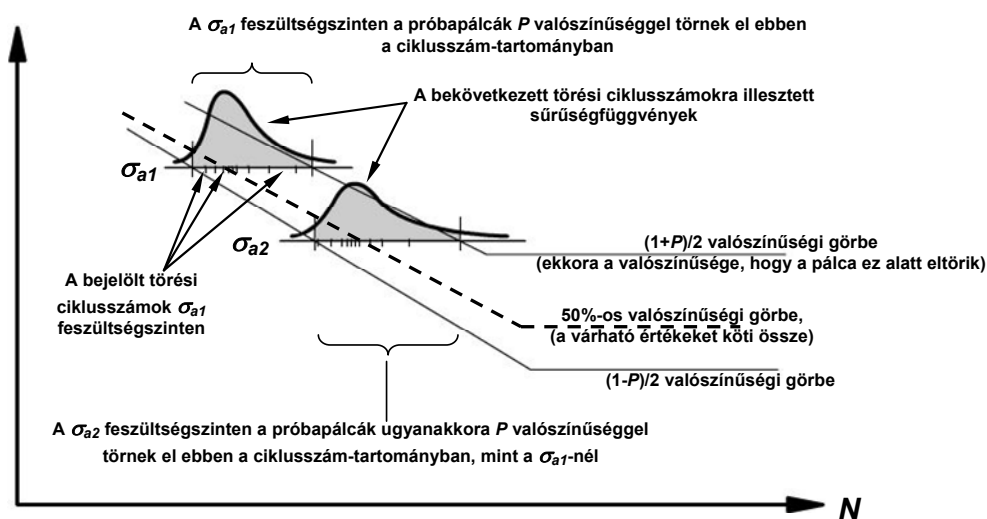
A Wöhler-görbék meghatározásának folyamatát a 7.13. ábrában követhetjük nyomon. A függőleges tengelyen a feszültség-amplitúdót (σ_a), a vízszintes tengelyen pedig a ciklusszámot (N) ábrázoltuk, logaritmikus skálázással, így adódnak egyenesnek a görbék.

Egy ciklus alatt a pálcá egy teljes körülfordulását értjük.

0. Meg kell határozni, hogy milyen feszültség-amplitúdókkal történjen a próbapálcák fárasztása. Ehhez ismerni kell az anyag folyáshatárát, mert értelemszerűen az alatti feszültségeket kell választani. Az anyag folyáshatárát szakítóvizsgálatokkal határozzák meg. Az átláthatóság kedvéért most csak két feszültség-szintet (feszültség-amplitúdót) választottunk: σ_{a1} és σ_{a2} .

A fárasztóvizsgálat előkészítéséhez tartozik természetesen a kíván mennyiségű próbapálcák elkészítése, a vizsgálóberendezés illetve az esetlegesen szükséges jegyzőkönyv-minták, űrlapok, vizsgálati napló előkészítése.

1. Feszültség-szintenként n darab próbapálcá törésig történő fárasztása. Az adott feszültség-szinthez tartozó törési ciklusszámokat be kell jelölni a $\sigma_a - N$ diagramban.
2. Az adott feszültség-szinten az összes próbapálcá elfárasztása után, a törési ciklusszám, mint valószínűségi változó eloszlás- és sűrűségfüggvényének meghatározása következik. A legjellemzőbb eloszlástípusok fárasztóvizsgálatoknál a Gauss illetve a Weibull eloszlások. A legmegfelelőbb eloszlás típusának valamint annak paramétereinek meghatározása a matematikai statisztikai tanulmányok során került tárgyalásra, így azzal ebben a jegyzetben nem foglalkozunk.
3. A sűrűségfüggvények alapján megadhatjuk azokat a ciklusszám-értékeket, amelyeket az adott feszültség-szinten a próbapálcák meghatározott valószínűséggel túlélnek vagy nem élnek túl.
4. Ugyanazokhoz a valószínűségekhez tartozó törési ciklusszám–feszültség-amplitúdó pontokat összekötve kapjuk a Wöhler-görbéket.



7.13. ábra. Wöhler-görbe meghatározása méréssel

7.3.3. A BME Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszék forgóhajlító próbapadja

7.3.3.1. Bevezetés

Ebben a fejezetben a BME Vasúti Járművek és Járműrendszeranalízis Tanszék forgóhajlító próbapadja kerül bemutatásra. Mivel a berendezés tanszéki fejlesztés, így nem áll rendelkezésre kézikönyv, üzemeltetési útmutató a gép egészére vonatkozólag, legfeljebb bizonyos részegységeire találhatunk ilyesmit. A fásasztógépet ezért a korábbiakban megismert berendezéseknél jóval részletesebben ismertetjük.

A szokásos fásasztógépek általában igen szűk mozgásteret engednek a próbatestek geometriájában, méreteiben. Általában nem programozhatóak, a fásasztást konstans terheléssel és konstans fordulatszámmal végzik. Előfordul, hogy azonos beállításokkal végzett fásasztás közben a névlegesen azonos pálcák közül némelyek jelentősen túlmelegszenek, míg másoknál nem tapasztalható jelentős melegeedés.

Az elkészült gépben a két befogóegység a terhelés létrehozása szempontjából egymástól független. A terhelést elektronikusan vezérelhető elektromotorok által mozgatott golyós orsó állítja elő, a létrejövő terhelőerőt erőmérő cellák mérik. Mivel a két befogó-terhelő egység egymástól független, ezért lehetővé vált, hogy egymáshoz képest axiálisan elcsúszthatóan legyenek a gépállványhoz rögzítve. Ez lehetővé teszi különböző hosszúságú próbapálcák vizsgálatát, sőt, olyan próbatest is vizsgálható, melynek a középső részén a befogási átmérőn túlnyúló részek vannak. A terhelő egységek vezérelhetősége miatt fásasztás közben tetszőlegesen szabályozható a terhelés, a függetlenségük miatt pedig akár a hárompontos hajlítás is megvalósítható géppel. Sőt, a géppel hajlító kísérlet is végezhető rögzített főorsóval, 0.5 Hz körüli frekvenciával, bár ez nem tekinthető rendeltetésszerű használatnak.

A forgatómotor is elektronikus vezérlésű, így infravörös hőmérők segítségével kialakítható egy szabályzókör, mely a próbapálcák hőmérsékletét a fásasztás közben a megengedett értékben stabilizálja. A fordulatszám programozott változtatásával vizsgálható a próbatestben ciklusonként keletkező veszteség, valamint vizsgálható az alakváltozás sebességének hatása.

A vezérlő-adatgyűjtő rendszer szerves egységet képez, minden egyes fásasztás teljes folyamata automatikusan dokumentálódik. Így egy fásasztás után nem csak a túlélt ciklusszám áll rendelkezésre, hanem a hajtómotor fordulatszámának és nyomatékigényének, a próbatest és a környezet hőmérsékletének, a terhelőerők és a deformációk alakulásának teljes története a fásasztás során. Ezeket túl a rendszerben bekövetkező fontosabb események által kiváltott rendszerüzenetek is automatikusan eltárolódnak. Ennek köszönhetően egyrészt a fásasztás közben bekövetkező esetleges rendellenességek utólag nagy valószínűséggel tisztázhatók, másrészt a kifáradás jelensége is alaposabban tanulmányozható.

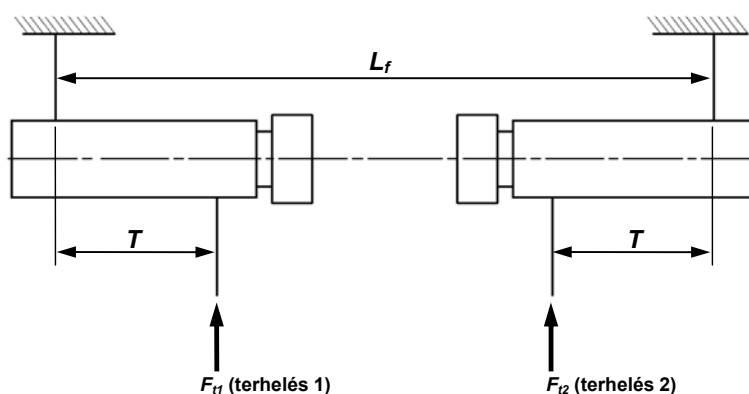
A szokásos gépeken a terhelés rugókon keresztül adódik át a befogásokra. Ezzel ellentétben ebben a gépben a befogások viszonylag merevek. A merevség hatására a rendszer sajátfrekvenciái magasabbak, és az erőmérő cella közvetlenebbül méri a befogásokat fásasztás közben érő hatást (a befogásnál létrejövő kisebb elmozdulások miatt kisebbek azok a tömegerők, melyeket a cella nem mér). A merevségnek köszönhetően a terhelő motorokba épített szögelfordulás érzékelők jelei szoros összefüggésben vannak a befogások elmozdulásaival. A merevség teszi lehetővé a gyors terhelésváltásokat is (terhelésváltáskor nem kell sok rugalmas

energiát bevinni a rendszerbe). A merevségnek hátrányai is vannak: az erőszabályzás így jóval érzékenyebb a próbapálca merevségére, és a próbapálca alakhibái is erősebben jelentkezhetnek. Egy hasonló képességű, de hagyományos, rugóterhelésű gép viszont érzékeny járulékos elmozdulás-érzékelőket igényelne a befogásoknál.

A befogások függesztése acéllemezekkel történik. Ez a függesztés hiszterézis-mentes, és egyszerűbb is, mint a szokásosabb négycsuklós mechanizmus.

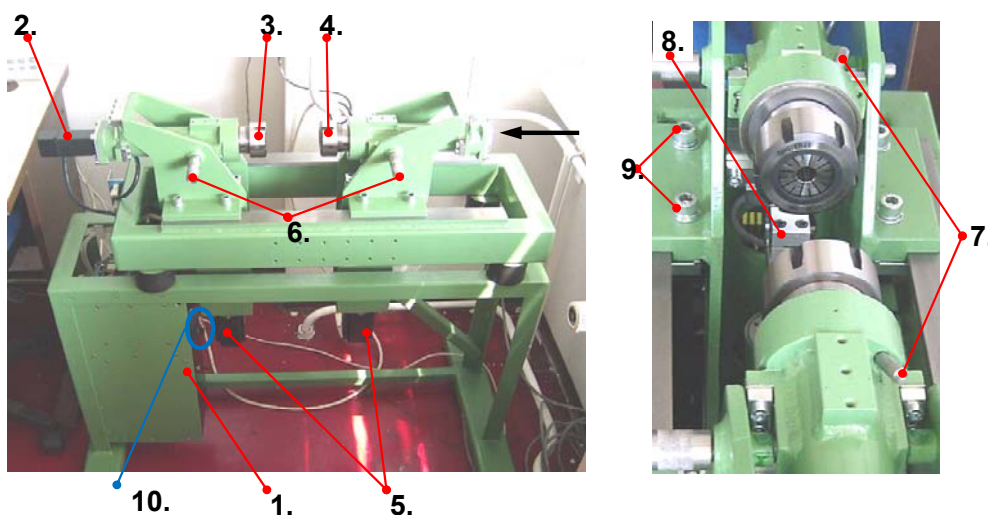
7.3.3.2. A fásasztógép felépítése

A fásasztógép felépítését a következő 7.14-7.15. ábrák ismertetik.



7.14. ábra. A forgó-hajtogató elvi gép felépítése

Az ábrában L_f jelöli az orsók felfüggesztési távolságát, amely az orsók axiális eltolhatóságából adódóan a vizsgálendő próbapálca hosszához igazítható. T_1 és T_2 az F_{t1} és F_{t2} terhelések erőkarja, ezáltal az egyes orsók által létrehozott terhelőnyomatékok $M_{t1} = F_{t1} \cdot T_1$ és $M_{t2} = F_{t2} \cdot T_2$. Amennyiben tehát $M_{t1} = M_{t2}$, a próbapálcát konstans hajlítónyomaték terheli a terhelések hatásvonalai között.



7.15. ábra. A forgó-hajtogató gép felépítése – fő egységei

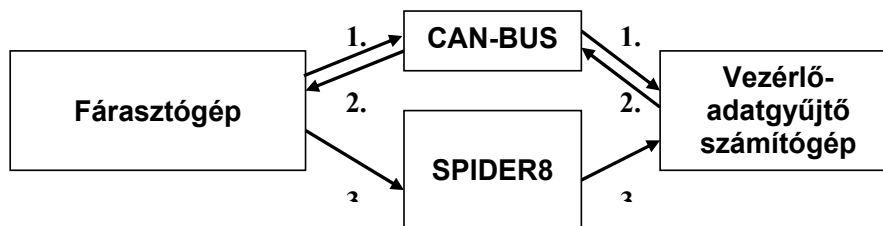
A fásasztógép fő egységei

- | | |
|---------------------------|---|
| 1.) Elektromos szekrény | 6.) Biztosító tüskék (2db) |
| 2.) Hajtómotor | 7.) Olajozó furatok (2db) |
| 3.) Hajtott tokmány | 8.) Erőmérő cella a terhelés mérésére (2db) |
| 4.) Futó tokmány | 9.) Szánokat rögzítő csavarok (8db) |
| 5.) Terhelő motorok (2db) | 10.) Vezérlőelektronikák kapcsolója |

A fásasztógépen a gépállványhoz gumipogácsákon keresztül egy segédkeret kapcsolódik. A segédkereten elcsúsztatható a hajtott és a futó tokmány is, de a hajtott tokmányt nem célszerű elmozdítani. A gépállvány a könnyebb mozgathatóság érdekében görgős, a menetes lábacskák kilazítása után a gép arrébb tolható. A gép elrendezését és fontosabb részeit mutatja a 7.15. ábra. A képen az infravörös hőmérők nincsenek felszerelve.

7.3.3.3. A vezérlő-adatgyűjtő rendszer felépítése

A vezérlő-adatgyűjtő rendszer felépítését a következő fejezetekben ismerhetjük meg. A rendszer elvi sémáját a 7.16. ábra mutatja be.



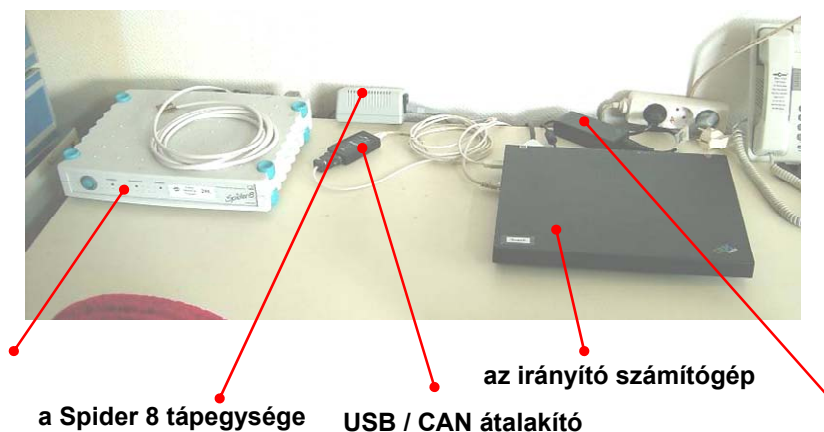
7.16. ábra. A fásasztógép vezérlő rendszere

Az egyes „csatorna-csoportokon” áramló jelek a következők:

1. hajtó- és terhelőmotorok fordulatszám és szöghelyzet adatai (digitális)
2. hajtó- és terhelőmotorok vezérlőjelei (digitális)
3. erőmérő cellák, hőmérők jelei (analóg) kiolvasása a *Spider*ből

Minden hajtómotorhoz tartozik egy meghajtó elektronikai egység. A három elektronikai egység és a 78V egyenfeszültséget előállító tápegység egymás közelében, a fásasztógép elektromos szekrényében nyert elhelyezést. A motorokba pozícióérzékelő is be van építve. Minden motorhajtó egység tartalmaz egy önállóan működő kis számítógépet, mely az egységbe épített teljesítmény-elektronika segítségével a motor közvetlen kezelésével kapcsolatos minden feladatot megold. A fásasztógép így a motorokat meghajtó elektronikai egységeknek küldött üzenetekkel működtethető. A kommunikáció az egységekkel egy közös kábelon történik, ez az ún. *CAN-BUS*. A *CAN-BUS* egy *USB / CAN* átalakító segítségével egy számítógéphez kapcsolódik. A *CAN* rendszerhez tervezett motormeghajtó egységek így a *PC*-s világban elterjedt *USB* csatlakozón keresztül tudnak kommunikálni az irányító számítógéppel. A *CAN* kommunikáció kétirányú, a *CAN-BUS* nem csak vezérlőjeleket visz a motorhajtásokhoz, de motorok állapota (pl. aktuális fordulatszámok, nyomatékok, pozíciók) is a *CAN-BUS* viszi a számító-

gépbe. Figyelemre méltó, hogy a gépet irányító összes vezérlőjel, és a motoroktól érkező összes információ egyetlen három-eres kábelen áramlik. A vezérlőkábelen kívül a gépből a mérő-vezérlő rendszerbe a jelvezetékeken is áramlik információ az érzékelőktől származó analóg jelek formájában. A mért jelek közül legfontosabbak az erőmérő cellák jelei. A rendszer jelenlegi kiépítettségében további négy jel érkezik a gépből: az infravörös elven mért próbatest hőmérséklet két pontban, és a két infravörös hőmérő érzékelő fejének hőmérséklete (utóbbiak a környezeti hőmérsékletre és csapágyak hőmérsékletére utalnak, bár a fejek a csapágyhőmérséklettől viszonylag könnyen elszigetelhetők). Az analóg jeleket egy *Spider8* típusú adatgyűjtő digitalizálja és digitális formában átmenetileg tárolja is. (A *Spider* belső memóriájában tárolható adatsor hossza beállításoktól függően jellemzően 10s nagyságrendű időnek felel meg. Normális működés közben ennek a kapacitásnak csak a töredékét használjuk.) Az irányító számítógép a *Spider*rel is kommunikál, erre a kommunikációra a számítógép nyomtató portját (párhuzamos port) célszerű használni alkalmas kábel segítségével. Ezen a kábelen keresztül a számítógép beállításokat és parancsokat küld a *Spider*be, az áramló adatmennyiség döntő hányadát azonban a *Spider* által a számítógépbe küldött digitalizált jelek teszik ki. A mérő-vezérlő rendszer azon fő egységeit mutatja a 7.17. ábra, melyek nem a fűrésztógép elektromos szekrényében vannak.



7.17. ábra. A fűrésztógép vezérlő rendszerének külső egységei

7.3.3.4. Az irányító számítógép szoftvereinek feladatai

- Kommunikáció a motorhajtásokkal, a hajtások konfigurálása és működtetése.
- Kommunikáció a *Spider*rel, a *Spider* konfigurálása és működtetése.
- Rendszer szintű szabályzási feladatok megoldása (pl. erő, hőmérséklet).
- A felhasználói beavatkozások és fűrésztóprogramok kezelése.
- A különböző beállítások és a fűrésztás közben keletkező információk mentése.
- A felhasználó tájékoztatása a rendszer pillanatnyi állapotáról.
- A rendszer beállításait segítő számítások elvégzése.
- A fűrésztás eredményeinek megjelenítése, feldolgozása.

7.3.3.5. A rendszer alapvető működésének áttekintése

Mivel a rendszer digitális, szükségünk van egy ütemezésre. Az ütemezés az *Spider* adatgyűjtési beállításaitól függ: annyi ideig várunk, amennyi idő egy beállított adatmennyiség összegyűléséhez szükséges. Ekkor kiolvassuk a *Spider*-ben ténylegesen összegyűlt összes adatot. Ezt az adatmennyiséget nevezzük egy blokknak. A kiolvasott blokkokat kiértékeljük, meghatározzuk az egyes jelek átlagát, maximumát, minimumát, szórását.

Itt jegyezzük meg, hogy üzem közben az egymást követő blokkok mérete nem pontosan azonos, de egy állandó érték közelében marad. Az adatgyűjtés komoly zavara esetén egy blokk mérete 0 is lehet. Stacionárius üzemállapotban elvileg konstans erőket és hőmérsékleteket mérünk, de a gépben föllépő rezgések, és kisebb részben a mérőrendszerben megjelenő zaj miatt nem elhanyagolható ingadozásokat tapasztalhatunk.

Miután egy blokkot kiértékelünk, a motorhajtásoktól lekérdezzük a motorok aktuális állapotát is. Ezzel rendelkezésünkre áll az összes rendszerjellemező. Ezek ismeretében, a legutóbbi felhasználói beavatkozásokat és az esetleg megadott terhelésprogramot figyelembe véve működtetjük a rendszer szintű szabályzási algoritmusokat, és meghatározzuk a motorok számára előírandó célértékeket. A célértékeket aztán a motorhajtásokhoz továbbítjuk. A motorhajtásokhoz továbbított szögsebesség vagy szögpozíció célértékek beállítása és megtartása a motorhajtások feladata. Végül a felhasználót is tájékoztatjuk a rendszer állapotáról, és üzeneteket adunk a fontosabb eseményekről, valamint mentjük a fontosabb információkat.

7.3.3.6. Az adatok mentése

A célszoftver a rendszer elindításakor automatikusan létrehoz két fájlt: egyet az üzenetek, egyet pedig a gyűjtött adatblokkok és a motorhajtásokból gyűjtött adatok alapján meghatározott jellemzők tárolására. A fájlnevek alapját a próbatest megadott neve jelenti, ehhez a program automatikusan hozzáfűzi az aktuális időt és a kiterjesztést. Az üzenetek fájljába az adatgyűjtő rendszer aktuális beállításai is bekerülnek, így később minden kétséget kizáróan tudni lehet, hogy pontosan milyen beállításokkal működött az adatgyűjtés egy mérés közben.

A létrehozott fájlok nevét a program automatikusan kiírja az *fnam.txt* fájlba, mely a program bezárását követően is megmarad. Az *fnam.txt* fájl alkalmas arra, hogy a legutóbbi futtatás fájljait azonosíthassuk. Lehetőség nyílik arra is, hogy a program futtása közben megjelenítsük a mentett adatokat. Ha azonban egy külső program kizárólagos hozzáférést szerez a program által használt fájlokhoz, akkor az lehetetlenné teszi a fárasztási adatok mentését. Ha a fárasztóprogram adatmentési hibát érzékel, azonnal leáll.

Az automatikus adatmentés azokat a rendszer-szintű mennyiségeket menti, melyeket a kezelőfelületen is láthatunk. Ezek az adatgyűjtési beállításoktól függően jellemezően $0.2...0.5s$ időnként frissülnek, így az automatikus adatmentés nem alkalmas a nagyfrekvenciás változások követésére. Az automatikus adatmentés a fárasztás hosszú távú alakulását rögzíti, általában erre van szükségünk. Ilyenkor teljesen elegendő lehet akár a perccenkénti adatmentés is.

A kezelőszoftver lehetőséget ad a *Spider* által gyűjtött adatok közvetlen elmentésére is. Ezt a mentést csak kézzel lehet indítani és leállítani. Nem érdemes túl hosszú idősort mérni, mert nagyon nagy fájlok keletkeznek. Ez a fajta mérés jól használható például az stacionárius üzem közben is jelenlevő rezgések tanulmányozására. Mivel csak két kattintást igényel a felhasználótól, érdemes rögzíteni ilyen adatsorokat minden próbapálcáról, akár többször is a fárasztás

folyamán. A másik két fájlhoz hasonlóan az ilyen idősor fájlok nevei is automatikusan generálódnak, a fárasztás összes fájlja egymás mellé kerül.

Adatmentést eredményező események:

- Az előző mentés óta megtett ciklusszám korlát túllépése.
- Az előző mentés óta eltelt időkorlát túllépése.
- Felhasználói beavatkozás (az Extra mentés gomb megnyomása).

7.3.3.7. A fárasztás leállása

A fárasztás leállítását eredményező események:

- Az indítás óta megtett ciklusszám korlát túllépése.
- Az indítás óta eltelt időkorlát túllépése.
- A közvetlenül mért erő abszolút értékére megadott felső korlát túllépése.
- A közvetlenül mért lehajlás abszolút értékére megadott felső korlát túllépése.
- Az infravörös érzékelővel mért hőmérsékletre megadott felső korlát túllépése.
- Kilépés az erő varianciákra adott alsó és felső korlátok közül.
- Adatmentési hiba.
- Felhasználói beavatkozás.

Klasszikus fárasztás közben a gépnek erő jellegű terhelést (erőt vagy hajlító-nyomatékot) írunk elő, és lehajlásba megadott korlát átlépésekor állítjuk le a fárasztást. Lehajlás-korlát alkalmazásakor gyakorlatilag a pálcá teljes törésekor áll meg a fárasztás. A mért erők ingadozása azonban kiváló indikátora a pálcában megjelenő repedés fejlődésének. Az erővarianciákra megadott korlátokkal a fárasztás a repedés megjelenését követően viszonylag hamar megbízhatóan leállítható.

Ekkor a repedés szabad szemmel még terhelten is észrevehető. Az erővarianciák szignifikáns megváltozása nagyjából az élettartam 95%-a körül várható. A repedés megjelenéséig tartó és a repedés terjedéséhez szükséges ciklusszámok arányát számos tényező befolyásolja. Ez az arány törésig tartó fárasztókísérletekkel állapítható meg megbízhatóan.

A repedés megjelenéséig tartó fáradási folyamat és a repedésterjedési folyamat különválasztása fejlettebb kiértékelési módszert jelent. A repedés megjelenéséig tartó fárasztás lehetővé teszi, hogy egy próbatestből két fárasztási eredményt kapjunk. A kézenfekvő előnyök ellenére valószínűleg jelentős időbe telik, mire a műszaki közvélemény elfogadja e fejlettebb módszerek alkalmazását.

7.3.3.8. A mérőrendszer programozhatóságáról

A programozhatóság egy előre meghatározott terhelésprogram megvalósítását teszi lehetővé, ugyanakkor a rendszer leállítását eredményező események és feltételek megadása is ennek keretében történik.

A terhelésprogram létrehozása a vezérlőprogramban történik.

7.3.3.9. A fásasztógépen elhelyezett elektronikus egységek üzemeltetése

A gép elektronikai szekrényéből kivezetett 230 V-os földelt csatlakozó feszültség alatt levő aljzatba dugásával a motorhajtások tápegysége feszültség alá kerül. A tápegység transzformátort, egyenirányítókat és egy nagy kapacitású simító kondenzátort tartalmaz. A 78 V egyenfeszültség így egy tranziens során alakul ki, és kikapcsolás után hosszabb ideig fennmaradhat. A tápegység az (1) elektronikai szekrény oldalán elhelyezett (10) kapcsolón keresztül táplálja a motorhajtásokat (7.15. ábra). A tápegység és a (10) kapcsoló bekapcsolása után a motorhajtó elektronikus egységek üzembe helyezik magukat, a rajtuk elhelyezett zöld LED-eknek $\approx 1s$ időn belül ki kell gyulladniuk, majd a használat során folyamatosan világítaniuk kell. A piros LED-ek hibát jeleznek. Ekkor célszerű ki-, majd visszakapcsolni a (10) kapcsolót, majd fokozott körültekintéssel újraindítani a gépet. A (10) megszakítónak vészleállító szerepe is van, de a gép motorjai a hálózati aljzat feszültségmentesítésekor is viszonylag gyorsan leállnak (álló motorok esetén viszont az üresen járó motorhajtó egységek még jónéhány másodpercig működnek a simító kondenzátor energiájából).

A berendezés leállításakor a motorhajtások táplálását csak akkor célszerű lekapcsolni, ha a kommunikációt az irányító számítógéppel már leállítottuk. Célszerű először a hálózati táplálást megszüntetni, hogy a simító kondenzátor kisüljön. A ekkor a motorhajtások zöld LED-jei még egy darabig világítanak, majd egy pillanatra fölviannak a piros LED-ek az „alacsony tápfeszültség” hiba bekövetkezése miatt, végül az elektronikák leállnak. Ekkor ajánlatos lekapcsolni a (10) kapcsolót, hogy következő bekapcsolás terheletlen tápegységgel történhessen.



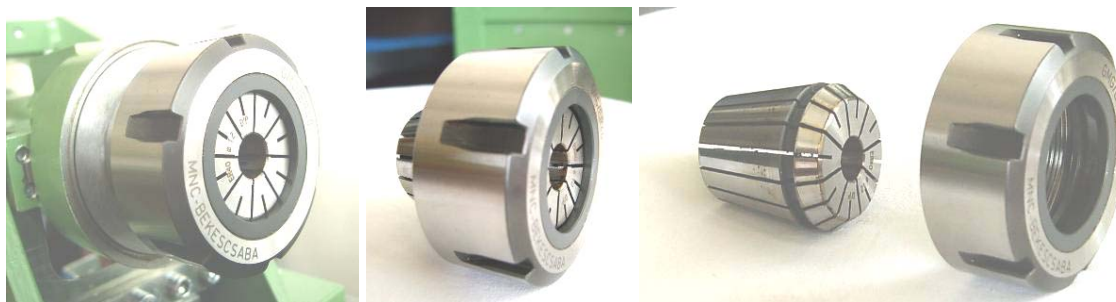
7.18. ábra. A tokmány-meghúzó szerszám

7.3.3.10. A fásasztógép üzemeltetése

A próbapálcá befogása a (3), (4) tokmányokkal történik (7.15. ábra). A pálcát behelyezni a jobb oldali (4) tokmány furatán keresztül lehet a nyíllal jelzett irányból, de előtte a (6) biztosító tüskét el kell távolítani. (A nem betolható próbatesteket a szánok széthúzása után lehet behelyezni.) A tokmányok meghúzását a 7.18. ábrán látható célszerszámmal lehet elvégezni. A központosítás a (9) jelű rögzítőcsavarok feloldása után lehetséges. Betolható méretű pálcaso-

rozat vizsgálatokor elegendő egyszer központosítani. Erre a célra legalkalmasabb egy merev túske. Jobb híján magával a próbapálcával is központosíthatunk. A terheletlen állapotú gép hajtómotorját bekapcsolva a szánok önmaguktól beállnak (a könnyebb mozgás érdekében érdemes zsírozni a felfekvő felületet). Nem betolható próbatestek esetén a központosítást minden egyes próbatesttel el kell végezni.

A tokmányhoz három darab befogó betét tartozik, egy a 16 mm befogási átmérőjű próbapálcához, egy a 14 és egy a 12 milliméteresekhez. Ezeket a tokmány teljes lecsavarása után lehet kicserélni. A tokmány szétszerelése a 7.19. ábra képsorán látható.



7.19. ábra. A tokmány a befogó patronnal

A berendezés üzemeltetésekor fontos a próbatest felőli olajkenesű csapágyak kenése is. Ezt a (7) olajozó furatokon keresztül lehet megtenni a védő csavarok kitekerése után.

A méréshez szükséges egyéb eszközök, mint pl. a tokmányszorító célszerszám, a másik betét és a csapágyak kenéséhez használatos spray, a berendezés közelében található. A mérés elkezdése előtt a (6) biztosító tüskéket el kell távolítani.

7.3.3.11. A mérő-vezérlő rendszer üzemeltetése

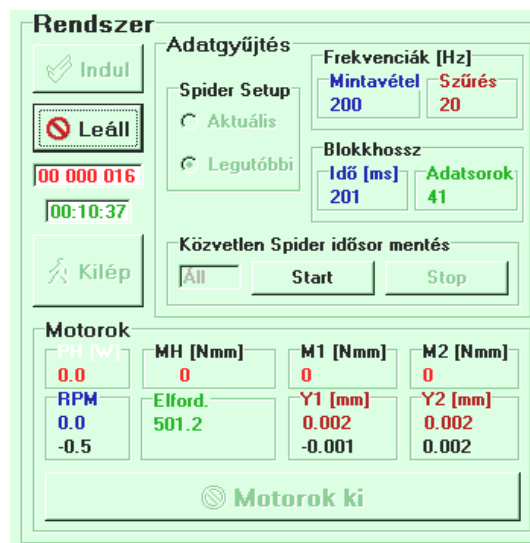
Első lépésként a számítógép és a *Spider8* tápegységeinek hálózati csatlakozóit kell $\sim 230 V$ tápfeszültséggel ellátni, ellenőrizni kell a *Spider* tápegységén található kapcsoló bekapcsolt állapotát is. A *Spider* be kell kapcsolni a készülék előlapján található gomb segítségével. Ezután lehet a számítógépet majd a mérést végző programot elindítani. Ügyelni kell arra, hogy az *USB / CAN* átalakító a számítógép egyik *USB* portjára csatlakoztatva legyen, ugyanis a motorok irányítása ezen keresztül történik. Ellenőrizzük a számítógépet és a *Spider* összekötő adatkábel valamint a *Spider*be befutó jelvezetékek jó csatlakozását is. Mind a *Spider*, mind az *USB / CAN* átalakító el van látva piros, sárga és zöld indikátor *LED*-ekkel. A zöld a bekapcsolt állapotot, a sárga villódzása a normál működést, a piros pedig hibát jelent. A *Spider* hibái szoftveresen jól kezelhetők, a készülék ki-be kapcsolása sem jelent problémát a szoftvernek. Az említett hardver egységek (*Spider*, *USB / CAN* átalakító, motorhajtások) részletesebb leírása megtalálható a hozzájuk tartozó gyári kiadványokban.

7.3.3.12. A mérőrendszer célszoftvere, vezérlőprogramja

A szoftver kezelői felülete négy fő panelt tartalmaz, a **Rendszer**, a **Kézi célértékadás**, a **Monitor** és a **Rendszerinformációk** paneleket. A következőkben röviden bemutatjuk ezeket.

A **Rendszer** panel (7.20. ábra) segítségével felügyelhető az irányító számítógép és külső elektronikus egységek közötti kommunikáció. Az összes motor vészleállítására szolgáló **Mo-**

torok ki és a kezelőprogram bezárására szolgáló **Kilép** gombok is itt kaptak helyet, valamint innen vezérelhető a *Spider* által gyűjtött jelek közvetlen elmentése is. Az **Indul** gomb megnyomása után kiépül a kapcsolat a külső egységekkel és életre kelnek a kijelzők is. Ha a rendszer működésben van, akkor válik aktívvá a **Leáll** gomb, ekkor már csak leállítás után tudunk kilépni a kezelőprogramból. A rendszer újraindítása is csak leállítás után lehetséges. A rendszer elindítása előtt a **Spider_Setup** választógombok segítségével választhatjuk ki, hogy a *Spider* milyen beállításokkal induljon. Alapértelmezett a **Fájlból**, ekkor a kezelőprogram a legutóbbi beállításokat tölti vissza a *Spider*-be. Az **Spiderből** lehetőség kiválasztásakor viszont nem változtatja meg a *Spider* beállításait, menti azokat, és legközelebb már ez töltődik vissza a **Fájlból** lehetőség választásakor. Ha a *Spider* gyári „setup” programjával állításokat végeztünk a *Spider*-en, akkor az **Spiderből** jelölőt kell kiválasztanunk, különben az új beállítások elvesznek. A *Spider* által gyűjtött jelek közvetlen mentése **Közvetlen idősor mentés** keret **Start** gombjával indítható, és a **Stop** gombbal állítható le.



7.20. ábra. A Rendszer panel

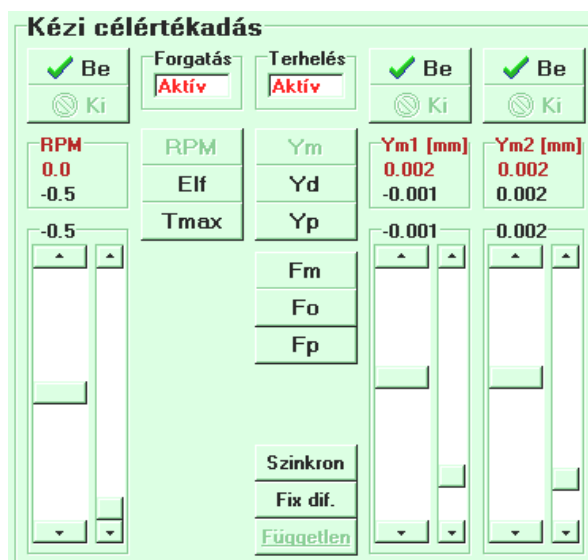
A **Motorok** panel tájékoztat a hajtómotor pillanatnyi teljesítményéről (**PH**), nyomatékáról (**MH**), fordulatszámáról (**RPM**), és az egész elfordulásban mért pozíciójáról az indulási állapothoz képest (**Elförd.**). Ez utóbbi nem megtett körülfordulás, hanem pozíció, irányváltáskor csökken. A terhelő motorok esetén a nyomatékok (**M1, M2**), és a mozgó orsó névleges menetemelkedésével elmozdulással átszámított szögpozíciók aktuális (**Y1, Y2**) láthatóak. Az **RPM, Y1, Y2** mennyiségek esetén az aktuális értékek alatt feketével ki vannak írva a megfelelő célértékek is.

A **Kézi célértékadás** panel (7.21. ábra) lehetőséget ad a kezelő személynek arra, hogy az összes motort irányítsa, és különböző szabályzási módokba állítsa a rendszert. Ha a rendszert elindítottuk, a panel kezelőszervei aktívvá válnak. A **Be** és **Ki** gomb-párokkal a motorok tápfeszültségét tudjuk kapcsolni. A csúszkák szerepe kettős: bekapcsolt állapotban velük állítható be a célérték, kikapcsolt állapotban pedig kijelzőként működnek, helyzetükkel követik az aktuális értéket. Minden állítható mennyiséghez két csúszka tartozik: a szélesebb durvaállító és a keskenyebb finomállító csúszka. A csúszkák alján és tetején látható nyilakkal a durvaállító

tó csúszkák is viszonylag finoman mozgathatók. Mindhárom csúszkapár 10000 beállítási fokozatot biztosít, tehát gyakorlatilag folytonos szabályzás lehetséges.

A hajtás kétféle üzemmódban működtethető:

- fordulatszám szabályzás, **RPM**
- elfordulás szabályzás, **Elf**



7.21. ábra. A Kézi cellaértékkadás panel

Az elfordulás szabályzásnak csak ritkán vehetjük hasznát, pl. bizonyos beállítások elvégzésekor, amikor fontos lehet a próbapálcá pontos szögelfordulásának meghatározása.

A terhelés összesen hatféle üzemmódban működhet:

- Elmozdulás jellegű üzemmódok:
 - Mért lehajlás (**Y** irányú elmozdulás), **Y** [mm]
 - Tárázott lehajlás, **Yt** [mm]
 - Erőkorrekcióval számított orsó hajlásszög **A** [°]
- Erő jellegű üzemmódok:
 - Mért erő, **Fm** [N]
 - Korrigált erőből számolt hajlítónyomaték, **Mo** [Nm]
 - Próbatestben ébredő feszültség, **Sp** [MPa]

A panelen bizonyos segédfunkciók megvalósítására szolgáló gombok találhatóak.

Gyakori, hogy a terheléseket szinkronban szeretnénk állítani. Ha a két terhelőmotor azonosan ki- vagy bekapcsolt állapotban van, megnyomhatjuk a **Szinkron** gombot. Innentől a terhelések szabályzása és ki-be kapcsolása is szinkronban történik. A **Fix dif.** gombbal állandó eltérést tarthatunk a két oldal között, a **Független** gombbal pedig függetleníthetjük a szabályzást.

Minden csúszkánál három értéket látunk. A csúszka fölötti keretben az aktuális értéket és a rendszerben levő célértéket, közvetlenül a csúszka fölött pedig a csúszkák által meghatározott célértéket. Ha a rendszer helyesen működik, akkor a csúszkák által meghatározott érték nagyon hamar (1 működési ütemen belül) bekerül a rendszerbe célértékként. A megkapott célértéket aztán a rendszer tulajdonságai által meghatározott idő alatt éri el a szabályozott mennyiség. Erő jellegű mennyiségek esetén a beállási idő akár 5s is lehet, elmozdulás szabályzásokor sokkal rövidebb.

Ha a rendszerben levő célérték és az aktuális érték eltérése „nagy”, akkor az illetékes csúszka fölötti keret kifehéredik, a felirat kipirosodik. A riasztási küszöböt az **Eltérés %** panel csúszkáival állíthatjuk be külön a hajtásra, külön a terhelésre.

Egyszerű fásasztás közben azt szeretnénk, ha a beállított célértékek nem változnának meg. Azért, hogy a csúszkákat véletlenül se mozdíthassuk meg, a csúszkák letilthatók. Üzem mód váltáskor, eseményekkor a rendszer automatikusan föloldja a csúszkák rögzítését, gyorsítva ezzel az esetlegesen szükségessé váló felhasználói beavatkozást.

A **Monitor** panelen a rendszerben előforduló jelek érhetőek el különböző szempontok szerint különböző lapokra csoportosítva. A **Monitor** panel lapjai a **Spider jelek** (a *Spider*-ből érkező jelek kijelzése), a **Próbapálca** (a próbapálca jellemzőinek és aktuális állapotának figyelése), a **Gép** (a fásasztógép aktuális üzemi jellemzőinek és paramétereinek megjelenítése), és végül a **Figyel** lapok. A **Figyel** lapnak csak segédfunkciók szempontjából van jelentősége.

A **Rendszerinformációk** panelen az üzenetek és a rendszerben érvényes különböző beállítások tekinthetők meg az **Üzenetek** (a rendszer által küldött frissebb üzenetek megjelenítése), **Beállítások**, **Események** (ezeken a lapokon ellenőrizhetőek, hogy a rendszer milyen beállításokkal és eseményekkel dolgozik), **Program** (a hajtás és a terhelés programozása, a rendszer által beolvasott programok megtekintése) lapokon. Az **Y táraz!** lap a mért elmozdulás szoftveres tárazását kezeli, az **Újraolvas!** lap pedig a rendszer beállításainak frissítését teszi lehetővé a beállításokat tartalmazó fájlokból. Ezen fájlok pedig a következők: **SzabGep.in** fájl (a szabályzások és a géphez kapcsolódó jel-transzformációk beállításait tartalmazza), **EsmPrg.in** fájl (a mentéshez és leállításához tartozó eseményeket, valamint a hajtás és terhelés programot definiálja) és a **Prb.in** fájl (az aktuális próbapálca adatait tartalmazza a feszültség stb. számításához).

7.3.3.13. A *Spider* készülék beállítása

A *Spider* készülék beállítását a gyári *Spider* setup programjával célszerű elvégezni. Ez kényelmes lehetőséget ad az érzékelők típusának, méréshatárának, valamint az adatgyűjtési és szűrési frekvenciák beállítására és az egységes szűrési algoritmus megadására. Az aktuálisan mérhető jelek is megtekinthetők, valamint hibakeresésre is van lehetőség. Ezekon felül a szűrők típusa (*constant* vagy *variable*) valamint a tárazás engedélyezése is állítható csatornánként. A fásasztógép vezérlőprogramja kezeli a beállítások mentését: ha a **Spiderből** jelölő van bejelölve, akkor a vezérlőprogram menti a beállításokat.

7.3.3.14. Az eredményfájlban szereplő adatok

Jelöléseknél általános érvényű megállapítás, hogy az 1-es indexszel jelölt értékek a hajtott orsóhoz, a 2-essel jelöltek pedig a futó orsóhoz tartoznak. Az elmozdulás fölfele negatív, az erőmérő cellán ehhez tartozó nyomóerő szintén negatív. Ha a pálcá alja húzott, akkor a kijelzett és elmentett nyúlások és feszültségek pozitívak, ha az alja nyomott, negatívak.

A program felhasználói felületén is ugyanazokkal a jelölésekkel találkozhatunk, mint az eredményfájlban:

T: az eltelt idő a rendszerindítástól számítva

N: a ciklusszám

Ytr1, Ytr2: a vezérlőprogrammal tárazott elmozdulások

Y1, Y2: a tárazatlan, orsón mért elmozdulások (ez a gép kikapcsolásakor nullázódik)

A1, A2: az orsók szöglehajlása fokban

E1, E2: nyúlások a pálcán a kritikus helyeken

Fm1, Fm2: az erőmérő cellákon mért korrigálatlan erőértékek

Mo1, Mo2: az orsókra ható hajlító-nyomatékok

S1, S2: a pálcá kritikus keresztmetszeteiben ébredő feszültségek, korrigált erőkből számítva.

I1, I2: infra hőmérsékletek a kritikus keresztmetszeteknél

K1, K2: környezeti hőmérsékletek

RPM: a hajtómotor fordulatszáma

MH: a hajtómotor nyomatéka

MT1, MT2: a terhelőmotorok nyomatéka

7.3.3.15. Felfele vagy lefele terheljünk?

Fárasztáskor általában egy kívánt feszültség szintet szeretnénk tartani a próbapálcában. A vezérlőprogram kétféle módon meghatározott feszültséget ismer:

- a mért és korrigált lehajlásokból és a Young modulusból számított feszültséget,
- a mért és korrigált erőkből számított feszültséget.

Megjegyzés:

- *korrigált lehajlás*: a szerkezet rugalmassága miatt a terhelőgépekkel mért elmozdulásnál kisebb valósul meg a terhelések bevezetési pontjain, ezért ezt korrigálni kell hitelesítő mérésekkel (ez már be van építve a programba).
- *korrigált erő*: a felfüggesztő elemek rugómerevsége az erőmérő cellákon többleterőt jelent a pálcára ténylegesen ható erőhöz képest. A feszültség számításánál ez a korrekció be van építve a programba (a megjelenített erőértékek az erőmérő cellákon mért, korrigálatlan értékek).

A lehajlások alapján számított feszültség előnye, hogy fölfele és lefele terhelés esetén is egyaránt igen pontos lehet. Hátránya, hogy csak szimmetrikus terhelés esetén számítható megnyugtatóan, valamint a berendezés melegezése közben a mért lehajlások kissé változnak.

Az erők alapján számított feszültség előnye, hogy aszimmetrikus rendszer esetén is kielégítő pontosságú lehet, és pontosság gyakorlatilag független a berendezés hőállapotától. Hátránya, hogy lefele terhelés esetén pontatlan (az erómérő cellák alsó rögzítése miatt). Egy fásztási sorozatban viszont, bármelyik terhelési irányt is választjuk, mindenképpen azonos irányba kell terhelni, mert a *Wöhler* görbe meghatározásához jobb, ha a különböző feszültségszintek egyformán torzítottak.

A berendezés feszültségszabályzó üzemmódjában a terhelések alapján számított feszültségekkel dolgozik. A lehajlásokból számítható feszültség közvetlenül nem szabályozható, csak a vele szoros összefüggésben levő orsó-lehajlások. A fenti tulajdonságoknak megfelelően tehát hosszú fásztáskor célszerű *a berendezést feszültségszabályzási üzemmódban járattani, szimmetrikus terheléssel, lehetőleg fölfele terhelve*. Ekkor a beállított feszültségek közvetlenül elfogadhatók, mint a pálca kritikus helyein ébredő feszültségek.

7.3.3.16. A célszoftver által mentett adatok megjelenítése

Az üzenetek egyszerű szövegfájlokban tárolódnak, melyek bármely szövegszerkesztő programmal olvashatók. Célszerű az operációs rendszer részét képező *Jegyzettömb (Notepad)* program használata. Az adatok mentése is szövegfájlokba történik, melyekben a számokat 'tabulátor' karakter választja el egymástól, a sorokat pedig 'soremelés' karakter zárja. Az adatok kijelölése és vágólappra másolása után pl. egy megfelelően előkészített *Excel* fájlba másolhatók az adatok, mely a számsorokat azonnal megjelenítheti diagramokon is. Ilyen előkészített *Excel* fájlok rendelkezésre állnak.

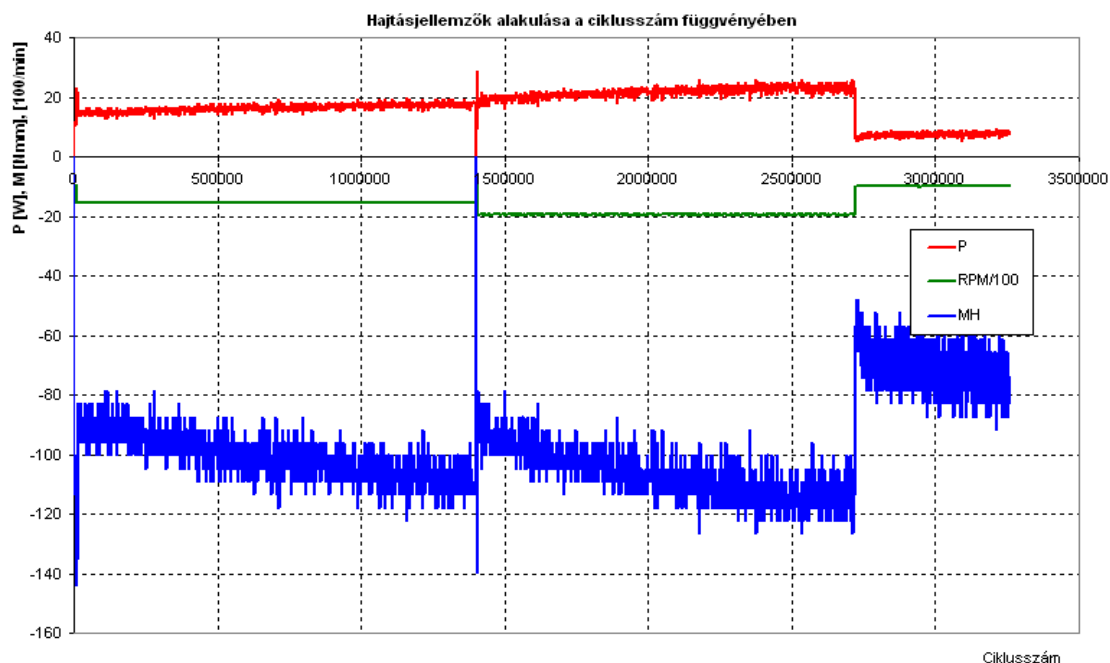
A program által automatikusan generált *fnam.txt* fájlból a legutóbbi adatfájl neve kiolvasható, így a megjelenítés automatizálható, akár az *Excel*-ben, akár más szoftverrel, akár futás közben is.

A következő, 7.22.-7.23. ábrákon példákat láthatunk egy próbapálca fásztása közben készült diagramok közül.

7.3.3.17. Összefoglalás: egyszerű fásztás lépései

1. Rendszer bekapcsolása:
 - hálózati táplálás bekapcsolása,
 - *Spider* tápegység és *Spider* bekapcsolása
 - számítógép indítása,
 - *USB/CAN* átalakító fehér *USB* csatlakoztatása (rendellenesség esetén a többi csatlakozás ellenőrzése)
 - a gép bekapcsolása az elektromos szekrényen található kapcsolóval.
2. A *Fásztás* vezérlőprogram elindítása, az orsók középhelyzetbe állítása, kilépés.
3. Erómérő cellák tárazása pálca nélküli gépen a *Spider setup* programjával.
4. Próbapálca befogása, infra hőmérők felszerelése, végül a *tüskék kivétele*.

5. Paraméterfájlok elkészítése, ellenőrzése (a pálca méreteinek valamint rugalmassági jellemzőinek és a szabályozási határok megadása, ezek alapján a szabályozási mátrix meghatározása, a rendszer leállási feltételeinek megadása).
6. A vezérlőprogram elindítása, rendszerindítás, a betöltött paraméterek ellenőrzése.
7. A szabályozási módok végigpróbálgatása, végül a kívánt szabályozás (pl. feszültség) kiválasztása. Általában szimmetrikus terhelés javasolt.
8. Az elmozdulások tárazása tehermentes állapotban, forgatás közben ($\approx 200 \dots 1000$ RPM).
9. Kívánt terhelésérték (feszültség) beállítása.
10. Fordulatszám megemelése (javasolt maximum: 3200 RPM, 80 W).
11. A szabályozási eltérésre figyelmeztető csúszkák beélesítése.
12. A mért értékek, üzenetek megfigyelése, a különböző feszültségek összevetése.

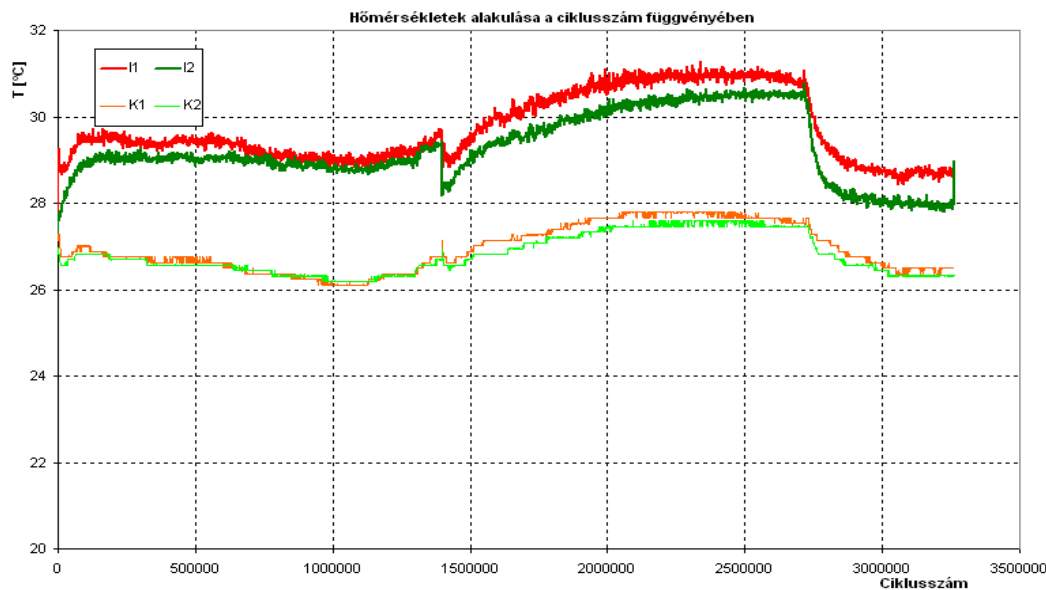


7.22. ábra. Próbapálca fárasztó kísérletének eredményei - 1

P – a hajtómotor teljesítménye

$RPM/100$ – a hajtómotor fordulatszáma (vagyis a percenkénti ciklusszám)

MH – a hajtómotor teljesítménye



7.23. ábra. Próbpálca fárasztó kísérletének eredményei - 2

I1, I2 – az infrahőmérők által mért próbpálca-hőmérsékletek

K1, K2 – a környezeti hőmérséklet

7.3.3.18. Kiegészítések, háttérinformációk

A hőmérők

A fárasztógéphez két darab infravörös hőmérő tartozik, melyek a próbatastek kritikus keresztmetszetinek hőmérsékletét mérik. Bizonyos anyagok esetében a kifáradási folyamatot intenzív hőfejlődés kísérheti, a hőmérőkkel ezen jelenség kísérhető figyelemmel.

Az infrahőmérő alkalmazásának legfőbb előnye, hogy nincs szükség kontaktusra a mérendő felület és a hőmérő között. Ennek különösen mozgó alkatrészek (mint a forgó-hajlító próbpálca) vagy magas hőmérsékletű felületek, nagyfeszültségű vezetékek stb. hőmérsékletének mérésekor van jelentősége, hiszen a hagyományos mérőérzékelők közvetlen érintkezése ezekben az esetekben nem lehetséges a mérőberendezés károsodása nélkül. Az infrahőmérők további előnyei között említhetjük:

- a gyors mintavételt (a hagyományos hőmérséklet-érzékelők esetében a méréshez az érzékelőnek fel kell vennie a mérendő felület hőmérsékletét, ez pedig az érzékelő kialakítástól, anyagától stb. függően időt vesz igénybe);
- a mért tárgy hőmérséklete nem változik meg a hőmérővel való érintkezés következtében;
- a mérendő alkatrész nem sérül, nem roncsolódik, ezért lakkozott vagy puha felületek is mérhetők.

Hátrányai között említhetjük viszont a viszonylagos pontatlanságot, amely 1-2°C is lehet.

Az infrahőmérők mérési elve a az abszolút 0 fok vagyis -273°C fölötti hőmérsékletű tárgyak által kibocsátott, azok hőmérsékletétől függő infravörös sugárzáson alapul. Ez a karakte-

risztikus sugárzás, melynek hullámhosszúsága 0.7 – 1000 μm (azaz a látható fény tartományán kívüli, infravörös) intervallumba esik. Az anyagok ezen felül kibocsáthatnak némi látható fényt is, de csak magas hőmérsékleten (fémek izzása), az infrahőmérők azonban az emberi szem számára láthatatlan fény tartományába eső sugárzással dolgoznak.

Az elméletek egy ideális, úgynevezett „fekete test”-et vesznek alapul, a valóságos testek viszont annál kisebb sugárzást bocsátanak ki. Ezt a különbséget az adott anyagra vonatkozó emissziós (vagyis kibocsátási) tényezővel (jele: ε , $\varepsilon = 0 \dots 1$, és a fekete test esetében $\varepsilon = 1$) lehet figyelembe venni. Azokat az anyagokat tehát, amelyeknek emissziós tényezője kisebb, mint 1, szürke testeknek nevezzük.

A tárgy felületéről érkező sugárzás a következő összetevőkből áll: emisszió (kibocsátás) / elnyelés (abszorpció), visszaverés (reflexió) és áteresztés (transzmisszió). Ezek alapján tehát írhatjuk:

$$\text{elnyelés/kibocsátás} + \text{visszaverés} + \text{áteresztés} = 1$$

A tömör tárgyak azonban nem eresztik át az infravörös tartományba eső sugarakat, az ideális fekete test pedig nem veri vissza őket, ezért a fekete testek emissziós tényezője 1.

Számos nem fémes anyag felülete nem visszaverő (pl. fa, műanyag, kőzetek stb.), ezért emissziós tényezőjük magas, kb. 0.8 ... 0.98, a fémeknek viszont a felület fényességétől függően az emissziós tényezője 0.1 körül alakul.

Az emissziós tényező meghatározására többféle módszer is kínálkozik. Az alkatrész hőmérsékletét tapintó hőmérővel pontosan meg kell mérni (referencia), majd az infravörös hőmérővel történt mérés után referenciahőmérséklet-értéket felhasználva az emissziós tényező meghatározható. Másik módszer lehet (tapintó hőmérő hiányában) a mérendő alkatrész anyagából fekete test készítése (fekete festékkel történő befestés vagy kormozás). A fekete felület emissziós tényezője közel 1, az infrahőmérővel ezek ismeretében a referenciahőmérséklet megmérhető, majd a nem fekete felület mérése után az emissziós tényező meghatározható.

Az infrahőmérővel való mérés során figyelembe kell venni, hogy

- a mérendő felületet a hőmérőnek „látania kell”, az érzékelő és a felület közé, esetleg magára az érzékelőre került por vagy füst a mérési eredmény pontatlanságához vezet;
- a mérési eredményt befolyásolhatja nem az alkatrész felületéről származó egyéb infravörös sugárzás (háttérsugárzás), ennek kiküszöbölésére többek között megfelelő árnyékoló lemezek használata indokolt lehet.

A fűrésztógép hőmérőinek tulajdonságaira, kezelésére nézve a kezelési kézikönyvük a mértékadó. Az érzékelők jeleit egy digitális elektronikus egység dolgozza fel, a meghatározott hőmérséklet értéket az eszköz ki is jelzi. A digitális hőmérséklet jelet képes többféle módon is analóg jellé visszaalakítani. Ezt az analóg jelet küldjük a *Spider*-be, ami újra digitalizálja. A hőmérők 5...20 mA áramgenerátoros üzemmódja megfelelőnek bizonyult.

A hőmérők felfogatásához árnyékoló lemezek is tartoznak, melyek, mint már említettük, javítják az infra hőmérés körülményeit. A hőmérők elektronikus egységében a viszonyoknak megfelelően kell beállítani az emissziós tényezőt. Az infra-hőmérést a fentiek alapján továbbá célszerű kontakt hőmérővel hitelesíteni.

A CAN-BUS rendszerről

A *CAN (Controller Area Network)* egy olyan programozott adatkommunikációs soros bus valós idejű alkalmazásokhoz, amely az autóipar számára készült, a *Bosch* és az *Intel* közös fejlesztése nyomán. Elsősorban a vezetékek számának csökkentése céljából fejlesztették ki. Minderre a gépjárművekben megjelenő egyre több elektronikus rendszer (motorvezérlő egység a maga számtalan ki és bemenő jeleit továbbító vezetékeivel, automata váltó vezérlőegység, fedélzeti számítógép, lopásgátló rendszerek stb.) miatt volt szükség. A hagyományos „egy vezeték, egy jel” kommunikációs rendszerek esetén ez tehát több száz vezetéket jelent, szintén több száz csatlakozási ponttal, ezek pedig mind hibák forrása lehet. Ezzel szemben a *CAN-BUS* rendszerben ahelyett, hogy egyetlen elektromos vezetékhez egyetlen funkció tartozna, a *CAN* „multiplex” hálózati kapcsolatot használ, több központi vezetéket köt össze, és nagymennyiségű adat (egymillió bit másodpercenként) „soros” továbbítását teszi lehetővé a zavarérzékenység csökkentés miatt két vezetéken (egy jól megtervezett *CAN-BUS* rendszer az egyik ér kiesése esetén is működőképes marad, legfeljebb a zavarérzékenysége növekszik meg). A *CAN-BUS* úgy áramoltatja az adatokat, hogy a fontosabb információk elsőbbséget élveznek. Az információkat a rendszerre kapcsolt összes berendezés megkapja, azok dolga kiértékelni, hogy nekik szól-e vagy sem.

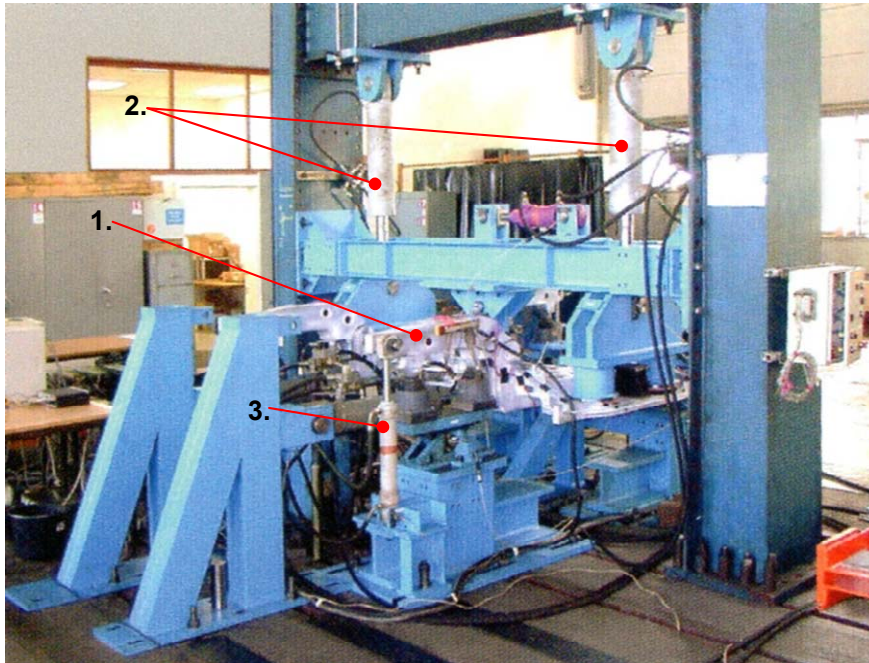
7.3.4. Egyéb fárasztóvizsgálatok

Az előző fejezetekben részletesen ismertetésre került egy próbatest forgó-hajlító fárasztóvizsgálatának menete. Adott esetben azonban, ha egy konkrét szerkezet kifáradási jellemzőit kívánjuk megismerni, elengedhetetlen lehet a kész szerkezet fárasztása. Erre jó példa a vasúti járművek forgóvázkereteinek fárasztóvizsgálata. Az alábbi 7.24.-7.25. ábrákon egy ilyen vizsgálatot láthatunk.

A forgóvázkeret (1) megadott nagyságú és frekvenciájú terhelését a (2), (3), (4) hidraulikus munkahengerek biztosítják, miközben a terhelések hatására a szerkezetben ébredő feszültségeket az (5) nyúlásmérő bélyegekkel lehet figyelemmel kísérni. A (2) munkahengerek a kocsiszekrényt szimulálják, a (3) munkahengerek a primer rugózás által a forgóvázkeretre átadott erőket, míg a (4) munkahengerek a forgóvázkeretre átadódó vízszintes irányú erőket (kigyózásgátló lengéscsillapító által generált) helyettesítik.

Az ilyen jellegű, kész szerkezetekkel végzett kísérletekről általánosságban elmondhatjuk, hogy igen alapos előkészítést igényelnek mind gyakorlati, mind elméleti szempontból. Ez a gyakorlati oldalról annyit jelent, hogy ugyanazokkal a mérőeszközökkel igen különböző alkatrészeket kell vizsgálni, tehát a rendszert át kell alakítani minden egyes vizsgálat előtt a mérendő szerkezetnek megfelelően. Ezt az átalakítást viszont az alapos elméleti előkészítés alapján lehet elvégezni, mely során meghatározásra kerülnek a terhelések fajtái, a terhelési pontok, a terhelések nagysága stb. Bizonyos alkatrészek esetében az elméleti előkészítést részben vagy egészben szabványok előírásai alapján kell elvégezni, ez valamelyest egyszerűsítheti a folyamatot.

Egy esetleges hiba komoly kárt okozhat, mivel egy ilyen vizsgálat hosszú hetekig eltarthat, így annak megismétlése jelentős idővesztést jelent ennek minden anyagi vonzatával, amelyhez még az alkatrész előállításának költségei is hozzájönnek.



7.24. ábra. Vasúti forgóvázkeret fárasztó-vizsgálata - 1



7.25. ábra. Vasúti forgóvázkeret fárasztó-vizsgálata - 2

8. Melléklet

A Mellékletben a korábbi fejezetek levezetései és számpéldái találhatóak, amelyekben a levezetéseket a jobb áttekinthetőség kedvéért a korábbi fejezetekben le kellett rövidíteni. Ezek a levezetések és számpéldák itt teljes terjedelmükben megtalálhatók és tanulmányozhatók.

8.1. Metrológia, mérés technika melléklet

8.1.1. Induktív gyorsulás-érzékelő megoldásfüggvénye

Az induktív gyorsulás-érzékelő mérő-tömegének mozgásának leírásakor a 1.3.1.2. fejezetben az $m\ddot{r}(t) + d\dot{r}(t) + s.r(t) = 0$ (1.1) homogén egyenletre jutottunk, melynek általános megoldására a (1.2) egyenlet szerint az

$$R(t)_{\text{hom, ált}} = e^{\lambda \cdot t}$$

alakban kereshető. Képezve ennek első és második deriváltját, majd azokat behelyettesítve a homogén differenciálegyenletbe és $e^{\lambda \cdot t}$ -vel minden tagot elosztva, kapjuk az

$$m \cdot \lambda^2 + d \cdot \lambda + s = 0$$

u.n. *karakterisztikus egyenletet*, melyből λ értéke: $\lambda_{1,2} = -\frac{d}{2 \cdot m} \pm \sqrt{\left(\frac{d}{2 \cdot m}\right)^2 - \frac{s}{m}}$.

A kapott λ értéke az (1.1) homogén lineáris differenciál-egyenlet *sajátértékei*. Vezessük be az alábbi jelöléseket, tekintetbe véve, hogy lengőmozgáshoz az $\frac{s}{m} > \left(\frac{d}{2 \cdot m}\right)^2$ reláció tartozik:

$\alpha = \sqrt{\frac{s}{m}}$, $\beta = \frac{d}{2 \cdot m}$ és $\gamma = \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}$. Ekkor λ értékei:

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{-1} \cdot \sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = -\beta \pm j \cdot \gamma$$

Mivel λ -ra két értéket kaptunk, ezért a keresett megoldás a két lehetséges λ értékhez tartozó függvény lineáris kombinációja:

$$R(t) = A \cdot e^{\lambda_1 \cdot t} + B \cdot e^{\lambda_2 \cdot t}$$

Behelyettesítve λ_1 és λ_2 értékét, kapjuk:

$$\begin{aligned} R(t) &= A \cdot e^{(-\beta + j \cdot \gamma) \cdot t} + B \cdot e^{(-\beta - j \cdot \gamma) \cdot t} = e^{-\beta \cdot t} \cdot (A \cdot e^{j \cdot \gamma \cdot t} + B \cdot e^{-j \cdot \gamma \cdot t}) = \\ &= e^{-\beta \cdot t} \cdot [(A + B) \cdot \cos \gamma \cdot t + j \cdot (A - B) \cdot \sin \gamma \cdot t] \end{aligned}$$

Bevezetve a $C_1 = (A + B)$ és $C_2 = j \cdot (A - B)$ új állandókat végül:

$$R(t)_{\text{hom., ált.}} = e^{-\beta \cdot t} \cdot (C_1 \cdot \cos \gamma \cdot t + C_2 \cdot \sin \gamma \cdot t) \quad (8.1)$$

Az $r(t)$ megoldásának inhomogén partikuláris részét az (1.3) egyenlet szerinti alakban kerestük: $r(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$. Képezve ennek első és második deriváltját, behelyettesítés után kapjuk:

$$-m \cdot \omega^2 \cdot A \cdot \sin \omega t - m \cdot \omega^2 \cdot B \cdot \cos \omega t + d \cdot \omega \cdot A \cdot \cos \omega t - d \cdot \omega \cdot B \cdot \sin \omega t + s \cdot A \cdot \sin \omega t + s \cdot B \cdot \cos \omega t = m \cdot \omega^2 \cdot Z_0 \cdot \sin \omega t$$

Az egyenleteket szétválasztva a két szögfüggvény szerint, A -ra és B -re kapjuk:

$$A = \frac{\omega^2 \cdot Z_0 \cdot (\alpha^2 - \omega^2)}{(\alpha^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{d \cdot \omega}{m}\right)^2} \quad \text{és} \quad B = \frac{-\frac{d \cdot \omega}{m} \cdot \omega^2 \cdot Z_0}{(\alpha^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{d \cdot \omega}{m}\right)^2}.$$

Összevonva a két szögfüggvényt egyetlen szögfüggvénné, az alábbi képletet kapjuk:

$$r(t) = A \cdot \sin \omega t + B \cdot \cos \omega t = K_r \cdot \sin(\omega t + \varepsilon),$$

amelyben: $K_r = \frac{\omega^2 \cdot Z_0}{\sqrt{(\alpha^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{d \cdot \omega}{m}\right)^2}}$, és $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{-\frac{d \cdot \omega}{m}}{\alpha^2 - \omega^2}$.

Végül az inhomogén partikuláris megoldás az alábbi alakú lesz:

$$r(t)_{inh.,part} = K_r \cdot \sin(\omega t + \varepsilon) = \frac{\omega^2 \cdot Z_0}{\sqrt{(\alpha^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{d \cdot \omega}{m}\right)^2}} \cdot \sin(\omega t + \varepsilon). \quad (8.2)$$

8.1.2. A mért kapocsfeszültség a nyomaték két bélyeggel való mérése esetén

A hajlítás okozta húzófeszültségek mérésénél a mérőhíd érzékenységét növelni lehet azáltal, hogy a 1.3.2.3. fejezet szerint a hajlítónyomaték mérésére két bélyeget használunk fel (1.30. ábra). A 1.31. ábra alapján felírható Kirchhoff törvények alapján egyrészt az $A-D-U-A$ körön eső feszültségek összege

$$2 \cdot I_2 \cdot R_C - U = 0, \quad \text{innen: } I_2 = \frac{U}{2 \cdot R_C},$$

másrészt az $A-B-D-C-A$ körön eső feszültségek összege:

$$I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_M + r_F) + I_3 \cdot R_0 \cdot (1 - r_M + r_F) - 2 \cdot I_2 \cdot R_C = 0, \quad \text{amiből}$$

$$I_3 \cdot R_0 + I_3 \cdot R_0 \cdot r_M + I_3 \cdot R_0 \cdot r_F + I_3 \cdot R_0 - I_3 \cdot R_0 \cdot r_M + I_3 \cdot R_0 \cdot r_F - 2 \cdot I_2 \cdot R_C = 0, \quad \text{vagy tovább}$$

$$2 I_3 \cdot R_0 + 2 I_3 \cdot R_0 \cdot r_F - 2 \cdot I_2 \cdot R_C = 0 \quad \text{és} \quad 2 I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F) = 2 \cdot I_2 \cdot R_C.$$

Behelyettesítve I_2 képletét, kapjuk:
$$I_3 = \frac{U}{2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F)}$$
.

Az U_{ki} feszültség az $A-B$, illetve az $A-C$ ágakon eső feszültségek különbsége lesz:

$$U_{ki} = U_{A-B} - U_{A-C} = I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_M + r_F) - \frac{U}{2} = \frac{U}{2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F)} \cdot R_0 \cdot (1 + r_M + r_F) - \frac{U}{2} = U \cdot \frac{r_M}{2 \cdot (1 + r_F)}$$

Mivel r_F értéke 1 mellett elhanyagolható: $1 \gg r_F$, ezért:

$$U_{ki} \cong U \cdot \frac{r_M}{2} = \frac{U}{2} \cdot k \cdot \varepsilon_N = \frac{U}{2} \cdot k \cdot \frac{M_h}{E \cdot K_z} = C \cdot M_h \quad (8.3)$$

8.1.3. A mért kapocsfeszültség a nyomaték négy bélyeggel való mérése esetén – a normálerő kiszűrésével

A mérőerősítő érzékenységét tovább fokozhattuk, ha a hajlítónyomaték mérésére 4 bélyeget alkalmazunk az 1.32. ábra szerinti elrendezésben. Az 1.33. ábra szerinti kapcsolási ábra alapján a híd akkor fogja érzékelni a hajlító nyomaték által keltett nyúlásokat, ha a B , illetve C csomópontok bal- és jobboldalán a hajlítás miatt ellentétesen változó ellenállásokat kapcsolunk, ezért került az R_A és az R_C a felső ágba, az R_D és az R_B pedig az alsóba.

Mivel a négy mérőbélyeg kiteszi a teljes mérőhidat, a négy csatlakozási pont (A , B , C és D) mindegyikét be kell kötni a mérőerősítőbe. Az R_A és R_B , valamint az R_C és R_D bélyegeket a tartó hossz tengelyével párhuzamosan kell a tartóra ragasztani, a tartó ellentétes oldalára, az egy oldali bélyegeket célszerű egymáshoz minél közelebb elhelyezni. Ekkor feltételezhető, hogy a terhelés hatására a bélyegek eredeti R_0 ellenállása az alábbi módon változik:

$$R_A = R_B = R_0 \cdot (1 + r_M + r_F) \quad \text{valamint} \quad R_C = R_D = R_0 \cdot (1 - r_M + r_F),$$

ahol az r_M és r_F fajlagos ellenállás-változások összefüggései megegyeznek a korábban alkalmazottakkal.

A Kirchhoff - huroktörvényt most is először az U tápfeszültség, valamint az R_D és az R_B bélyegek által alkotott körre alkalmazzuk:

$$I_2 \cdot R_D + I_2 \cdot R_B - U = 0, \text{ behelyettesítve: } I_2 \cdot R_0 \cdot (1 - r_M + r_F) + I_2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_M + r_F) - U = 0,$$

$$\text{innen: } I_2 = \frac{U}{2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F)}$$

Ezután az $A-B-D-C-A$ pontok által alkotott hurok következik:

$$I_3 \cdot R_A + I_3 \cdot R_C - I_2 \cdot R_B - I_2 \cdot R_D = 0,$$

$$I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_M + r_F) + I_3 \cdot R_0 \cdot (1 - r_M + r_F) - I_2 \cdot R_0 \cdot (1 - r_M + r_F) - I_2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_M + r_F) = 0 .$$

$$\text{Rendezve: } 2 \cdot I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F) - 2 \cdot I_2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F) = 0 .$$

Behelyettesítve I_2 képletét $2 \cdot I_3 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F) - U = 0$, ahonnan: $I_3 = \frac{U}{2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F)} = I_2$.

Az U_{ki} kimeneti feszültség az $A-B$, és az $A-C$ ágakon eső feszültségek különbsége lesz:

$$\begin{aligned} U_{ki} &= U_{A-B} - U_{A-C} = I_3 \cdot R_A - I_2 \cdot R_D = \\ &= \frac{U}{2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F)} \cdot R_0 \cdot (1 + r_M + r_F) - \frac{U}{2 \cdot R_0 \cdot (1 + r_F)} \cdot R_0 \cdot (1 - r_M + r_F) = \\ &= \frac{U}{2} \left[\frac{1 + r_M + r_F - (1 - r_M + r_F)}{1 + r_F} \right] = \frac{2 \cdot r_M \cdot U}{2 \cdot (1 + r_F)} = U \cdot \frac{r_M}{1 + r_F} . \end{aligned}$$

Az előző fejezet gondolatmenetéhez hasonlóan írhatjuk: $r_F \ll \ll 1$; tehát:

$$U_{ki} \cong U \cdot r_M = U \cdot k \cdot \frac{M_h}{E \cdot K_z} = C \cdot M_h . \quad (8.4)$$

8.1.4. A mért kapocsfeszültség húzó-nyomó terhelés négy bélyeggel való mérése esetén – a nyomaték kiszűrésével

A 1.3.2.5. fejezetben a húzó-nyomó terheléshez kapcsolódó járulékos hajlítás hatásának kiszűrésére mutattunk példát az 1.34. ábra szerinti bélyeg elrendezés és az 1.35. ábra szerinti kapcsolás segítségével.

Az 1.34. ábrán feltüntetett előjelű terhelések esetén az egyes bélyegek helyén ébredő nyúlások és a hozzájuk tartozó fajlagos ellenállás-változások a következők lesznek:

$$R_A \text{ bélyeg: húzóerőtől: } \varepsilon_{A,F} = \frac{F}{E \cdot A_k} ; \quad r_{A,F} = k \cdot \varepsilon_{A,F} = k \cdot \frac{F}{E \cdot A_k}$$

$$\text{hajlítástól: } \varepsilon_{A,M} = \frac{M_h}{E \cdot K_z} ; \quad r_{A,M} = k \cdot \varepsilon_{A,M} = k \cdot \frac{M_h}{E \cdot K_z}$$

R_B bélyeg: csak a húzóerő-okozta kontrakciót érzékeli, a hajlítás nem okoz keresztirányú

$$\text{hosszváltozást: } \varepsilon_{B,F} = -\nu \cdot \varepsilon_{A,F} = -\nu \cdot \frac{F}{E \cdot A_k} ; \quad r_{B,F} = k \cdot \varepsilon_{B,F} = -k \cdot \nu \cdot \frac{F}{E \cdot A_k}$$

(ahol ν : Poisson-állandó, $\nu = 0,28$)

$$R_C \text{ bélyeg: húzóerőtől: } \varepsilon_{C,F} = \varepsilon_{A,F} = \frac{F}{E \cdot A_k}, \quad r_{C,F} = k \cdot \varepsilon_{C,F} = k \cdot \frac{F}{E \cdot A_k}$$

$$\text{hajlítástól: } \varepsilon_{C,M} = -\varepsilon_{A,M} = -\frac{M_h}{E \cdot K_z}, \quad r_{C,M} = k \cdot \varepsilon_{C,M} = -k \cdot \frac{M_h}{E \cdot K_z}$$

$$R_D \text{ bélyeg: csak a húzóerőtől: } \varepsilon_{D,F} = \varepsilon_{B,F} = -\nu \cdot \frac{F}{E \cdot A_k}, \quad r_{D,F} = k \cdot \varepsilon_{D,F} = -k \cdot \nu \cdot \frac{F}{E \cdot A_k}$$

Feltételezve, hogy a négy bélyeg azonos típusú, és terheletlen állapotban az ellenállásuk R_0 , a megváltozott ellenállásuk értékei:

$$R_A = R_0 \cdot (1 + r_{A,F} + r_{A,M}), \quad R_B = R_0 \cdot (1 + r_{B,F})$$

$$R_C = R_0 \cdot (1 + r_{C,F} + r_{C,M}), \quad R_D = R_0 \cdot (1 + r_{D,F}) .$$

Használjuk ki az alábbi összefüggéseket:

$$r_{B,F} = -\nu \cdot r_{A,F}, \quad r_{C,F} = r_{A,F}, \quad r_{C,M} = -r_{A,M}, \quad r_{D,F} = r_{B,F} = -\nu \cdot r_{A,F} .$$

Ezekkel az összefüggésekkel a bélyegek megváltozott ellenállása:

$$R_A = R_0 \cdot (1 + r_{A,F} + r_{A,M}), \quad R_B = R_0 \cdot (1 - \nu \cdot r_{A,F})$$

$$R_C = R_0 \cdot (1 + r_{A,F} - r_{A,M}), \quad R_D = R_0 \cdot (1 - \nu \cdot r_{A,F}) .$$

A húzóerő mérése és a járulékos hajlítás kiszűrése céljából a négy bélyeget az 1.35. ábrán látható mérőhídba kell kapcsolnunk. Az U_{ki} feszültség meghatározása céljából írjuk fel a vilamos feszültségek összegét először az $A-C-D-U-A$ hurokban:

$$I_2 \cdot R_B + I_2 \cdot R_C - U = 0 .$$

Kifejezve I_2 értékét és behelyettesítve a fajlagos ellenállás-változások értékeit

$$I_2 = \frac{U}{R_B + R_C} = \frac{U}{R_0 \cdot [2 + (1 - \nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}]} .$$

A feszültségek összege az $A-B-D-C-A$ hurokban: $I_3 \cdot R_A + I_3 \cdot R_D - I_2 \cdot R_C - I_2 \cdot R_B = 0$

Behelyettesítve a fajlagos ellenállás-változások összefüggéseit, kapjuk:

$$\begin{aligned} & I_3 \cdot (R_A + R_D) - I_2 \cdot (R_C + R_B) = \\ & = I_3 \cdot R_0 \cdot [2 + (1 - \nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}] - I_2 \cdot R_0 \cdot [2 + (1 - \nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}] = 0 . \end{aligned}$$

I_2 képletét behelyettesítve:

$$\begin{aligned} & I_3 \cdot R_0 \cdot [2 + (1 - \nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}] - \frac{U}{2 + (1 - \nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}} \cdot [2 + (1 - \nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}] = \\ & = I_3 \cdot R_0 \cdot [2 + (1 - \nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}] = 0 , \text{ ahonnan: } I_3 = \frac{U}{R_0 \cdot [2 + (1 - \nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}]} . \end{aligned}$$

A mért U_{ki} feszültség az $A-B$ és az $A-C$ szakaszokon eső feszültség különbsége lesz:

$$\begin{aligned} U_{ki} &= U_{A-B} - U_{A-C} = I_3 \cdot R_A - I_2 \cdot R_B = \\ &= \frac{U}{R_0 \cdot [2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}]} \cdot R_A - \frac{U}{R_0 \cdot [2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}]} \cdot R_B = \\ &= \frac{U}{R_0} \cdot \left\{ \frac{R_0 \cdot (1 + r_{A,F} + r_{A,M}) \cdot [2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}]}{[2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}] \cdot [2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}]} \right\} - \\ &= \frac{U}{R_0} \cdot \left\{ \frac{R_0 \cdot (1 - \nu \cdot r_{A,F}) \cdot [2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}]}{[2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}] \cdot [2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}]} \right\} \end{aligned}$$

Összevonva a két törtet és elvégezve a kijelölt műveleteket, elhanyagolhatjuk a fajlagos ellenállásváltozások négyzetét, illetve vegyes szorzatát, majd a kimenő U_{ki} feszültségre kapjuk:

$$\begin{aligned} U_{ki} &= U \cdot \frac{2 - 2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} - (1-\nu) \cdot r_{A,F} + 2 \cdot r_{A,F} + 2 \cdot \nu \cdot r_{A,F} + r_{A,M} - r_{A,M}}{[2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} + r_{A,M}] \cdot [2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F} - r_{A,M}]} = \\ &= U \cdot \frac{2 \cdot (1+\nu) \cdot r_{A,F}}{[2 + (1-\nu) \cdot r_{A,F}]^2 - r_{A,M}^2} = U \cdot \frac{2 \cdot (1+\nu) \cdot r_{A,F}}{4 + 2 \cdot r_{A,F} - 2 \cdot \nu \cdot r_{A,F}} \end{aligned}$$

Végül végrehajtva a korábbi levezetésekben is megtett elhanyagolásokat, vagyis ha $4 \gg \gg 2 \cdot r_{A,F}$, és $4 \gg \gg 2 \cdot \nu \cdot r_{A,F}$, akkor:

$$U_{ki} \cong U \cdot \frac{1+\nu}{2} \cdot r_{A,F} = U \cdot \frac{1+\nu}{2} \cdot k \cdot \frac{F}{E \cdot A_k} = C \cdot F \quad (8.5)$$

8.2. Metrológia, méréselmélet

8.2.1. A súlyfüggvény autókorrelációs függvényének részintegráljai

A (2.1) összefüggés szerinti $I_1(t)$, $I_2(t)$ és $I_3(t)$ integrálokat külön-külön kell meghatározni. Az első integrál nem igényel különösebb levezetést:

$$I_1(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty, \varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{T - \varepsilon} \cdot \int_{-T}^{-\varepsilon} h(t) \cdot h(t + \tau) \cdot dt \equiv 0, \text{ mert } h(t) \equiv 0, \text{ ha } t < 0.$$

A második integrál:

$$\begin{aligned} I_2(\tau) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2 \cdot \varepsilon} \cdot \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} h(t) \cdot h(t + \tau) \cdot dt = I_{21}(\tau) + I_{22}(\tau) = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 2 \cdot \varepsilon} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \sin^2 \gamma \cdot t \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt + \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 2 \cdot \varepsilon} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \sin \gamma \cdot t \cdot \cos \gamma \cdot t \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ahol: } I_{21}(\tau) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 2 \cdot \varepsilon} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \sin^2 \gamma \cdot t \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt = I_{211}(\tau) - I_{212}(\tau) = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 4 \cdot \varepsilon} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt - \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 4 \cdot \varepsilon} \cdot \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \cos 2 \cdot \gamma \cdot t \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt . \end{aligned}$$

Az $I_{211}(t)$ részintegrál:

$$\begin{aligned} I_{211}(\tau) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 4 \cdot \varepsilon} \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 4 \cdot \varepsilon} \left[-\frac{1}{2 \cdot \beta} \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \right]_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} = \\ &= \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 8 \cdot \beta} \cdot \frac{d}{dt} (2 \cdot \text{sh} 2 \cdot \beta \cdot \varepsilon) = \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 8 \cdot \beta} \cdot \frac{2 \cdot 2 \cdot \beta \cdot \text{ch} 2 \cdot \beta \cdot \varepsilon}{1} = \frac{K^2}{2} \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau} . \end{aligned}$$

Az $I_{212}(t)$ részintegrál:

$$\begin{aligned} I_{212}(\tau) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 4 \cdot \varepsilon} \cdot \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \cos 2 \cdot \gamma \cdot t \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt = \\ &= \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{8 \cdot \alpha^2 \cdot e^{\beta \cdot \tau}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[-\frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot \beta \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot t + \frac{1}{\varepsilon} \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot \gamma \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot t \right]_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} = \\ &= \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{8 \cdot \alpha^2 \cdot e^{\beta \cdot \tau}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\frac{\beta \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot \varepsilon}{\varepsilon} + (e^{2 \cdot \beta \cdot \varepsilon} - e^{-2 \cdot \beta \cdot \varepsilon}) + \frac{\gamma \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot \varepsilon}{\varepsilon} \cdot (e^{+2 \cdot \beta \cdot \varepsilon} + e^{-2 \cdot \beta \cdot \varepsilon}) \right] = \\ &= \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau}{8 \cdot \alpha^2 \cdot e^{\beta \cdot \tau}} \cdot \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[2 \cdot \beta \cdot \frac{\frac{d}{d\varepsilon} \text{sh} 2 \cdot \beta \cdot \varepsilon}{\frac{d}{d\varepsilon} \varepsilon} + 2 \cdot \gamma \cdot \frac{\frac{d}{d\varepsilon} \sin 2 \cdot \gamma \cdot \varepsilon}{\frac{d}{d\varepsilon} \varepsilon} \right] = \\ &= \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8 \cdot \alpha^2} \cdot [4 \cdot \beta^2 + 4 \cdot \gamma^2] = \frac{K^2 \cdot 4 \cdot \alpha^2}{8 \cdot \alpha^2} \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau} = \frac{K^2}{2} \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau} . \end{aligned}$$

$$\text{Végül } I_{21}(\tau) = I_{211}(\tau) - I_{212}(\tau) = \frac{K^2}{2} \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau} - \frac{K^2}{2} \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau} \equiv 0 .$$

$$\begin{aligned} \text{Továbbá: } I_{22}(\tau) &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 2 \cdot \varepsilon} \cdot \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \sin \gamma \cdot t \cdot \cos \gamma \cdot t \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 4 \cdot \varepsilon} \cdot \int_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} \sin 2 \cdot \gamma \cdot t \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} \cdot dt = \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 4 \cdot \varepsilon} \left[\frac{e^{-2 \cdot \beta \cdot t}}{4 \cdot \gamma^2 + 4 \cdot \beta^2} \cdot (-2 \cdot \beta \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot t - 2 \cdot \gamma \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot t) \right]_{-\varepsilon}^{+\varepsilon} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \cdot \frac{-K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 8 \cdot \alpha^2 \cdot \varepsilon} \cdot \left[e^{-2\beta \cdot \varepsilon} \cdot (\beta \cdot \sin 2\gamma \cdot \varepsilon + \gamma \cdot \cos 2\gamma \cdot \varepsilon) - \right. \\
&\quad \left. - e^{-2\beta \cdot (-\varepsilon)} \cdot (\beta \cdot \sin 2\gamma \cdot (-\varepsilon) + \gamma \cdot \cos 2\gamma \cdot (-\varepsilon)) \right] = \\
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \cdot \frac{-K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 8 \cdot \alpha^2} \cdot \left[\frac{e^{-2\beta \cdot \varepsilon} \cdot \beta \cdot \sin 2\gamma \cdot \varepsilon}{\varepsilon} + \frac{e^{-2\beta \cdot \varepsilon} \cdot \gamma \cdot \cos 2\gamma \cdot \varepsilon}{\varepsilon} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{e^{2\beta \cdot \varepsilon} \cdot \beta \cdot \sin 2\gamma \cdot \varepsilon}{\varepsilon} - \frac{e^{2\beta \cdot \varepsilon} \cdot \gamma \cdot \cos 2\gamma \cdot \varepsilon}{\varepsilon} \right] = \\
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \cdot \frac{-K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 8 \cdot \alpha^2} \cdot \left[\frac{2 \cdot \text{ch} 2\beta \cdot \varepsilon \cdot \beta \cdot \sin 2\gamma \cdot \varepsilon}{\varepsilon} - \frac{2 \cdot \text{sh} 2\beta \cdot \varepsilon \cdot \gamma \cdot \cos 2\gamma \cdot \varepsilon}{\varepsilon} \right] = \\
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \cdot \frac{-K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 8 \cdot \alpha^2} \cdot \left[2\beta \cdot \frac{\frac{d}{d\varepsilon} \sin 2\gamma \cdot \varepsilon}{\frac{d}{d\varepsilon} \varepsilon} - 2\gamma \cdot \frac{\frac{d}{d\varepsilon} \text{sh} 2\beta \cdot \varepsilon}{\frac{d}{d\varepsilon} \varepsilon} \right] = \\
&= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \cdot \frac{-K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 8 \cdot \alpha^2} \cdot \left[2\beta \cdot \frac{2\gamma \cos 2\gamma \cdot \varepsilon}{1} - 2\gamma \cdot \frac{2\beta \cdot \text{ch} 2\beta \cdot \varepsilon}{1} \right].
\end{aligned}$$

Tehát: $I_{22}(\tau) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \cdot \frac{-K^2 \cdot \sin \gamma \cdot \tau}{e^{\beta \cdot \tau} \cdot 8 \cdot \alpha^2} \cdot [4\beta \cdot \gamma - 4\beta \cdot \gamma] \equiv 0$.

Végeredményben pedig: $I_2(\tau) = I_{21}(\tau) + I_{22}(\tau) \equiv 0$.

A harmadik integrál: $I_3(\tau) = \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{1}{2 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T h(t) \cdot h(t + \tau) \cdot dt = I_{31}(\tau) + I_{32}(\tau)$

$$= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{K^2}{2 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T \left[\sin^2 \gamma \cdot t \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-2\beta \cdot t} \cdot e^{-\beta \cdot \tau} + \sin \gamma \cdot t \cdot \cos \gamma \cdot t \cdot \sin \gamma \cdot \tau \cdot e^{-2\beta \cdot t} \cdot e^{-\beta \cdot \tau} \right] dt.$$

Az első részintegrál: $I_{31}(\tau) = \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{K^2}{2 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T \left[\sin^2 \gamma \cdot t \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-2\beta \cdot t} \cdot e^{-\beta \cdot \tau} \right] dt =$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{2 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T \frac{1}{2} \cdot e^{-2\beta \cdot t} \cdot dt + \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{2 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T -\frac{\cos 2\gamma \cdot t}{2} \cdot e^{-2\beta \cdot t} \cdot dt = \\
&= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{4 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T e^{-2\beta \cdot t} \cdot dt + \\
&+ \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{4 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T \cos 2\gamma \cdot t \cdot e^{-2\beta \cdot t} \cdot dt = I_{311}(\tau) + I_{312}(\tau).
\end{aligned}$$

Az újabb két részintegrál:

$$\begin{aligned} I_{311}(\tau) &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{4 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T e^{-2 \cdot \beta \cdot t} dt = \\ &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8 \cdot \beta \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \left[e^{-2 \cdot \beta \cdot T} - e^{-2 \cdot \beta \cdot \varepsilon} \right]. \end{aligned}$$

A két határátmenet közül egyelőre csak az $\varepsilon \rightarrow 0$ határátmenetet hajtjuk végre, mert a $T \rightarrow \infty$ határátmenet mellett a gyakorlati esetekben érvényes véges nagyságú T_{jel} jelhosszra is meg kell határoznunk az autokorrelációs függvényt. Így az $I_{311}(\tau)$ integrál:

$$I_{311}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8 \cdot \beta} \cdot \frac{e^{-2 \cdot \beta \cdot T} - 1}{T}$$

továbbá:

$$\begin{aligned} I_{312}(\tau) &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{4 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \int_{\varepsilon}^T \cos 2 \cdot \gamma \cdot t \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot t} dt = \\ &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{4 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \left[\frac{e^{-2 \cdot \beta \cdot t}}{4 \cdot \gamma^2 + 4 \cdot \beta^2} \cdot (-2 \cdot \beta \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot t + 2 \cdot \gamma \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot t) \right]_{\varepsilon}^T = \\ &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8 \cdot \alpha^2 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \left[-\beta \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot T + \gamma \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot T - \right. \\ &\quad \left. - \left(-\beta \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot \varepsilon} \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot \varepsilon + \gamma \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot \varepsilon} \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot \varepsilon \right) \right]_{\varepsilon}^T = \\ &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8 \cdot \alpha^2 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \left[-\beta \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot T + \gamma \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot T + \right. \\ &\quad \left. + \beta \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot \varepsilon} \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot \varepsilon - \gamma \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot \varepsilon} \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot \varepsilon \right]_{\varepsilon}^T. \end{aligned}$$

Végül:

$$I_{312}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8 \cdot \alpha^2 \cdot (T - \varepsilon)} \cdot \left[-\beta \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot T + \gamma \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot T + \beta \right],$$

és az $I_{31}(\tau)$ integrál: $I_{31}(\tau) = I_{311}(\tau) + I_{312}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8 \cdot \beta} \cdot \frac{e^{-2 \cdot \beta \cdot T} - 1}{T} +$

$$+ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8 \cdot \alpha^2} \cdot \left[\frac{-\beta \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot T + \gamma \cdot e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot T + \beta}{T} \right] =$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8} \cdot \left[\frac{e^{-2 \cdot \beta \cdot T} - 1}{\beta \cdot T} - e^{-2 \cdot \beta \cdot T} \cdot \left(\frac{\beta \cdot \cos 2 \cdot \gamma \cdot T}{\alpha^2 \cdot T} + \frac{\gamma \cdot \sin 2 \cdot \gamma \cdot T}{\alpha^2 \cdot T} + \frac{\beta}{8 \cdot \alpha^2 \cdot T} \right) \right] =$$

$$= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8} \left[\frac{e^{-2\beta T} - 1}{\beta T} - \frac{e^{-2\beta T}}{\alpha^2} \left(\frac{\beta \cos 2\gamma T}{T} + \frac{\gamma \sin 2\gamma T}{T} + \frac{\beta}{T} \right) \right].$$

Így végül:

$$I_{31}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \cdot \cos \gamma \cdot \tau \cdot e^{-\beta \cdot \tau}}{8} \left[\frac{e^{-2\beta T} - 1}{\beta T} - \frac{e^{-2\beta T}}{\alpha^2} \left(\frac{\beta \cos 2\gamma T + \gamma \sin 2\gamma T + \beta}{T} \right) \right].$$

Az utolsó részintegrál:

$$\begin{aligned} I_{32}(\tau) &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{K^2}{2(T-\varepsilon)} \int_{\varepsilon}^T [\sin \gamma t \cdot \cos \gamma t \cdot \sin \gamma \tau \cdot e^{-2\beta t} \cdot e^{-\beta \tau}] dt = \\ &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{K^2 \sin \gamma \tau \cdot e^{-\beta \tau}}{4(T-\varepsilon)} \left[\frac{e^{-2\beta t}}{4\beta^2 + 4\gamma^2} \cdot (-2\beta \sin 2\gamma t - 2\gamma \cos 2\gamma t) \right]_{\varepsilon}^T = \\ &= \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ T \rightarrow \infty}} \frac{-K^2 \sin \gamma \tau \cdot e^{-\beta \tau}}{8(T-\varepsilon)\alpha^2} \cdot [e^{-2\beta T} \cdot (\beta \sin 2\gamma T + \gamma \cos 2\gamma T) - \\ &\quad - e^{-2\beta \varepsilon} \cdot (\beta \sin 2\gamma \varepsilon + \gamma \cos 2\gamma \varepsilon)]. \end{aligned}$$

Csak az $\varepsilon \rightarrow \infty$ határátmenetet hajtva végre:

$$\begin{aligned} I_{32}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \sin \gamma \tau \cdot e^{-\beta \tau}}{8T\alpha^2} \cdot [e^{-2\beta T} \cdot (\beta \sin 2\gamma T + \gamma \cos 2\gamma T) - \gamma] = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-K^2 \sin \gamma \tau \cdot e^{-\beta \tau}}{8} \left[\frac{e^{-2\beta T}}{\alpha^2} \cdot \frac{\beta \sin 2\gamma T + \gamma \cos 2\gamma T}{T} - \frac{\gamma}{\alpha^2 T} \right]. \end{aligned}$$

Végül az $I_3(\tau)$ integrál: $I_3(\tau) = I_{31}(\tau) + I_{32}(\tau) =$

$$\begin{aligned} &= \lim_{T \rightarrow \infty} -\frac{K^2}{8} \cdot \left\{ \cos \gamma \tau \cdot e^{-\beta \tau} \left[\frac{e^{-2\beta T} - 1}{\beta T} - \frac{e^{-2\beta T}}{\alpha^2} \left(\frac{\beta \cos 2\gamma T + \gamma \sin 2\gamma T + \beta}{T} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \sin \gamma \tau \cdot e^{-\beta \tau} \left[\frac{e^{-2\beta T}}{\alpha^2} \cdot \frac{\beta \sin 2\gamma T + \gamma \cos 2\gamma T}{T} - \frac{\gamma}{\alpha^2 T} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Ezzel a $h(t)$ súlyfüggvény $\Phi_{hh}(\tau)$ autókorrelációs függvénye:

$$\begin{aligned} \Phi_{hh}(\tau) &= I_1(\tau) + I_2(\tau) + I_3(\tau) = \\ \lim_{T \rightarrow \infty} -\frac{K^2}{8} &\left\{ \cos \gamma \tau \cdot e^{-\beta \tau} \left[\frac{e^{-2\beta T} - 1}{\beta T} - \frac{e^{-2\beta T}}{\alpha^2} \left(\frac{\beta \cos 2\gamma T + \gamma \sin 2\gamma T + \beta}{T} \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \sin \gamma \tau \cdot e^{-\beta \tau} \left[\frac{e^{-2\beta T}}{\alpha^2} \cdot \frac{\beta \sin 2\gamma T + \gamma \cos 2\gamma T}{T} - \frac{\gamma}{\alpha^2 T} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Látható a függvényből, hogy ha végrehajtjuk a $T \rightarrow \infty$ határátmenetet, a $\Phi_{hh}(\tau)$ függvény a zérushoz tart, mert minden tagjában a tört értéke minden határon túl csökken. Ennek az az

oka, hogy végtelen hosszú téglalap-területté alakítjuk át, amikor a négyzetes középértéket meghatározzuk és a $T \rightarrow \infty$ határátmenetet alkalmazzuk. Ha valóságos T_{jel} hosszúságú időtartam adja meg a jel hosszát, véges számértékűek lesznek az autokorrelatogram ordinátái is.

A függvény könnyebb kezelhetősége érdekében alakítsuk át egyetlen szögfüggvénnyé, pl. koszinusz függvénnyé. Ekkor legyen:

$$\begin{aligned}\Phi_{hh}(\tau) &= \lim_{T \rightarrow \infty} e^{-\beta \cdot \tau} [\cos \gamma \cdot \tau \cdot A(T) + \sin \gamma \cdot \tau \cdot B(T)] = \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} e^{-\beta \cdot \tau} \cdot X \cdot \cos(\gamma \cdot \tau + \varepsilon) = \lim_{T \rightarrow \infty} e^{-\beta \cdot \tau} \cdot X \cdot [\cos \gamma \cdot \tau \cdot \cos \varepsilon - \sin \gamma \cdot \tau \cdot \sin \varepsilon]\end{aligned}$$

Ebből következik, hogy: $A(T) = X \cdot \cos \varepsilon$; valamint $B(T) = -X \cdot \sin \varepsilon$; továbbá:

$$\frac{\sin \varepsilon}{\cos \varepsilon} = \operatorname{tg} \varepsilon = -\frac{B(T)}{A(T)} \quad \text{és}$$

$$X^2 \cdot \cos^2 \varepsilon + X^2 \cdot \sin^2 \varepsilon = X^2 = A^2(T) + B^2(T); \quad \text{ahonnan: } X = \sqrt{A^2(T) + B^2(T)}$$

Ezzel az autokorrelációs függvény végleges alakja:

$$\Phi_{hh}(\tau) = e^{-\beta \cdot \tau} \cdot X \cdot \cos(\gamma \cdot \tau + \varepsilon) \quad \text{ha } T_{jel} = 4s \quad (8.6)$$

Ha most behelyettesítjük a dinamikai modell számadatait, kapjuk:

$$A(T) = -\frac{3,3501 \cdot 10^{-6}}{8.4} \left[\frac{e^{-2.0,6.4} - 1}{0,6} - \frac{e^{-2.0,6.4}}{6^2} \cdot (0,6 \cdot \cos 2.5,970.4 + 5,970 \cdot \sin 2.5,970.4 + 0,6) \right] =$$

$$= 5,79463771 \cdot 10^{-7} \quad \text{m}^2 / \text{N}^2 / \text{s}^2$$

$$B(T) = \frac{3,3501 \cdot 10^{-6}}{8.4} \left[\frac{e^{-2.0,6.4}}{6^2} \cdot (0,6 \cdot \sin 2.5,970.4 + 5,970 \cdot \cos 2.5,970.4) - \frac{5,970}{6} \right] =$$

$$= -5,857567588 \cdot 10^{-8} \quad \text{m}^2 / \text{N}^2 / \text{s}^2$$

$$\varepsilon = \operatorname{arctg} -\frac{B(T)}{A(T)} = \operatorname{arctg} -\frac{-5,8576 \cdot 10^{-8}}{5,7946 \cdot 10^{-7}} = 0,1007437859 \quad \text{rad}$$

$$X = \sqrt{5,7946^2 \cdot 10^{-14} (4) + (-5,8576)^2 \cdot 10^{-16} (4)} = 5,824168367 \cdot 10^{-7} \quad \text{m}^2 / \text{N}^2 / \text{s}^2.$$

Így végül az autokorrelációs függvény $T_{jel} = 4$ s hosszúságú tranziens jel esetére:

$$\Phi_{hh}(\tau) = e^{-2 \cdot \beta \cdot \tau} \cdot X \cdot \cos(\gamma \cdot \tau + \varepsilon) = e^{-0,6 \cdot \tau} \cdot 5,8242 \cdot 10^{-7} \cdot \cos(5,970 \cdot \tau + 0,1007) \quad (8.7)$$

(ha $T_{jel} = 4$ s)

Az így kapott autokorrelatogramot a 2.26. ábrán láthatjuk.

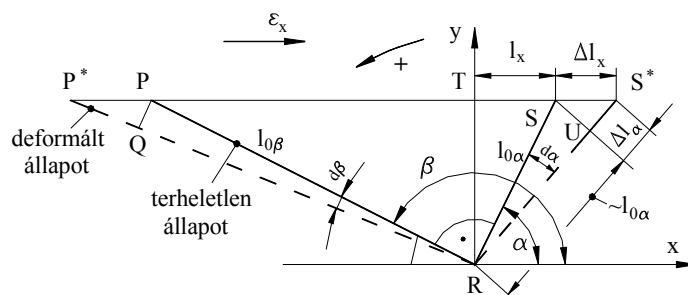
8.3. Szilárdsági mérések melléklete

8.3.1. A nyúlások és a szögdeformációk függvényei

Az alábbiakban a (6.1) képletben szereplő $f_{11}, f_{12}, \dots, f_{23}$ függvényeket külön-külön vezethetjük le, célszerűen párosával, az azonos független változójú függvények szerint csoportosítva.

Az $f_{11}(\varepsilon_x)$ és $f_{21}(\varepsilon_x)$ függvény

A 6.4. ábrán bemutatott PRS derékszögű idom hossz- és szögdeformációját most csak az ε_x nyúlás okozza, ezt a 8.1. ábra szemlélteti:



8.1. ábra. Szögdeformáció az ε_x nyúlás hatására

A terheletlenül $l_{0\alpha}$ hosszúságú egyenes szakasz fajlagos megnyúlása: $\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta l_\alpha}{l_{0\alpha}}$. Mivel az ε_x fajlagos nyúlás következtében az S pont S^* -ba került, a fajlagos nyúlás:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta l_x}{l_x}; \quad \text{innen:} \quad \Delta l_x = \varepsilon_x \cdot l_x = \varepsilon_x \cdot l_{0\alpha} \cdot \cos \alpha.$$

Mivel $\overline{RS} \cong \overline{RU}$, ezért $\varepsilon_\alpha = \frac{\Delta l_\alpha}{l_{0\alpha}} = \frac{\Delta l_x \cdot \cos \alpha}{l_{0\alpha}} = \frac{\varepsilon_x \cdot l_{0\alpha} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \alpha}{l_{0\alpha}} = \varepsilon_x \cdot \cos^2 \alpha = f_{11}(\varepsilon_x)$.

Ugyanerre az eredményre jutunk, ha a P pontnak a P^* helyzetbe való jutását vizsgáljuk.

A PRS idom eredő szögváltozása: $\gamma_{\alpha\beta} = d\beta - d\alpha$.

Mivel az US^*S szög jó közelítéssel egyenlő α -val, írható, hogy $\overline{SU} \cong \Delta l_x \cdot \sin \alpha$, és: $\overline{SU} = -l_{0\alpha} \cdot d\alpha$. Mivel da az óra járásának irányában fordul, ezért

$$d\alpha = -\frac{\overline{SU}}{l_{0\alpha}} = -\frac{\Delta l_x \cdot \sin \alpha}{l_{0\alpha}}$$

Behelyettesítve Δl_x értékét:

$$d\alpha = -\frac{\Delta l_x \cdot \sin \alpha}{l_{0\alpha}} = -\frac{\varepsilon_x \cdot l_{0\alpha} \cdot \cos \alpha}{l_{0\alpha}} = -\varepsilon_x \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin 2\alpha.$$

Hasonlóan: $\overline{P^*P} = \varepsilon_x \cdot l_{0\beta} \cdot \cos \beta$, továbbá: $\overline{PQ} = l_{0\beta} \cdot d\beta$, innen:

$$\begin{aligned} d\beta &= \frac{\overline{PQ}}{l_{0\beta}} = \frac{\overline{P^*P} \cdot \sin(180^\circ - \beta)}{l_{0\beta}} = \frac{\overline{P^*P} \cdot \sin \beta}{l_{0\beta}} = -\frac{\varepsilon_x \cdot l_{0\beta} \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta}{l_{0\beta}} = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin 2\beta = \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin[2 \cdot (\alpha + 90^\circ)] = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin(2\alpha + 180^\circ) = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin 2\alpha \end{aligned}$$

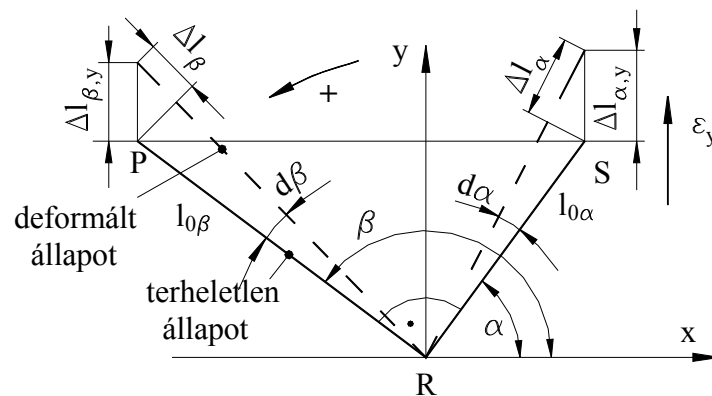
$$\text{Végül: } \gamma_{\alpha\beta} = d\beta - d\alpha = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin 2\alpha - \left(-\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin 2\alpha \right) = \varepsilon_x \cdot \sin 2\alpha .$$

Mivel a további levezetésekben célszerűbb az $\frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta}$ alak használata, a végeredmény:

$$\frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin 2\alpha = f_{21}(\varepsilon_x) .$$

Az $f_{12}(\varepsilon_y)$ és $f_{22}(\varepsilon_y)$ függvények

A 8.2. ábrán az eddig tárgyalt PRS derékszögű idom hossz- és szögdeformációját most az ε_y nyúlás okozza:



8.2. ábra. Szögdeformáció az ε_y nyúlás hatására.

Az 1. pontban alkalmazott gondolatmenettel $\Delta l_{\alpha,y} = \varepsilon_y \cdot l_{0\alpha} \cdot \sin \alpha$ és $\Delta l_\alpha = \Delta l_{\alpha,y} \cdot \sin \alpha$.

$$\text{Innen } \varepsilon_\alpha = \frac{\Delta l_\alpha}{l_{0\alpha}} = \frac{\Delta l_{\alpha,y} \cdot \sin \alpha}{l_{0\alpha}} = \frac{\varepsilon_y \cdot l_{0\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha}{l_{0\alpha}} = \varepsilon_y \cdot \sin^2 \alpha = f_{12}(\varepsilon_y)$$

A szögdeformációkra: $\gamma_{\alpha\beta} = d\beta - d\alpha$, ahol (mivel az óra járása irányában forgat):

$$\begin{aligned} d\beta &= -\frac{\Delta l_{\beta,y} \cdot \cos(180^\circ - \beta)}{l_{0\beta}} = -\frac{\varepsilon_y \cdot l_{0\beta} \cdot \sin(180^\circ - \beta) \cdot \cos(180^\circ - \beta)}{l_{0\beta}} = \varepsilon_y \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta = \\ &= \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin 2\beta = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin[2 \cdot (\alpha + 90^\circ)] = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin(2\alpha + 180^\circ) = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin 2\alpha , \end{aligned}$$

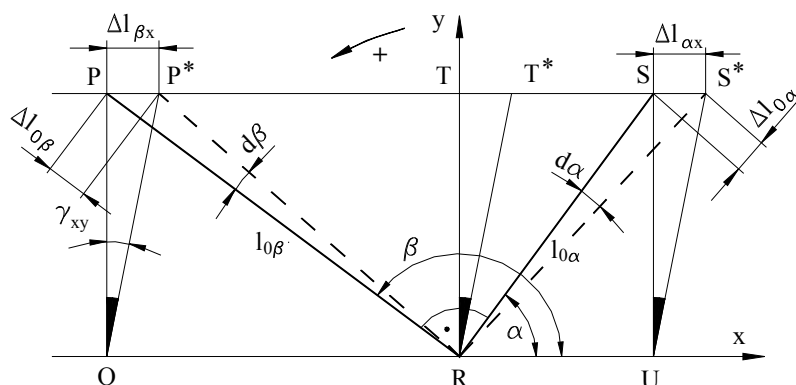
$$d\alpha = \frac{\Delta l_{\alpha,y} \cdot \cos \alpha}{l_{0\alpha}} = \frac{\varepsilon_y \cdot l_{0\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{l_{0\alpha}} = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin 2\alpha .$$

$$\text{Behelyettesítve: } \gamma_{\alpha\beta} = d\beta - d\alpha = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin 2\alpha - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin 2\alpha = -\varepsilon_y \cdot \sin 2\alpha .$$

$$\text{A szokásos alakban: } \frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin 2\alpha = f_{22}(\varepsilon_y) .$$

Az $f_{13}(\gamma_{xy})$ és az $f_{23}(\gamma_{xy})$ függvények

A 8.3. ábrán az eddig tárgyalt PRS derékszögű idom hossz- és szögdeformációját most a γ_{xy} szögelfordulás okozza. Feltételezve, hogy a γ_{xy} szögelfordulás az egész vizsgált felületrészen állandó, ez azt jelenti, hogy bármely x - y tengelykereszt egymással bezárt szöge ezzel a γ_{xy} szöggel változik, így az OP szakaszból OP^* lesz, az RT -ből RT^* , az US -ből US^* . Nincs fajlagos nyúlás se x , se y irányban, az említett P , T és S pontok csak a γ_{xy} szögelfordulás miatt mozdultak el x -irányban, és ezek az elmozdulások egyenlő értékek.



8.3. ábra. Szögdeformáció az γ_{xy} szögdeformáció hatására

Az eddigi gondolatmenetet alkalmazva írhatjuk, hogy

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\Delta l_{0\alpha}}{l_{0\alpha}} = \frac{\Delta l_{\alpha x} \cdot \cos \alpha}{l_{0\alpha}} = \frac{l_{0\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos \alpha}{l_{0\alpha}} = \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2\alpha = f_{13}(\gamma_{xy}) .$$

$$-l_{0\beta} \cdot d\beta = \Delta l_{\beta x} \cdot \cos(180^\circ - \beta) = -\Delta l_{\beta x} \cdot \cos \beta , \text{ innen:}$$

$$d\beta = \frac{\Delta l_{\beta x} \cdot \cos \beta}{l_{0\beta}} = \frac{\gamma_{xy} \cdot l_{0\beta} \cdot \cos(180^\circ - \beta) \cdot \cos \beta}{l_{0\beta}} = -\gamma_{xy} \cdot \cos^2 \beta =$$

$$= -\gamma_{xy} \cdot \cos^2(\alpha + 90^\circ) = -\gamma_{xy} \cdot \cos^2 \alpha , \text{ (mivel } d\beta \text{ az óra járása irányában forgat), továbbá:}$$

$$-l_{0\alpha} \cdot d\alpha = \Delta l_{\alpha x} \cdot \sin \alpha ; \text{ innen:}$$

$$d\alpha = -\frac{\Delta l_{\alpha x} \cdot \sin \alpha}{l_{0\alpha}} = -\frac{\gamma_{xy} \cdot l_{0\alpha} \cdot \sin \alpha \cdot \sin \alpha}{l_{0\alpha}} = -\gamma_{xy} \cdot \sin^2 \alpha , \text{ végül:}$$

$$\gamma_{\alpha\beta} = d\beta - d\alpha = -\gamma_{xy} \cdot \cos^2 \alpha + \gamma_{xy} \cdot \sin^2 \alpha = -\gamma_{xy} \cdot (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = -\gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha .$$

Átírva a szokásos alakba: $\frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta} = -\frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha = f_{23}(\gamma_{xy}) .$

Most már behelyettesíthetjük ε_α és $\gamma_{\alpha\beta}$ függvényébe a kiszámított összetevőket:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\alpha &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2\alpha \\ \frac{1}{2} \cdot \gamma_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_x \cdot \sin 2\alpha - \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_y \cdot \sin 2\alpha - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha . \end{aligned}$$

A trigonometrikus összetevőiből arra lehet következtetni, hogy ezek az ε_α és $\gamma_{\alpha\beta}$ függvények is periodikus függvények, következésképpen legnagyobb és legkisebb szélső értékeknek kell lenniük. Ezeknek a szélső értékeknek, valamint a hozzájuk tartozó $\alpha = \alpha_{\min}$, valamint $\alpha = \alpha_{\max}$ helyek meghatározásához deriváljuk az ε_α függvényt α -szerint:

$$\frac{d\varepsilon_\alpha}{d\alpha} = -2 \cdot \varepsilon_x \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + 2 \cdot \varepsilon_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha$$

ahol $\frac{d\varepsilon_\alpha}{d\alpha} = 0$, ott vannak a szélső értékek, tehát ahol:

$$\begin{aligned} -2 \cdot \varepsilon_x \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha + 2 \cdot \varepsilon_y \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha + \gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha &= 0 \\ (\varepsilon_x - \varepsilon_y) \cdot \sin 2\alpha &= \gamma_{xy} \cdot \cos 2\alpha \end{aligned}$$

Ennek a trigonometrikus egyenletnek a megoldására a legegyszerűbbnek az kínálkozik, hogy a két szögfüggvény hányadosát tangens függvénnyel tegyük egyenlővé:

$$\frac{\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha} = \operatorname{tg} 2\alpha = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} : \text{az első megoldás: } \alpha_1 = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{arctg} \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} .$$

A tangens függvény azonban egyértékű függvény, a második gyököt abból a következtetésből kaphatjuk meg, hogy a másik főnyúlás 90° -os szöget zár be az elsővel, így:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\pi}{2}$$

A két főnyúlás értékét elvileg úgy kaphatjuk meg, hogy ε_α függvényébe behelyettesítjük α_1 és α_2 értékét. Ezt két lépésben tehetjük meg, az első lépésben a két gyökből képezzük $\operatorname{tg} 2\alpha_1$ és $\operatorname{tg} 2\alpha_2$ képletét, majd a második lépésben az ε_α függvény különféle trigonometrikus összetevőit azonos fajtájú szögfüggvényekké alakítjuk át, célszerűen tangens függvénnyé.

A $\operatorname{tg} 2\alpha_1$ és $\operatorname{tg} 2\alpha_2$ képletei: $\operatorname{tg}(2\alpha_1) = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}$, valamint

$$\operatorname{tg}(2\alpha_2) = \operatorname{tg} \left[2 \cdot \left(\alpha_1 + \frac{\pi}{2} \right) \right] = \operatorname{tg}(2\alpha_1 + \pi) = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha_1 + \operatorname{tg} \pi}{1 - \operatorname{tg} 2\alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \pi} = \frac{\operatorname{tg} 2\alpha_1 + 0}{1 - \operatorname{tg} 2\alpha_1 \cdot 0} = \operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} .$$

Ebből az következik, hogy csak a $\operatorname{tg}2\alpha_1$ összefüggését helyettesíthetjük be. Ehhez ε_α függvény különféle trigonometrikus összetevőit át kell alakítanunk tangens-függvényekké:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2\alpha = \\ &= \varepsilon_x \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} + \varepsilon_y \cdot \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{\varepsilon_x}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} - \frac{\varepsilon_y}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y + \gamma_{xy} \cdot \operatorname{tg} 2\alpha}{2 \cdot \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y + \frac{\gamma_{xy}^2}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}}{2 \cdot \sqrt{1 + \frac{\gamma_{xy}^2}{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2}}} = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{\frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}}{2 \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}} = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2} \cdot \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}{\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}} \\ &\text{és így végül: } \varepsilon_1 = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}\end{aligned}$$

A kisebbik főnyúlást nem tudjuk meghatározni a $\operatorname{tg}\alpha_2$ helyettesítésével, mert az megegyezik $\operatorname{tg}\alpha_1$ értékével. Ezért az a megoldás kínálkozik, hogy ε_α függvényének α argumentumát alakítsuk át $\alpha + \pi/2$ -re:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \alpha + \varepsilon_y \cdot \sin^2 \alpha + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2\alpha = \\ &= \varepsilon_x \cdot \cos^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \varepsilon_y \cdot \sin^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2 \cdot \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \varepsilon_x \cdot \sin^2 \alpha + \varepsilon_y \cdot \cos^2 \alpha - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2\alpha .\end{aligned}$$

Ebbe a függvénybe helyettesítjük be a közös $\operatorname{tg}2\alpha_1 = \operatorname{tg}2\alpha_2 = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}$ gyököt, végre-

hajtva a már bemutatott szögfüggvény-átalakításokat:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \varepsilon_x \cdot \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} + \varepsilon_y \cdot \frac{1 + \cos 2\alpha}{2} - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \sin 2\alpha = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{\varepsilon_x}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} + \frac{\varepsilon_y}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} - \frac{1}{2} \cdot \gamma_{xy} \cdot \frac{\operatorname{tg} 2\alpha}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 2\alpha}} =\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{-\varepsilon_x + \varepsilon_y - \frac{\gamma_{xy}^2}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}}{2 \cdot \sqrt{1 + \frac{\gamma_{xy}^2}{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2}}} = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{\frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}}{\frac{2}{\varepsilon_x - \varepsilon_y} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}} = \\
&= \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{1}{2} \cdot \frac{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}{\sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}} = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}
\end{aligned}$$

Így végül a két főnyúlás képlete:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) + \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \quad \text{és} \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{2} \cdot (\varepsilon_x + \varepsilon_y) - \frac{1}{2} \cdot \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \quad (8.8)$$

9. Irodalomjegyzék

- [1] Dr. Simonyi Alfréd: Vasúti járművek vizsgálata. Egyetemi jegyzet. Tankönyvkiadó, Budapest, 1977. J7-860.
- [2] Thamm - Ludwig - Huszár - Szántó: A szilárdságtan kísérleti módszerei. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1968.
- [3] Ludwig - Szűcs - Thamm – Gyarmathy: Laboratóriumi mérések mechanikából. Egyetemi jegyzet. Tankönyvkiadó, Budapest, 1963. J4-271.
- [4] Destek Miklós: Pálya - jármű rendszer. Új módszerek a vasúti pálya és jármű rendszer-szemléletű vizsgálatára. KÖZDOK, Budapest, 1976.
- [5] Jens Trample Broch: Messungen von mechanischen Schwingungen und Stößen. Die Anwendung der Brüel & Kjaer Meßsysteme. Brüel & Kjaer, Danmark. 1970.
- [6] Hottinger Baldwin Messtechnik. Product Catalogue 1999. Magyarországi képviselő: 2101. Gödöllő, Remsey krt. 9. Pf: 81.
- [7] Zobory, I. – Benedek, T. – Győry, J.: Járműdiagnosztika. Oktatási degédlet. 2005.
- [8] Dr. Sostarics Gy., Dr. Balogh V.: Vasúti járművek. Tankönyvkiadó, Budapest, 1991.
- [9] Tfirst Gy.: A vasúti járművek futásminősítésének időszerű kérdései. Járművek, Mezőgazdasági Gépek. 30. évfolyam 1983. 10. szám.
- [10] Dr. Ambrózy András – Jávor András: Mérésadatok kiértékelése. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1976.
- [11] Gabor C. Temes – Sanjit K. Mitra: Modern Filter Design and Theory. John Wiley, New York, 1973.
- [12] Dr. Horváth Károly: Mérnöki Fizika. Egyetemi jegyzet. Tankönyvkiadó, Budapest, 1989.
- [13] Korn, G.A., Korn, T.M.: Matematikai Kézikönyv Műszakiaknak. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1975.
- [14] Dr. Benedek, T.: Vasúti járművek sérült kerekei által keltett dinamikai hatások. Vasúti Tudományos Kutató Intézet Évkönyve 1986. Közdok. Budapest, 1987.
- [15] Dr. Zobory, I.: A pálya-jármű rendszer diagnosztikája a járműgépész szemével. V. Nemzetközi „Pálya-Jármű Rendszer”. KTE Konferencia, Velem, 1993.
- [16] Dr. Benedek, T.: Futóműdiagnosztika kialakítása dinamikai szimulációval létrehozott adatbank felhasználásával. VIII. Országos Vasúti Futástechnikai Konferencia. Pécs, 1997. május.
- [17] Görbicz, S., Sasi, J., Vadászy, P.: Vasúti járművek minősítő mérései. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. 1983.
- [18] Ránky, P.: A pályán haladó vasúti járművek kerékterhelésének mérésére kifejlesztett berendezés műszaki leírása és dokumentációja. Kutatási jelentés. Vasúti Tudományos Kutató Intézet. Budapest, 1985.
- [19] Béres, I., Ránky, P.: A vasúti tömbkerekek szilárdsági vizsgálata. A Vasúti Tudományos Kutató Intézet Évkönyve. KÖZDOK, Budapest, 1890.
- [20] Dr. Zobory, I.: Az erőkapcsolati tényezőről. A gördülőkontaktus elméletének felhasználása vontatójárművek mozgásfolyamatának elemzésére. T 4321 nyilvántartási számú, OTKA támogatással végzett kutatás. Budapesti Műszaki Egyetem, 1993.
- [21] Kalker, J. J.: Wheel-rail rolling contact theory. Wear. 144. k. 1. sz. 1991. p. 243-261.

- [22] Kalker, J.J.: Simplified theory of rolling contact. Mechanical and Aeronautical Engineering and Shipbuilding. 1. (1973). Delft, Progress Report. p.1-10.
- [23] M62 302 psz. mozdony vontatási és energetikai mérése. Vizsgálati jelentés. MÁV Zrt. Vasúti Mérnöki és Mérésügyi Szolgáltató Központ. Budapest, 2007.
- [24] Dr. Zobory, I - Dr. Szabó, A.: A vasúti kerék és a sín közötti erőátzármaztatás modell-kísérleti vizsgálata görgős próbapadon. Sín és Kerék Szimpózium. Miskolc, 1985.
- [25] Sors László: Gépelemek méretezésre kifáradásra. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. 1958.
- [26] Zsáry Árpád: Méretezés kifáradásra a gépészetben. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. 1965.
- [27] A MÁV TISZAVAS Járműjavító Kft. által gyártott Rnoos sorozatú rönkszállító teherkocsi szilárdsági vizsgálatai. MÁV Zrt. VMMSZ Központ. Budapest, 2007. július.
- [28] Székesfehérvári gyártmányú PB-gázszállító tartálykocsi ütköztetési szilárdsági vizsgálata. Technoteszt Kereskedelmi és Szolgáltató Betéti Társaság. Budapest, 1995. szeptember.
- [29] Ponomarjov, Sz.,D.: Szilárdsági számítások a gépészetben. 5. kötet. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1965.
- [30] Hottinger Baldwin Messtechnik: Spider 8 Operating Manual.

10. Ábrajegyzék

1.1. ábra. Függőleges kerékerő változása laposodott kerék esetén	14
1.2. ábra. Jelátalakítás	14
1.3. ábra. A mérési jel.	15
1.4. ábra. Statikus karakterisztika.	15
1.5. ábra. Jelbeállítás.	16
1.6. ábra. Nyúlásmérő bélyeg.....	17
1.7. ábra. Hőfokváltozási nyúlás.	19
1.8. ábra. Wheatstone-híd.....	20
1.9. ábra. Hőmérséklet kompenzáció.	20
1.10. ábra. Induktív elmozdulás-érzékelő.	21
1.11. ábra. Hottinger gyártmányú induktív elmozdulás-érzékelő.....	21
1.12. ábra. Induktív gyorsulás érzékelő.	22
1.13. ábra. Gyorsulásérzékelő karakterisztikája.....	24
1.14. ábra. A csillapítás változása a hőmérséklet függvényében	25
1.15. ábra. Induktív helyzetérzékelő.	26
1.16. ábra. Piezoelektromos elven működő gyorsulásérzékelő.....	27
1.17. ábra. Piezoelektromos gyorsulásérzékelő átviteli karakterisztikája.....	27
1.18. ábra. Átviteli karakterisztikája lineáris léptékben.....	28
1.19. ábra. Lézeres távolságmérés elve.	29
1.20. ábra. HAENNI cég által gyártott EW 100 típusú lézeres távolságérzékelő.	29
1.21. ábra. Opto-elektronikus elfordulás érzékelő működési elve.....	30
1.22. ábra. ANDIMIK szögelfordulás érzékelő.	30
1.23. ábra. Mérés Wheatstone-híddal.....	31
1.24. ábra. Hottinger gyártmányú KWS 82 típusú mérőerősítő.....	31
1.25. ábra. DMP 4.0 típusú mérőerősítő.	31
1.26. ábra. Wheatstone-híd egy érzékelő bélyeggel.....	32
1.27. ábra. Vezetőhurkok a Wheatstone-hídban.	32
1.28. ábra. Feszültségesések a Wheatstone-hídban.....	33
1.29. ábra. Kompenzáló bélyeg a Wheatstone-hídban.	35
1.32. ábra. Hajlítónyomaték mérése 4 bélyeggel.	37
1.33. ábra. Kapcsolási vázlat 4 mérőbélyeghez.	37
1.34. ábra. Húzó-nyomóerő mérése 4 mérőbélyeggel.....	38
1.35. ábra. Kapcsolási vázlat húzó-nyomóerő 4 bélyeges méréséhez.....	38
1.36. ábra. A mérési jel szűrése.....	40
1.37. ábra. Passzív szűrő átviteli jelleggörbéje.	41
1.38. ábra. Alul-áteresztő szűrő elméleti jelleggörbéje.....	41
1.39. ábra. Az alul-áteresztő szűrés folyamata.....	41
1.40. ábra. A felül-áteresztő szűrő elméleti jelleggörbéje.....	42
1.41. ábra. Az felül-áteresztő szűrés folyamata	42
1.42. ábra. Sávszűrő elméleti jelleggörbéje.	42
1.43. ábra. Valóságos átviteli karakterisztika.....	42
1.44. ábra. Analóg felül-áteresztő szűrő kapcsolási vázlata.....	43
1.47. ábra. Valóságos frekvencia-átviteli görbe.....	45

1.48. ábra. A decibel skála származtatása.	45
1.51. ábra. Szilárdsági mérés átkapcsolással.	47
1.52. ábra. AMUX-64 T típusú analóg multiplexer.	47
1.53. ábra. Mérési-adatgyűjtő rendszer vázlata.	48
2.1. ábra. Lassan és gyorsan változó mérési jelek.	49
2.2. ábra. Digitalizált jelsorozat.	50
2.3. ábra. Az A/D konverzió.	51
2.4. ábra. Mérési sorozat.	54
2.5. ábra. A lengésideő és az ingahossz összefüggése.	59
2.6. ábra. Mérési eredmények terjedelme és középértéke.	64
2.7. ábra. Kibővített intervallumok.	64
2.8. ábra. Az intervallumokba eső mérési adatok.	64
2.9. ábra. Gyakoriság hisztogram.	65
2.10. ábra. Relatív gyakoriság diagram.	66
2.11. ábra. Empirikus sűrűség-függvény.	66
2.12. ábra. A mérési eredményekre illeszkedő Gauss-eloszlás.	67
2.13. ábra. Adott valószínűségű tartományok Gauss-eloszlás esetén.	68
2.14. ábra. Motoros jármű hajtásrendszerének vázlata.	69
2.15. ábra. A súrlódási tényező mérés Gauss-görbéje.	69
2.16. ábra. Gumirugó jelleggörbe mérése.	71
2.18. ábra. Kétféle változós célfüggvény minimumhelye.	72
2.19. ábra. Mérési jel.	74
2.20. ábra. A mérési jel eltolt értékei.	74
2.21. ábra. Ideálisan sztochasztikus jel autókorrelációs függvénye.	76
2.22. ábra. Sávkorlátozott fehér zajt közelítő autókorrelációs függvénye.	77
2.23. ábra. Szinuszos jel.	77
2.24. ábra. A szinuszos jel autókorrelatogramja.	78
2.25. ábra. Súlyfüggvény.	80
2.26. ábra. A súlyfüggvény autókorrelatogramja.	80
2.27. ábra. Mért jel autókorrelatogramja.	81
2.28. ábra. Analóg jel diszkretizálása.	82
2.29. ábra. Időeltolás diszkrét sorozaton.	83
2.30. ábra. Autókorrelatogram meghatározásának algoritmus.	83
2.31. ábra. Determinisztikus-periodikus jelek.	84
2.32. ábra. Periodikus jel vonalas spektruma.	86
2.33. ábra. Amplitúdó és fázisszög.	86
2.34. ábra. Determinisztikus tranziens jel.	87
2.35. ábra. Amplitúdó-sűrűség spektrum.	88
2.36. ábra. Amplitúdó-sűrűség spektrum felosztása.	89
2.37. ábra. Mért sztochasztikus jel.	91
2.38. ábra. Gyengén stacionáriusnak az a sztochasztikus folyamat.	92
3.1. ábra. A kerekekre ható vezetési erők.	96
3.2. ábra. Az erőkapcsolati tényező.	98
3.3. ábra. A vezetési erők változása pályáivben.	99
3.4. ábra. Az erőkapcsolati tényező és a Coulomb-súrlódás.	100
3.5. ábra. A kerékpárra ható erők.	101

3.6. ábra. Mérés a forgó tengelyen két merőleges síkban.	103
3.7. ábra. Csapágyerő mérése a csapágyházban.	104
3.8. ábra. Keresztirányú csapágyerők mérése.	105
3.9. ábra. Erőmérés a sínfejen.	106
3.10. ábra. Függőleges erők mérése a sínen.	106
3.11. ábra. Nyíróerő mérése sínen.	107
3.12. ábra. Nyíróerők mérése a függőleges erők meghatározásához.	108
3.13. ábra. A futásninóság jellemzése.	109
3.14. ábra. Az átlagos utas frekvencia-érzékenységre jellemző függvényeket.	110
3.15. ábra. Szűrő-karakterisztikák a futásjósági mérőszámhoz lineáris skálával.	111
3.16. ábra. Szűrő-karakterisztikák a futásjósági mérőszámhoz logaritmus skálával.	112
4.1. ábra. Vonóerő mérés általános esete.	114
4.2. ábra. Vonóerő mérése fékmozdonnyal.	115
4.3. ábra. Vonóerő-jelleggörbe sereg.	116
4.4. ábra. Vonóerő-görbe sereg mérése.	117
4.5. ábra. Mért vonóerő simítása.	117
4.6. ábra. A vonóerő-görbe sereg kimért pontjai.	117
4.7. ábra. A V43 sor. villamos mozdony vonóerő jelleggörbéje.	118
4.8. ábra. Adhéziós határgörbe mérése.	119
4.9. ábra. Alapellenállás mérése mozdonyvontatással.	120
4.10. ábra. Mért alapellenállás pontokra illeszkedő görbe.	121
4.11. ábra. Alapellenállás mérése kifuttatással.	121
4.12. ábra. Az alapellenállás-erő függvény meghatározása.	122
4.13. ábra. Dízelmotor üzemanyag-ellátó rendszere.	124
4.14. ábra. Villamos bemenő teljesítmény mérése.	125
4.15. ábra. A kerületi hatásfok változása a teljesítmény függvényében.	126
4.16. ábra. Az M41 sor. mozdony vonóerő görbéje az állandó hatásfokok görbéivel.	127
4.17. ábra. Vontatójárművek energia-eloszlása.	128
4.18. ábra. Dízelmozdony erőátviteli rendszere.	128
5.1. ábra. Vasúti járművek fékrendszere.	131
5.2. ábra. A fékkompresszor a főlégtartállyal.	132
5.3. ábra. P 11 típusú Hottinger nyomásérzékelő.	132
5.4. ábra. Térfogatáram mérése mérőperemmel.	132
5.5. ábra. PD1 típusú Hottinger nyomáskülönbség-érzékelő.	134
5.6. ábra. Mozdonyvezetői fékezőszelep.	134
5.7. ábra. Fékvezeték mérése álló szerelvényen.	135
5.8. ábra. Nyomásváltozás az 1. kocsinál.	136
5.9. ábra. Nyomásváltozás az 46. kocsinál.	136
5.10. ábra. Nyomásváltozás a fékhengerekben.	136
5.11. ábra. Fékraudazat egy fékhengerrel.	137
5.12. ábra. Fékraudazat két fékhengerrel.	137
5.14. ábra. Mérési kapcsolás.	138
5.16. ábra. Mérési kapcsolás.	139
5.17. ábra. Tuskós fék elrendezése.	140
5.18. ábra. Tuskós féken fellépő erők.	141
5.19. ábra. Tárcsafék elrendezések.	142

5.20. ábra. A fékút mérése.....	143
5.21. ábra. Hosszirányú gyorsulások fékezés során.....	144
5.22. ábra. Fékezési folyamat szimulációs próbapad.....	145
5.23. ábra. Laboratóriumi 1:4 léptékű súrlódásvizsgáló próbapad.....	147
6.1. ábra. Felületi feszültség mérése nyúlásmérő bélyeggel.....	151
6.2. ábra. Kéttengelyű feszültség a felületen.....	151
6.3. ábra. Kéttengelyű feszültség okozta felületi alakváltozás.....	152
6.4. ábra. A koordináta-rendszer elfordulásának hatása.....	152
6.5. ábra. Csak nyúlással rendelkező irányok a felületen.....	154
6.6. ábra. A Mohr-kör.....	155
6.7. ábra. Háromirányú nyúlásmérő bélyeg.....	156
6.8. ábra. 45°-os rozetta U tartón.....	156
6.9. ábra. Háromirányú nyúlásmérő bélyeg.....	156
6.10. ábra. A meghatározott főirányok.....	157
6.11. ábra. Személyszállító járművek előírt statikus terhelései.....	160
6.12. ábra. Teherszállító járművek előírt statikus terhelései.....	161
6.13. ábra. Ütköztetési dinamikus átvételi mérések.....	162
6.14. ábra. Ütköztetési dinamikus mérés folyamatábrája.....	163
6.15. ábra. Időben változó jelek kiértékelése.....	166
6.16. ábra. Feszültség középérték és amplitúdó.....	166
6.17. ábra. Az aszimmetria tényező különbözőjelek esetén.....	168
6.18. ábra. Smith-diagram.....	168
6.19. ábra. Haigh-diagram.....	168
6.20. ábra. A VDI módszer.....	170
6.21. ábra. A Soderberg módszer.....	170
6.22. ábra. Furatrozetta.....	171
7.1. ábra. Mérőrendszer általános felépítése.....	173
7.2. ábra. A <i>Spider8</i> készülék előlapja.....	175
7.3. ábra. A <i>Spider8</i> készülék belvilága.....	175
7.4. ábra. A <i>Spider8</i> hátlapja a csatlakozókkal.....	176
7.5. ábra. Vívőfrekvenciás mérőrendszer.....	177
7.6. ábra. Nyúlásmérő bélyegek bekötési módjai.....	178
7.7. ábra. Csatlakozó dugó nyúlásmérő bélyeghez kompenzáló ellenállással.....	178
7.8. ábra. Smith-diagram az anyagkifáradáshoz.....	182
7.9. ábra. Hárompontos forgó-hajlító berendezés elvi sémája.....	184
7.10. ábra. Négyponos forgó-hajlító berendezés elvi sémája.....	185
7.11. ábra. Próbapálca kialakítása négyponos forgó-hajlító kísérlethez.....	185
7.12. ábra. Próbapálca kialakítása háromponos forgó-hajlító kísérlethez.....	186
7.13. ábra. Wöhler-görbe meghatározása méréssel.....	187
7.14. ábra. A forgó-hajtogató elvi gép felépítése.....	189
7.15. ábra. A forgó-hajtogató gép felépítése – fő egységei.....	189
7.16. ábra. A fárasztógép vezérlő rendszere.....	190
7.17. ábra. A fárasztógép vezérlő rendszerének külső egységei.....	191
7.18. ábra. A tokmány-meghúzó szerszám.....	194
7.19. ábra. A tokmány a befogó patronnal.....	195
7.20. ábra. A Rendszer panel.....	196

7.21. ábra. A Kézi cellaértékkadás panel.	197
7.22. ábra. Próbapálca fárasztó kísérletének eredményei - 1.	201
7.23. ábra. Próbapálca fárasztó kísérletének eredményei - 2.	202
7.24. ábra. Vasúti forgóvázkeret fárasztó-vizsgálata - 1.	205
7.25. ábra. Vasúti forgóvázkeret fárasztó-vizsgálata - 2.	205
8.1. ábra. Szögdeformáció az ε_x nyúlás hatására.	217
8.2. ábra. Szögdeformáció az ε_y nyúlás hatására.	218
8.3. ábra. Szögdeformáció az γ_{xy} szögdeformáció hatására.	219