

**BUDAPESTI MŰSZAKI és GAZDASÁGTUDOMÁNYI  
EGYETEM  
KÖZLEKEDÉSMÉRNÖKI ÉS  
JÁRMŰMÉRNÖKI KAR**

# **VASÚTI JÁRMŰVEK ÜZEME ÉS DIAGNOSZTIKÁJA**

**Egyetemi jegyzet**

**2. rész: Járműdiagnosztika,  
üzemkészség,  
kritériumok**

**Készítette:**

**Dr. Benedek Teofil  
ny. egyetemi docens**

**B U D A P E S T  
2 0 1 9**

## **Tartalom :**

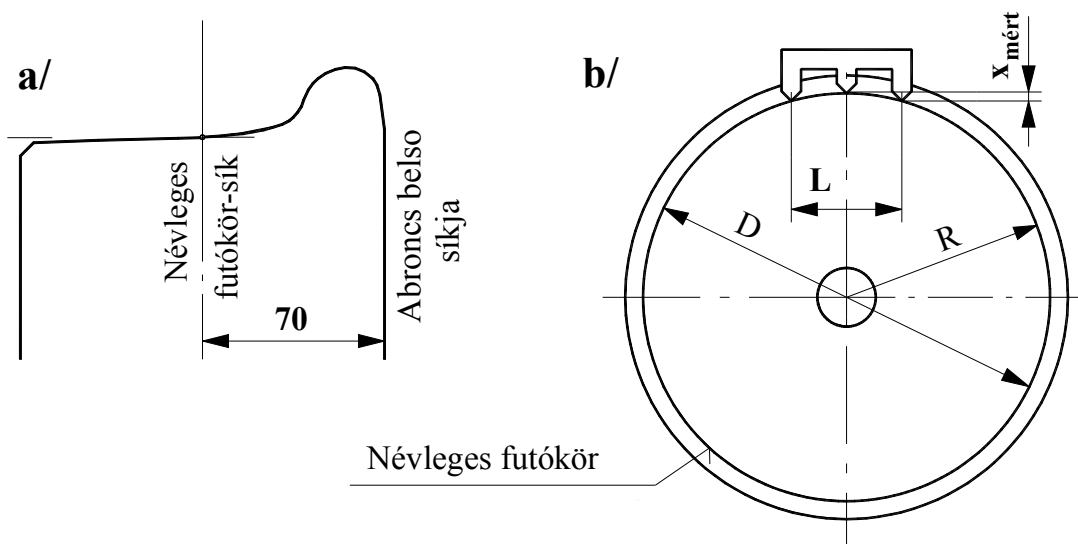
4. A diagnosztikai mérések-ellenőrzések eredményeinek felhasználása a döntéshozatalban. Üzemkészségi kritériumok.
  - 4.1 Az üzemkészség meghatározása rendszerdinamikai alapokon
  - 4.2 A mozgásegyenletek szerkezete és felépítése
  - 4.3 A dinamikai modell egyszerűsítési lépései
  - 4.4 A teljes mozgásegyenletrendszer
  - 4.5 A paramétervektor
  - 4.6 A kritériumok és a kritériumvektor
  - 4.7 Az üzemkészség meghatározása
5. Az üzemeltetési kritériumok fajtái.

## Felhasznált irodalom:

1. Dr. Zobory I.: Járműüzem, megbízhatóság és diagnosztika. Egyetemi jegyzet, Budapest, 2010.
2. Dr. Nagy I.: Műszaki diagnosztika I. Delta-3N Kft, Paks. 2006.
3. Dr. Dömötör F.: Rezgésdiagnosztika. Főiskolai Kiadó, Dunaújváros. 2008.
4. Thamm, F., Ludvig, Gy., Huszár, F., Szántó, I.: A szilárdságtan kísérleti módszerei. Műszaki Könyvkiadó, Budapest. 1968.
5. Hottinger Baldwin Messtechnik. Product Catalogue 1999. Magyarországi képviselő: 2101. Gödöllő, Remsey krt. 9. Pf: 81.
6. Jens Trample Broch: Messungen von mechanischen Schwingungen und Stößen. Die Anwendung der Brüel & Kjaer Meßsysteme. Brüel & Kjaer, Denmark. 1970.
7. HBM Media Library. Technical documentation for customers. 2012. october
8. Dr. Benedek, T.: Vasúti Járműméréstechnika és Labor. Egyetemi jegyzet. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2018.
9. Solf, W., Mannitz, K.: Konzept für die Instandhaltung und Behandlung der Inter-CityExpress-Triebzüge im Heimat-Betriebswerk Hamburg. ZEV + DET-Glasers Annalen 114. (1990) Nr 9/10 September/Oktober.
10. Schmidt, W.: Radsatzdiagnose im ICE-Betriebswerk Hamburg. ZEV + DET-Glasers Annalen 114. (1990) Nr 9/10 September/Oktober.
11. Radsatz-Diagnosesystem Argus II. Hegenscheidt-MFD GmbH.
12. Schreiber, L.: Messung gekrümmter Flächen mit berührungslose Verfahren. Springer-Verlag. Berlin, 1989.
13. Radsatz-Diagnosesystem Argus II. Hegenscheidt-MFD GmbH.
14. Schreiber, L.: Messung gekrümmter Flächen mit berührungslose Verfahren. Springer-Verlag. 1989.
15. Dr. Zobory, I., Dr. Győry, J., D. Benedek, T.: Vasúti Járműrendszer Diagnosztika. II. A futóműdiagnosztikai mérések fejlesztési lehetőségei, a Vasúti Járművek, Repülőgépek és Hajók Tanszéken fejlesztés alatt álló futóműdiagnosztikai mérőállomás és próbapad. Egyetemi jegyzet. Budapest, 2018.
16. Görbicz S. – Sasi I. – Vadászy P.: Vasúti járműve

### 3.4.3 A futóköratmérő mérése

A futóköratmérőt a kerékabroncson az ú. n. névleges futókör-síkban mérhetjük, ami az abroncs belső síkjától 70 mm távolságban van (38. ábra a/ része). Azért névleges, mert a gördülés minden pillanatban más futókör-síkban történik.



38. ábra

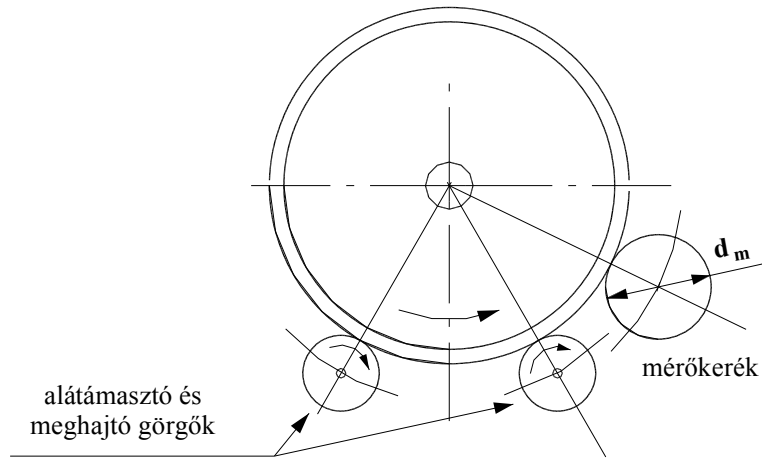
Az átmérő mérésének egyik lehetséges módja az ú. n. „**húrmérés**” (38. ábra b/ része). Ha a futóköratmérőn megmérjük az „**L**” hosszúságú húrhoz tartozó  $x_{mért}$  húrmaasságát, akkor a futókör **D** átmérője:

$$D = 2 \cdot R = x_{mért} + \frac{L^2}{4 \cdot x_{mért}}$$

Álló kerék esetén legalább három kerületi pontban végre kell hajtani ezt a mérést.

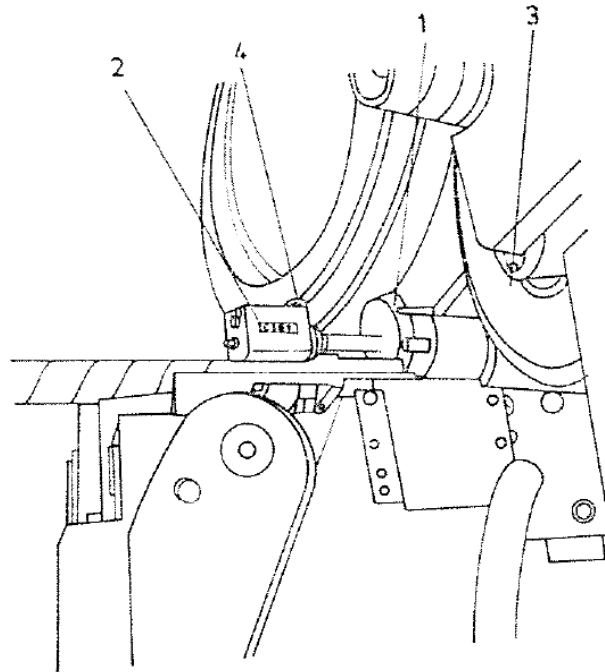
A futóköratmérő mérésének egy másik lehetséges módja az lehet, amit – többek között – a padlóalatti kerékesztergálásnál is alkalmaznak. A görgőkkel alátámasztott és meghajtott kerékpárhoz a 39. ábrán látható „**d<sub>m</sub>**” átmérőjű mérőkeréket szorítanak, és megszámlálják a mérőkerék körülfordulásának „**n<sub>m</sub>**” számát a mérendő kerékpár egy teljes körülfordulása alatt. Ekkor a futókör átmérője:

$$D = n_m \cdot d_m$$



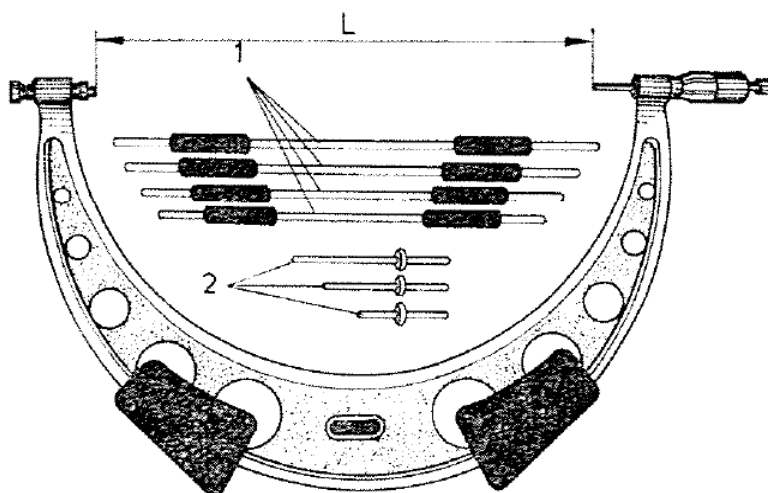
39. ábra

Az  $n_m$  körülfordulási számra így várhatóan nem egészszámot kapunk eredményül. Ezért a gyakorlatban a mérendő kereket többször (pl. 10-szer) forgatják körül. A 40. ábrán számlálóműves mérőkészülék képe látható ([16-13.9 ábra alapján]):



40. ábra

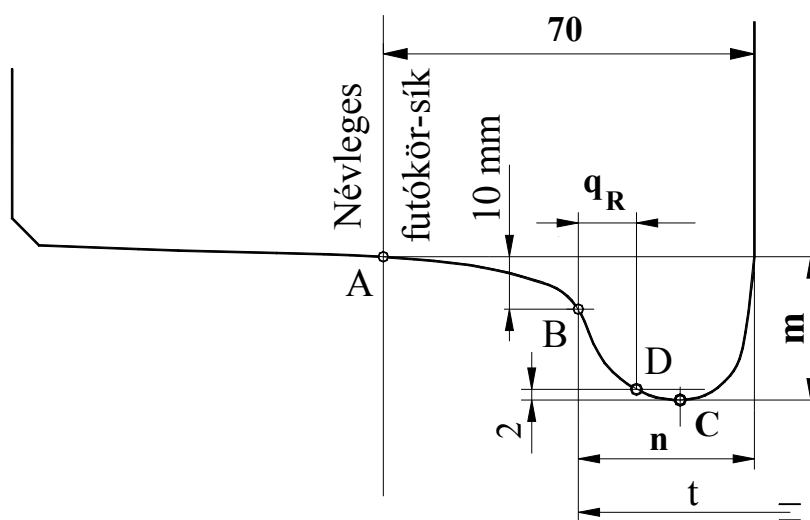
A 41. ábrán a Mitutoyo gyártmányú mikrométeres mérőműszer képe látható /a [16]-13.10 ábra alapján):



41. ábra

### 3.4.4 A kerékprofil jellemzőinek ellenőrző mérései

A kerékprofil jellemzőinek ellenőrző mérései mind a kerékprofil aktuális alakjának adatain alapulnak, a kerékprofil néhány jellegzetes pontjában szükséges ellenőrizni a kerék, illetve a kerékpár adatát. Ezekhez a mérésekhez-ellenőrzésekhez egy-egy ellenőrző idomot – kaptát – használnak, tehát nem regisztrálják a kerékprofil aktuális alakját. Ezeket az ellenőrzendő adatokat, ill. méreteket kell ellenőrizni. Ezeket a méreteket a 42. ábrán foglaltuk össze:



42. ábra

**a/ A „t” nyomszélesség.** Ezt a méretet a két kerékprofil „B” pontjai közötti távolság adja meg, és a nyomkarima kopásából eredő karima-elvekonyodás ellenőrzésére szolgál. A „B” pont helyét úgy kapjuk meg, hogy a kerékabroncs belső síkjától tengelyirányban 70 mm-re meghatározzuk a névleges futókörsíkot, továbbá a futókörsíknak a kerékprofil-görbével képzett „A” metszéspontját. Majd az „A” ponthoz tartozó aktuális keréksugárnál 10 mm-rel nagyobb sugáron kijelöljük a

kerékprofilon a „B” pontot. A kerékpár két kerékprofiljának „B” pontjai közötti távolság adja meg a „t” nyomszélesség értékét. A nyomszélességre vonatkozóan az alábbi üzemkészségi feltételeket kell teljesíteni:

ha a jármű sebessége  $v < 100$  km/h, akkor  $t \geq 1410$  mm;

$v > 100$  km/h, akkor  $t \geq 1416$  mm.

ha az abroncs gyártási, vagy főjavított állapotban van, vagy újraesztergálták,

akkor  $1424 \leq t \leq 1426$  mm

Sebességcsökkentési előírások az abroncsok túlzott elvékonyodása esetén:

ha  $1408 \leq t \leq 1410$  mm, akkor  $v_{\max} \leq 20$  km/h (nyílt pályán),

$v_{\max} \leq 5$  km/h (kitérőkön).

ha  $t < 1408$  mm, a jármű **nem közlekedhet**.

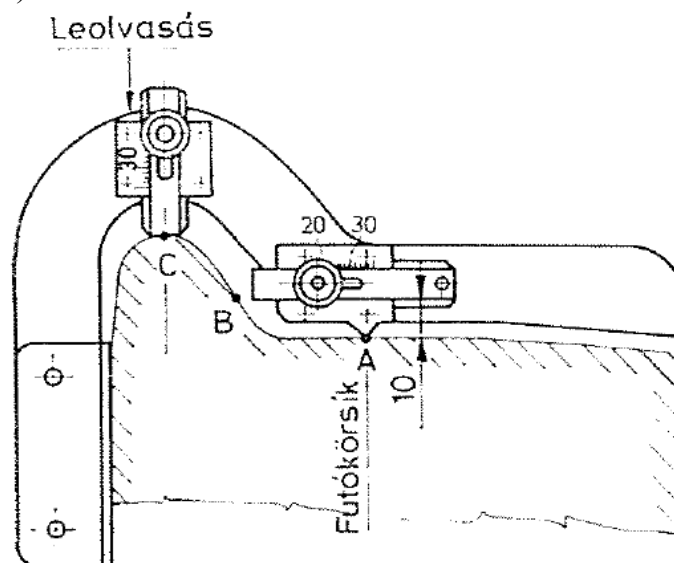
Itt meg kell jegyezni, hogy a [16] forrásműben a **nyomszélesség** fogalmát helyenkint a **nyomtávolság** elnevezéssel illetik, tehát az elnevezés használata nem következetes. A 35. ábrán bemutatott műszer segítségével lehet megmérni a nyomszélességet.

**b/ A nyomkarima „m” magassága.** A nyomkarima „m” magasságán az „A” és a „C” pontokhoz tartozó keréksugarak különbségét értjük, ahol a „C” pont a nyomkarima tetőpontja. Ez a különbség a futófelület kopása következtében megnő, tehát a karima viszonylagos magassága is, így ez a magasság a kerékabroncs kopására is ad közvetett felvilágosítást. A jármű üzemkészségéhez a következő feltételeknek kell teljesülnie:

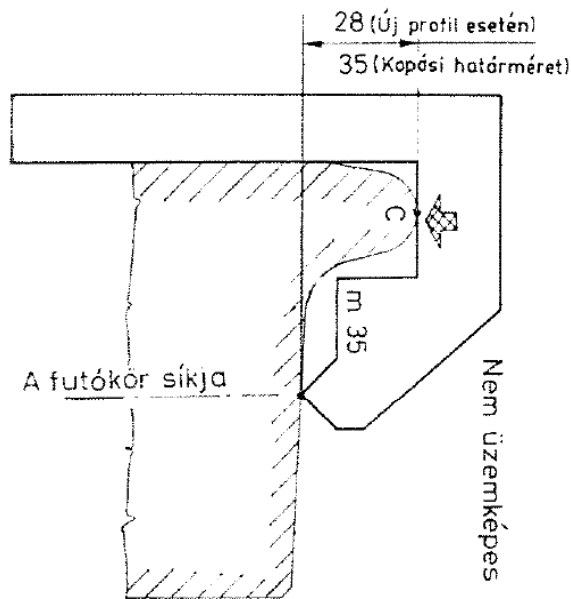
gyártási méret:  $m = 28$  mm

üzem közben:  $28 \leq m \leq 35$  mm

A 43. ábrán a nyomkarima magasságának ellenőrzésére szolgáló mérőműszert, a 44. ábrán ugyancsak a magasság ellenőrzésére szolgáló kaptát láthatjuk ([16]-13.4 és a 13.5 ábrák alapján):



43. ábra



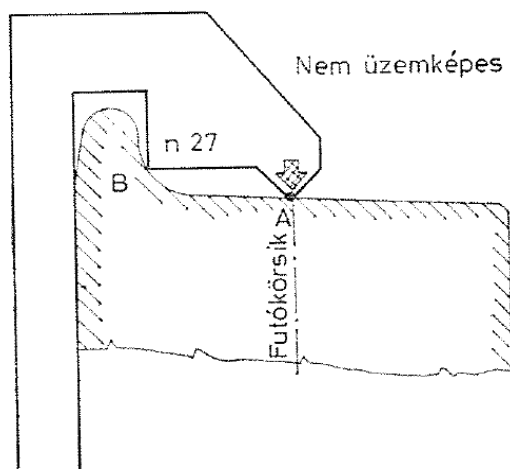
44. ábra

**c/ A nyomkarima „n” vastagsága.** A nyomkarima vastagsága a nyomkarima elvékonyodására ad felvilágosítást, ezért a vastagság megengedett alsó határa van előírva az üzemkésztség feltételeként:

vontató jármű:	$v < 100 \text{ km/h}$ :	$n \geq 24 \text{ mm}$
-,-,-	$v > 100 \text{ km/h}$ :	$n \geq 27 \text{ mm}$
személy- és teherkocsik:		$n \geq 20 \text{ mm}$
RIV teherkocsik:		$n \geq 22 \text{ mm}$

Ha  $n < 20 \text{ mm}$ , a jármű saját kerékpárján nem közlekedhet.

A nyomkarima vastagságát ellenőrző kapta a 45. ábrán látható ([16]-13.6 ábra alapján):



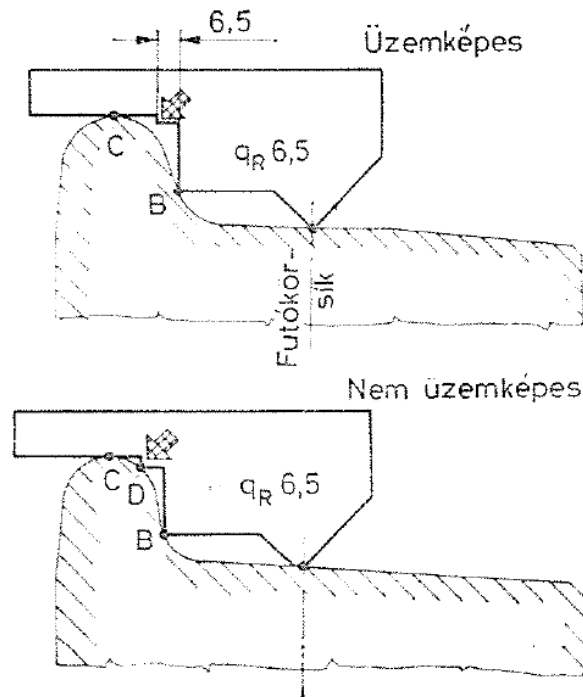
45. ábra



d/ A „ $q_R$ ” kritikus érintőpont-távolság. A jármű kisiklással szembeni biztonságát számottevően befolyásolja az ún. „nyomkarima felfutási szög”, ennek a nagyságát közvetve a „ $q_R$ ” távolsággal lehet ellenőrizni. A tapasztalat szerint ez a távolság nem csökkenhet 6.5 mm alá:

$$q_R \geq 6.5 \text{ mm.}$$

A kritikus érintőpont-távolság (a  $q_R$  érték) ellenőrzéséhez használható kaptát és használatát a 46. ábra mutatja be:



46. ábra

A 2.1 – 2.4 pontokban felsorolt mérések a [16] forrásmű 13. fejezetében mint a javítóműhelyben, kellő mértékű szétszerelés után végrehajtható mérések vannak felsorolva. Mivel a modern futóműdiagnosztika ezeknek a méréseknek az automatizálását is igényli, ezeket az automatizálási lehetőségeket a II. Jegyzetben részletesen is bemutatjuk, ahol ezek a mérések-ellenőrzések a jármű álló helyzetében, szétszerelés nélkül, megfelelő automatikus berendezéssel, megfelelően csekély időráfordítással lehetnének végrehajthatók.

Már említettük, hogy a futóművek diagnosztikája esetében nem szabad elfelejtkezni a modern járműüzem egyre szigorodó feltételeiről. A járművek üzemében, különösen az üzembiztonságában a futóművek műszaki állapota is igen fontos szerepet játszik, és e szerep fontossága egyre nő. Itt elég, ha a nagysebességű vonatok futásbiztonságára utalunk. A korszerű, főleg a nagysebességű vonatok fokozott üzembiztonsága az előbb bemutatott ellenőrző mérésekhez képest sokkal kiterjedtebb ellenőrzéseket, illetve méréseket kíván meg, így a futóművek műszaki diagnosztikája igényli valószínűleg a legnagyobb mértékű reformokat, illetve átszervezéseket, elsősorban a sűrű időközökben végrehajtható, szétszerelés nélküli ellenőrző mérések kidolgozásában és alkalmazásában.

A legfejlettebb vasutaknál (pl. Deutsche Bahn) már megtették az első lépéseket a korszerű futóműdiagnosztikai szempontok kidolgozásában és alkalmazásában. A nagysebességű ICE motorvonatok karbantartási rendszerét a III. Segédletben részletesebben is bemutatjuk. Előljáróban annyit említünk meg, hogy alapelvük a rendszeres, előírt futáskm-hez tartozó átvizsgálás és méréssorozat, **szétszerelés nélkül**, és hiba észlelése esetén a jármű érintett egységét – pl. a futómű valamely hibája esetén a forgóvázat – **modulrendszerben cserélik**, hogy a jármű csak a modul cseréjéhez feltétlenül szükséges ideig álljon. Emellett elektronikusan rögzítik és tárolják az összes végrehajtott ellenőrzést és mérést, az észlelt hibát és alkatrészcsereét, a jármű minden szükséges adatával, a dátummal, stb. együtt.

## 4. A diagnosztikai mérések-ellenőrzések eredményeinek felhasználása a döntéshozatalban. Üzemképességi kritériumok.

### 4.1 Az üzemképesség meghatározása rendszerdinamikai alapokon

Az eddigi Jegyzetekben bemutattuk a vasúti járművek diagnosztikai méréseit és ellenőrzéseit, amelyek eredményeinek alapján eldönthető, hogy a jármű üzemképese, vagy sem. E mérések és ellenőrzések között különös figyelmet fordítottunk a **futóműdiagnosztikai** ellenőrzésekre és mérésekre, elsősorban a szétszerelés nélkül, a lehetőség szerint az automatizálva elvégezhető mérésekre és ellenőrzésekre. Mégis meg kellett állapítanunk, hogy ha minden mérési-ellenőrzési lehetőséget számításba veszünk is, az így kinyerhető adatok száma nem túl nagy. Általában sokkal több adat ismeretére volna szükség, hogy a jármű üzemképességi állapotát megbízhatóan meg lehessen határozni.

További probléma az, hogy a jármű üzemképességét az eddig számba vett adatokon kívül még más jellegű jellemzők is befolyásolják. Az üzembentartónak biztosnak kell lennie arról, hogy például a jármű futásminősége (futásjósa), a kisiklással szembeni biztonsága, a kritikus sebességének számértéke megfelelő-e, hogy csak a néhány legfontosabbat említsük. Ezeket az adatokat eddig általában csak vonali méréseken lehetett meghatározni.

Ha az eddig bemutatott, szétszerelés nélkül megmérhető adaton kívül többre is szükség van, ezekre az adatokra a **rendszerdinamikán alapuló járműdiagnosztika** tud információt adni a járműüzem komplex szimulációjának segítségével. Ennek fontosságát és részleteit konferenciákon, folyóiratcikkekben, stb. több alkalommal is bemutattuk, pl. [10]-ben, [11]-ben és [12]-ben.

A járműüzem komplex szimulációjához szükségünk van a rendszerdinamika elméleti összefüggéseire, ezért a továbbiakban összefoglaljuk a rendszerdinamika elméleti alapjait, áttekintjük a járműüzem számításal történő leírásának lehetőségeit, a járműüzem szimulációját, a mozgásegyenletek felépítését, valamint áttekintjük a jármű üzemképességét meghatározó feltételek elméleti leírását.

A **rendszerdinamika** szó két fogalmat jelöl:

- **rendszer:** ez azt jelenti, hogy a vizsgált gépet – jelen esetben a járművet – a

környezetével együtt, egyetlen rendszerbe foglalva kell kezelni és vizsgálni. Vasúti járművek esetében ez azt jelenti, hogy a járművet nem szabad a pályától és a környezetétől különválasztani, a jármű, a pálya és a környezet közötti kölcsönhatást mindig figyelembe kell venni,

- **dinamika:** ez azt jelenti, hogy az előbb említett pálya-jármű rendszer összetevői (elemei) között dinamikai kölcsönhatás áll fenn, tehát az elemek között felírandó függvénykapcsolatnak az időben folytonos változást kell tükröznie. Pl. a kocsiszekrény és a futómű között rugók és lengéscsillapítók (rugalmas és disszipatív elemek) képezik a kapcsolatot. A kapcsolati erőnek a rugók deformáció-erejének és a csillapítók csillapító erejének az időbeli változása a **Newton-törvénynek** megfelelően gyorsítja a szekrényt, illetve a futóművet.

Ebből következik, hogy a járművet és a pályát az ú. n. **rendszerdinamikai modell** képviseli. Ez a modell tartalmazza a pálya és a jármű minden tömegelemét, a tömegelemeket összekapcsoló rugókat és csillapítókat, továbbá az egyes elemek közötti dinamikai egyensúlyt megszabó differenciálegyenleteket (mozgásegyenleteket), amelyekben az egyes elemek között ható kapcsoló erők a rugók deformáció-erejéből és a csillapítók disszipatív (csillapító) erejéből tevődnek össze. Végül a környezet bizonyos egyéb feltételei, pl. a kerekek és a pálya közötti érintkezést biztosító nyomóerő és annak változása a pálya egyenlőtlenégeinek függvényében, a pályára megengedett sebesség változása az út függvényében, stb. szintén a rendszerdinamikai modellhez tartoznak.

A **rendszerdinamikai modell** felhasználásával végrehajthatjuk a **járműüzem komplex szimulációját**. E szimuláció eredményei fognak segítséget nyújtani a járműdiagnosztika problémáinak megoldásában.

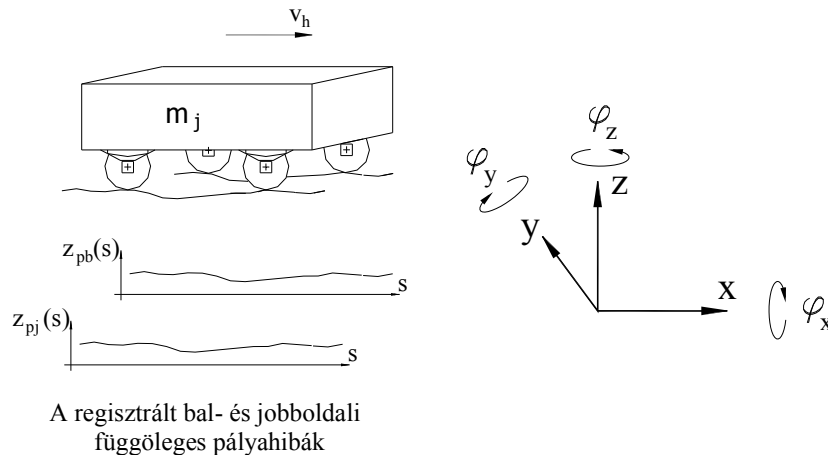
A **járműüzem szimulációja** azzal kezdődik, hogy összeállítjuk a pálya-jármű rendszer dinamikai modelljét. Ez a modell a jármű és a pálya tömegéből (tömegelemeiből), valamint az ezeket összekapcsoló rugalmas és lengésemésztő elemekből áll. Minden tömegelemre felírjuk a dinamikai erőegyensúlyi egyenletet (Newton II. törvénye), majd meghatározzuk ennek a másodrendű differenciálegyenletrendszernek a megoldásfüggvényeit. A dinamikai modell gerjesztését többnyire a jármű mozgására megszabott kezdeti és egyéb feltételek, a jármű és a pálya paraméterei (adatai), függőleges és keresztirányú pályahibák, stb. szabják meg, ezek figyelembe vételével határozhatjuk meg az egyes számított mozgásfüggvényeket.

Ezek a számított mozgásfüggvények leírják a jármű minden tömegelemének a mozgását az idő függvényében. így például az egész jármű haladását (felgyorsítás, sebesség tartás, kifuttatás, fékezés, stb.), a kerékpárok gördülő- és keresztirányú mozgását, a kerékpárok és a jármű függőleges mozgását a függőleges pályahibák hatására, a kerékpárok gördülő mozgásából a hajtómű és a dízelmotor fordulatszámát az idő függvényében, továbbá a jármű keresztirányú mozgását. Ennek gyorsulásfüggvényéből a keresztirányú futásminőségi indexet, stb. Így ezekből a mozgásfüggvényekből lehet meghatározni a jármű üzemkészségének sok más összetevőjét is.

Az alábbiakban ezeknek a differenciálegyenleteknek (mozgásegyenleteknek) a felépítését, szerkezetét tekintjük át, majd a megoldásfüggvényeknek felhasználási lehetőségeit tárgyaljuk a járműüzem szimulációjában, illetve a jármű üzemképességének meghatározásában.

## 4.2 A mozgásegyenletek szerkezete és felépítése

A mozgásegyenleteket (differenciálegyenleteket) egy kéttengelyű vasúti teherkocsinak (1. ábra) nagymértékben leegyszerűsített, **kétszabadságfokú** járműmodellje segítségével mutatjuk be.



1. ábra. Kéttengelyes vasúti jármű dinamikai modellje.

Az ábrán kéttengelyes vasúti teherkocsi modellje látható, amint  $v_h$  sebességgel halad. A jármű tömege  $m_j$ , a három koordinátatengelyre vett tehetetlenségi nyomatékai  $\Theta_x$ ,  $\Theta_y$  és  $\Theta_z$ . A kerékpárok tengelytávja  $l$ . A bal- és jobboldali sínzál függőleges pályahibáit a  $z_{pb}(s)$  és  $z_{pj}(s)$  görbék szemléltetik az  $s$  megtett út függvényében, ahogyan azt a pályamérő kocsik rendszeresen regisztrálja. Meg kell határoznunk a jármű mozgását, amint végighalad a valóságos alakú pályán. A pályát elvileg úgy kellene figyelembe venni, hogy az végtelen hosszú, ú. n. kontinuumtartó, de ennek a matematikailag korrekt figyelembe vétele a számításokat használhatatlan mértékig bonyolítaná, ezért a szakirodalmi adatokat felhasználva, pl. [13] alapján a végtelen hosszú pályát ú. n. egyenértékű tömegekkel, az alépítményt egyenértékű pályamerevséggel és lengéscsillapítással vesszük figyelembe. A tárgyalt dinamikai modellben ezeket figyelmen kívül hagyhatjuk és a pályát ideálisan merevnek tekintjük.

A jármű szekrényét homogén téglatestnek tekintjük, ennek hat szabadságfoka van: el tud mozdulni  $x$ ,  $y$  és  $z$  irányokban, valamint el tud fordulni a három koordinátatengely körül:  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  és  $\varphi_z$  szögekkel. A két kerékpárhoz a négy felfüggesztés rugójával és lengéscsillapítójával kapcsolódik. Így a kocsiszekrénynek és a két kerékpárnak összesen 18 szabadságfoka van. Ha figyelembe vesszük a négy kerékhez mereven kapcsolódó egyenértékű pályatömeget (a kerékeknek a pályától való szétválását nyugodtan elhanyagolhatjuk), ez végeredményben 22 koordinátát, tehát 22 szabadságfokot jelent. Mivel minden egyes szabadságfokhoz egy-egy mozgásegyenlet tartozik, így ennek az egyszerű járműnek az összes lehetséges mozgását 22 (!) mozgásegyenlet írja le.

Ennek a mozgásegyenlet-rendszernek a felépítését – elvileg - semmi sem akadályozza. A gyakorlatban – főleg, ha hasonló dinamikai modellt még nem építettünk fel – célszerű a dinamikai modellt olyan mértékben leegyszerűsíteni, hogy így a lehetőség szerint kevésszámú és lehetőleg egyszerű szerkezetű mozgásegyenletet írassunk fel, mivel ilyen esetben a megoldásfüggvény ellenőrzése, tesztelése sokkal egyszerűbb. Ha az egyszerűsített modell mozgásegyenleteinek megoldása hibátlan, hozzá lehet kezdeni, hogy az egyszerűsített modellből **lépésenként** visszatérhessünk a valóságos, esetenként jóval összetettebb modell mozgásegyenleteihez. Az egyes visszatérő lépésekhez tartozó megoldások tesztelése már sokkal egyszerűbb és áttekinthetőbb, mint ha az eredeti modell mozgásegyenletrendszerét közvetlenül, egy lépésben állítanánk össze és oldanánk meg a várhatóan előforduló hibák miatt. Az ilyen nagyméretű mozgásegyenletrendszer esetében a hibakeresés nagyon nehéz feladat.

Az alábbiakban ezt az egyszerűsítési folyamatot mutatjuk be lépésről-lépésre.

### 4.3 A dinamikai modell egyszerűsítési lépései

Az alábbiakban felsorolt egyszerűsítő lépések sorrendje nincs megkötve, az esetek nagy részében alkalmazható a bemutatott sorrend.

**Első lépés:** a jármű  $v_h$  sebessége legyen állandó. Így nem foglalkozunk a felgyorsítással, a kifuttatással, stb., ekkor a megtett út:

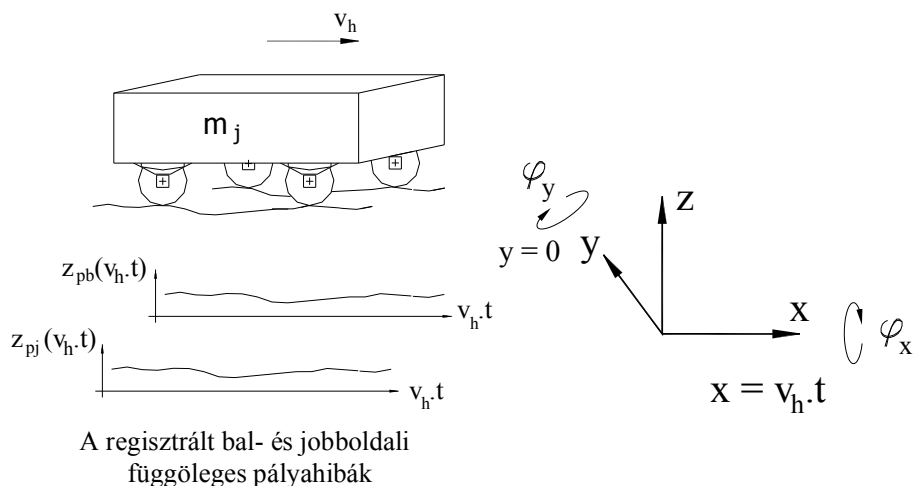
$$s = v_h \cdot t$$

Ez főleg a pályagerjesztés figyelembe vételét fogja megkönnyíteni:

$$z_{pb}(s) = z_{pb}(v_h \cdot t) \quad \text{és} \quad z_{pj}(s) = z_{pj}(v_h \cdot t)$$

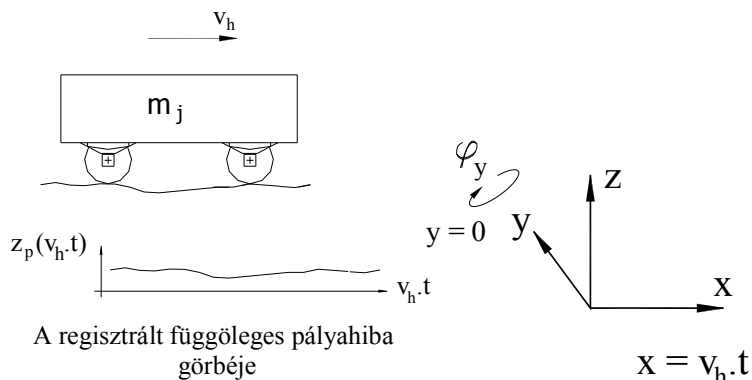
tehát a pályafüggvény argumentuma egyszerű időfüggvény. Miután a jármű felgyorsítására nem kell külön mozgásegyenletet felírni, úgy tekinthetjük, hogy a szabadságfokok száma eggyel csökkent.

**Második lépés:** mivel a jármű pályájának keresztirányú pályahibáival nem kell foglalkoznunk, nincsen keresztirányú gerjesztés sem, ezért elmarad az  $y$  keresztirányú kitérés, valamint a  $\varphi_z$  szögelfordulás. Az 1. ábrán látható járműmodell a 2. ábrán láthatóvá módosul:



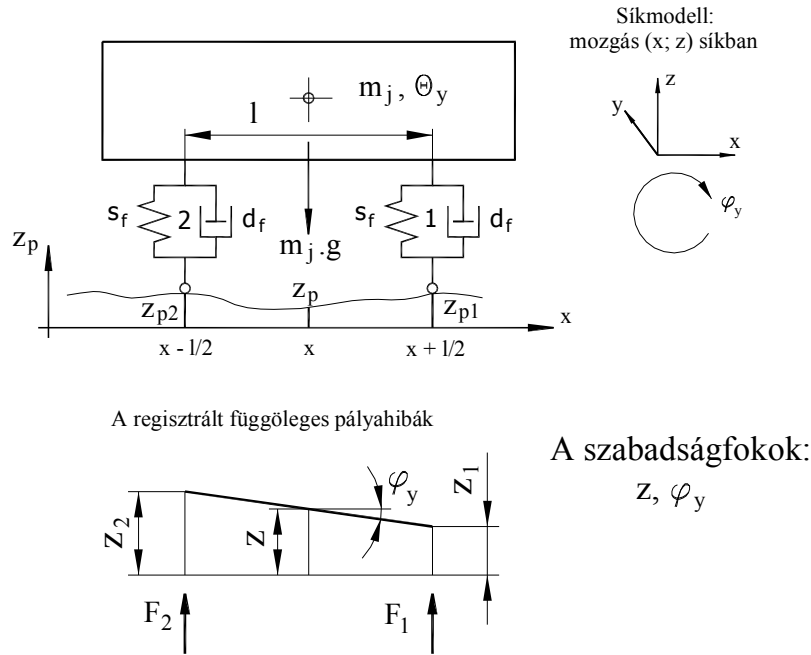
2. ábra

**Harmadik lépés:** tekintsük a két sínszál függőleges pályahibáit azonosnak. Ekkor a jármű bal- és jobboldali kerekei ugyanazt a gerjesztést kapják, így kiküszöbölhetjük a jármű távolgását ( $\varphi_x = 0$ ), amiből az is következik, hogy a jármű keresztirányú méreteit sem kell figyelembe vennünk, a jármű dinamikai modellje síkmodell lesz. Ezt a dinamikai modellt a 3. ábrán láthatjuk:



3. ábra

**Negyedik lépés:** végül tekintsünk el a pálya függőleges rugalmassági és lengésemésztő képességétől, a kerékpárok felfüggesztésében a laprugót helyettesítsük csavarrugóval és lineáris karakterisztikájú lengéscsillapítóval. Ekkor a merevnek tekintett pályán végiggördülő kerekek mindvégig a sínnel érintkezésben maradnak, így a kerékpárok tömegét sem kell figyelembe vennünk, úgy tekinthetjük, hogy a felfüggesztés rugójának és csillapítójának alsó bekötési pontja követi a pálya alakját. A modellünk most a 4. ábrán látható, ezt tekintjük a végső leegyszerűsített állapotnak:



4. ábra

Ennek a dinamikai modellnek már csak két szabadságfoka van: a kocsiszekrény tömegközéppontjának  $z$  függőleges elmozdulása, valamint a keresztirányú súlyponti  $y$  tengely körüli  $\varphi_y$  szögelfordulás.

Szigorúan véve a dinamikai modellünk még tovább egyszerűsíthető egyszabadságfokú modellé (egytengetűű jármű), de a kétszabadságfokú síkmodell még éppen megőrzi a jármű jellegét.

A két szabadságfokhoz egy-egy mozgásegyenlet tartozik: a függőleges  $z$  irányú erőegyensúlyi, és az  $y$  tengely körüli nyomatékegyensúlyi egyenlet.

E két mozgásegyenlet felírásához mindenekelőtt meg kell határoznunk a kocsiszekrényre ható erőket. Ezek az erők a szekrény  $m_j \cdot g$  súlyereje, valamint az  $1$  és  $2$  felfüggesztésnek a szekrény-bekötésnél ébredő  $F_1$  és  $F_2$  ereje. Ezek az erők az  $s_f$  merevségű hordrugó deformáció-erejéből, valamint a  $d_f$  csillapítási együtthatójú csillapítók erejéből tevődnek össze. Ha a szekrény tömegközéppontja  $z$  értékkel megemelkedik, ugyanakkor az  $y$  tengely körül  $\varphi_y$  szöggel elfordul, az  $1$  felfüggesztési pont  $z_1$  értékkel, a  $2$  felfüggesztési pont  $z_2$  értékkel emelkedik meg (pozitív értelmű  $z$ -t és  $\varphi_y$ -t feltételezve). Így ezek az elmozdulások:

$$z_1 = z - \frac{l}{2} \cdot \varphi_y \quad \text{és} \quad z_2 = z + \frac{l}{2} \cdot \varphi_y$$

A csillapító erők számításához szükség van az  $1$  és  $2$  bekötési pont függőleges sebességére:

$$v_{z1} = v_z - \frac{l}{2} \cdot \omega_y \quad \text{és} \quad v_{z2} = v_z + \frac{l}{2} \cdot \omega_y$$

A felfüggesztéseknek a pályához kapcsolódó pontjainak a megtett út – koordinátái:  $(x - l/2)$ ,  $x$ ,  $(x + l/2)$ , ezeken a helyeken a pályahibák értékei:  $z_{p2}$ ,  $z_p$  és  $z_{p1}$ . A

mozgásegyenletekben a járműsúlypont  $x$  koordinátája szerepel, ehhez kell hozzáadni, illetve levonni az  $l/2$  fél tengelytávot. A pályahibák helykoordinátáinak és a pályahibáknak számszerű meghatározására még visszatérünk egy későbbi számpélda kapcsán, amikor a futásminőségi indexet fogjuk számszerűen meghatározni. Most az egyszerűség kedvéért használjuk csak a  $z_{p1}$ ,  $z_p$  és  $z_{p2}$ , valamint a  $v_{zp1}$ ,  $v_{zp}$  és  $v_{zp2}$  jelöléseket. Így végül a felfüggesztésekről a kocsiszekrényre átadódó erők:

$$F_1 = -s_f \cdot (z_1 - z_{p1}) - d_f \cdot (v_{z1} - v_{zp1}) = -s_f \cdot (z - \frac{l}{2} \cdot \varphi_y - z_{p1}) - d_f \cdot (v_z - \frac{l}{2} \cdot \omega_y - v_{zp1})$$

$$F_2 = -s_f \cdot (z_2 - z_{p2}) - d_f \cdot (v_{z2} - v_{zp2}) = -s_f \cdot (z + \frac{l}{2} \cdot \varphi_y - z_{p2}) - d_f \cdot (v_z + \frac{l}{2} \cdot \omega_y - v_{zp2})$$

Mindkét erő képletében most már csak a  $z$  és  $\varphi_y$  szabadságfokok (valamint a  $v_z$  és  $\omega_y$  deriváltjaik) szerepelnek, továbbá a pályahiba-gerjesztés  $z_{p1}$ ,  $z_{p2}$ ,  $v_{zp1}$  és  $v_{zp2}$  jellemzői. Most már felírhatjuk a mozgásegyenleteket. Dinamikus erőegyensúly  $z$  irányban:

$$\sum F_z = m_j \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} = m_j \cdot a_z$$

$$F_1 + F_2 - m_j \cdot g = m_j \cdot a_z$$

$$\begin{aligned} -s_f \cdot (z - \frac{l}{2} \cdot \varphi_y - z_{p1}) - d_f \cdot (v_z - \frac{l}{2} \cdot \omega_y - v_{zp1}) - s_f \cdot (z + \frac{l}{2} \cdot \varphi_y - z_{p2}) - d_f \cdot (v_z + \frac{l}{2} \cdot \omega_y - v_{zp2}) - m_j \cdot g = \\ = m_j \cdot a_z \end{aligned}$$

Átrendezve:

$$m_j \cdot a_z + 2 \cdot d_f \cdot v_z + 2 \cdot s_f \cdot z = d_f \cdot (v_{zp1} + v_{zp2}) + s_f \cdot (z_{p1} + z_{p2}) - m_j \cdot g$$

Dinamikus nyomatékegyensúly  $y$  körül:

$$\sum M_z = \Theta_y \cdot \frac{d^2 \varphi_y}{dt^2} = \Theta_y \cdot \varepsilon_y$$

$$F_2 \cdot \frac{l}{2} - F_1 \cdot \frac{l}{2} = \Theta_y \cdot \varepsilon_y$$

$$\begin{aligned} \left[ -s_f \cdot (z + \frac{l}{2} \cdot \varphi_y - z_{p2}) - d_f \cdot (v_z + \frac{l}{2} \cdot \omega_y - v_{zp2}) \right] \cdot \frac{l}{2} - \\ - \left[ -s_f \cdot (z - \frac{l}{2} \cdot \varphi_y - z_{p1}) - d_f \cdot (v_z - \frac{l}{2} \cdot \omega_y - v_{zp1}) \right] \cdot \frac{l}{2} = \Theta_y \cdot \varepsilon_y \end{aligned}$$

$$+ \frac{l}{2} \cdot s_f \cdot z_{p2} + \frac{l}{2} \cdot d_f \cdot v_{zp2} +$$

$$- s_f \cdot \frac{l}{2} \cdot z_{p1} - d_f \cdot \frac{l}{2} \cdot v_{zp1} = \Theta_y \cdot \varepsilon_y$$



Átrendezve:

$$\Theta_y \varepsilon_y + d_f \cdot \frac{l^2}{4} \cdot \omega_y + s_f \cdot \frac{l^2}{4} \cdot \varphi_y = d_f \cdot \frac{l}{2} \cdot (v_{zp2} - v_{zp1}) + s_f \cdot \frac{l}{2} \cdot (z_{p2} - z_{p1})$$

Végül a két mozgásegyenlet:

$$m_j \cdot a_z + 2 \cdot d_f \cdot v_z + 2 \cdot s_f \cdot z = d_f \cdot (v_{zp1} + v_{zp2}) + s_f \cdot (z_{p1} + z_{p2}) - m_j \cdot g$$

$$\Theta_y \varepsilon_y + d_f \cdot \frac{l^2}{4} \cdot \omega_y + s_f \cdot \frac{l^2}{4} \cdot \varphi_y = d_f \cdot \frac{l}{2} \cdot (v_{zp2} - v_{zp1}) + s_f \cdot \frac{l}{2} \cdot (z_{p2} - z_{p1})$$

Ezeknek a mozgásegyenleteknek a szokásos alakjában a deriváltakat tartalmazó tagok (a második, első és nulladik deriváltak) az egyenletek baloldalán állnak. A deriváltakat nem tartalmazó tagokat a jobboldalon szokták felsorolni, és általában gerjesztő tagoknak tekintik. Ha most a két mozgásegyenletünk jobboldalán álló mennyiségeket  $F_{g1}(t)$ -vel és  $F_{g2}(t)$ -vel jelöljük, az egyenletrendszerünket a következő alakban is írhatjuk:

$$m_j \cdot a_z + 2 \cdot d_f \cdot v_z + 2 \cdot s_f \cdot z = F_{g1}(t)$$

$$\Theta_y \varepsilon_y + d_f \cdot \frac{l^2}{4} \cdot \omega_y + s_f \cdot \frac{l^2}{4} \cdot \varphi_y = F_{g2}(t)$$

### Megjegyzések.

1. A dinamikai modell rugóit és csillapítóit lineáris jelleggörbéjűnek tételeztük fel, ezért írhattuk, hogy  $d_f = \text{áll}$  és  $s_f = \text{áll}$ . A kéttengelyes teherkocsikban laprugókat alkalmaznak, amelyek a felfüggesztésnek mind a rugalmas, mind a lengésemésztő tulajdonságait képviselik. Ilyen esetekben egy alkalmas egyenértékű rugómerevséget és csillapítási együtthatót kell meghatározni, a már korábban említett későbbi számpéldában bemutatjuk az egyenértékű rugómerevség és csillapítási együttható egy lehetséges számítási lehetőségét.

2. Az egyszerűsített dinamikai modell mozgásegyenleteinek megoldási függvényei természetesen csak közelítő eredmények. Igényesebb számításokhoz általában összetettebb dinamikai modelleket kell használni. Ilyen esetekben a végsőig leegyszerűsített modellünket vissza kell építeni az eredeti modellre. Ez ugyanúgy lépésenként történhet, mind az egyszerűsítés volt, ezt is a már említett számpélda tárgyalása során fogjuk bemutatni.

### 4.4 A teljes mozgásegyenletrendszer

Amint említettük, a nagyobb, bonyolultabb dinamikai modellek mozgásegyenlet-rendszereit akár közvetlenül írtuk fel, akár visszaépítettük a leegyszerűsített modellt és így jutottunk a teljes mozgásegyenletrendszerhez, az így kapott egyenletrendszer sokkal nagyobb számú (N db) differenciálegyenletet tartalmaz, és az egyes egyenletek is sokkal több tagból állhatnak. Ilyen esetben differenciálegyenletrendszer ilyen alakú lehet:

$$\begin{array}{l}
m_1 \ddot{x}_1 + d_{11} \dot{x}_1 + \dots + d_{1j} \dot{x}_i + \dots + d_{1N} \dot{x}_N + s_{11} x_1 + \dots + s_{1j} x_i + \dots + s_{1N} x_N = F_{g1}(t) \\
\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
m_i \ddot{x}_i + d_{i1} \dot{x}_1 + \dots + d_{ij} \dot{x}_i + \dots + d_{iN} \dot{x}_N + s_{i1} x_1 + \dots + s_{ij} x_i + \dots + s_{iN} x_N = F_{gi}(t) \\
\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
\dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
m_N \ddot{x}_N + d_{N1} \dot{x}_1 + \dots + d_{Nj} \dot{x}_i + \dots + d_{NN} \dot{x}_N + s_{N1} x_1 + \dots + s_{Nj} x_i + \dots + s_{NN} x_N = F_{gN}(t) ;
\end{array}$$

Az egyenletek közül az elsőt, az i-iket és az N-iket tüntettük fel. Látható, hogy a tömegek mind csak egyedül vannak megemlítve (ezek az ú. n. közönséges differenciálegyenletek), a csillapításokat és a rugalmasságokat kifejező tagok viszont általában többen vannak, legfeljebb N db lehet belőlük. Nyilvánvaló, hogy valamilyen célszerűen egyszerűsített írásmódra van szükség, ezért definiáljuk a következő mátrixokat és vektorokat:

A tömeg-mátrix:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & ** & 0 & ** & 0 \\ 0 & m_2 & ** & 0 & ** & 0 \\ ** & ** & ** & ** & ** & ** \\ 0 & 0 & ** & m_i & ** & 0 \\ ** & ** & ** & ** & ** & ** \\ 0 & 0 & ** & 0 & ** & m_N \end{bmatrix}$$

és a gyorsulás-vektor:  $\underline{\underline{\ddot{x}}} = [\ddot{x}_1 \quad \ddot{x}_2 \quad ** \quad \ddot{x}_i \quad ** \quad \ddot{x}_N]^T$  (oszlopvektor!)

A tömeg-mátrixnak és a gyorsulásvektornak a szorzata:

$$\underline{\underline{M}} \underline{\underline{\ddot{x}}} = [m_1 \ddot{x}_1 \quad m_2 \ddot{x}_2 \quad ** \quad m_i \ddot{x}_i \quad ** \quad m_N \ddot{x}_N]^T$$

A csillapítási mátrix:

$$\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} d_{1,1} & d_{1,2} & *** & d_{1,j} & *** & d_{1,N} \\ d_{2,1} & d_{2,2} & *** & d_{2,j} & *** & d_{2,N} \\ & & **** & & & \\ d_{i,1} & d_{i,2} & *** & d_{i,j} & *** & d_{i,N} \\ & & **** & & & \\ d_{N,1} & d_{N,2} & *** & d_{N,j} & *** & d_{N,N} \end{bmatrix}$$

és a sebességvektor:

$$\underline{\underline{\dot{x}}} = [\dot{x}_1 \quad \dot{x}_2 \quad ** \quad \dot{x}_i \quad ** \quad \dot{x}_N]^T$$

A csillapítási mátrixnak és a sebességvektornak a szorzata:

$$\underline{\underline{D}} \cdot \dot{\underline{x}} = \begin{bmatrix} d_{1,1} \cdot \dot{x}_1 + d_{1,2} \cdot \dot{x}_2 + \dots + d_{1,i} \cdot \dot{x}_i + \dots + d_{1,N} \cdot \dot{x}_N \\ d_{2,1} \cdot \dot{x}_1 + d_{2,2} \cdot \dot{x}_2 + \dots + d_{2,i} \cdot \dot{x}_i + \dots + d_{2,N} \cdot \dot{x}_N \\ \dots \\ d_{i,1} \cdot \dot{x}_1 + d_{i,2} \cdot \dot{x}_2 + \dots + d_{i,i} \cdot \dot{x}_i + \dots + d_{i,N} \cdot \dot{x}_N \\ \dots \\ d_{N,1} \cdot \dot{x}_1 + d_{N,2} \cdot \dot{x}_2 + \dots + d_{N,i} \cdot \dot{x}_i + \dots + d_{N,N} \cdot \dot{x}_N \end{bmatrix} \quad \text{Ez oszlopvektor!}$$

A merevségi mátrix:

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} s_{1,1} & s_{1,2} & \dots & s_{1,j} & \dots & s_{1,N} \\ s_{2,1} & s_{2,2} & \dots & s_{2,j} & \dots & s_{2,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{i,1} & s_{i,2} & \dots & s_{i,j} & \dots & s_{i,N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ s_{N,1} & s_{N,2} & \dots & s_{N,j} & \dots & s_{N,N} \end{bmatrix}$$

és az elmozdulás-vektor:

$$\underline{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_i \quad \dots \quad x_N]^T$$

A merevségi mátrix és az elmozdulás-vektor szorzata:

$$\underline{\underline{S}} \cdot \underline{x} = \begin{bmatrix} s_{1,1} \cdot x_1 + s_{1,2} \cdot x_2 + \dots + s_{1,i} \cdot x_i + \dots + s_{1,N} \cdot x_N \\ s_{2,1} \cdot x_1 + s_{2,2} \cdot x_2 + \dots + s_{2,i} \cdot x_i + \dots + s_{2,N} \cdot x_N \\ \dots \\ s_{i,1} \cdot x_1 + s_{i,2} \cdot x_2 + \dots + s_{i,i} \cdot x_i + \dots + s_{i,N} \cdot x_N \\ \dots \\ s_{N,1} \cdot x_1 + s_{N,2} \cdot x_2 + \dots + s_{N,i} \cdot x_i + \dots + s_{N,N} \cdot x_N \end{bmatrix} \quad \text{Ez is oszlopvektor!}$$

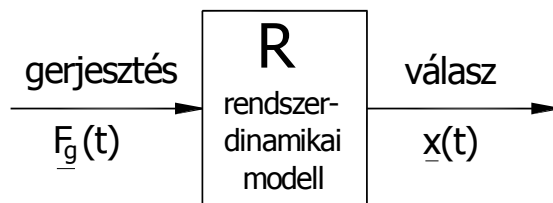
Végül definiáljuk a jobboldalon álló gerjesztés-jellegű tagok vektorát:

$$\underline{\underline{F}}_g(t) = [F_{g1}(t) \quad F_{g2}(t) \quad \dots \quad F_{g,i}(t) \quad \dots \quad F_{g,N}(t)]^T$$

Most adjuk össze az előbbi három oszlopvektort és meggyőződhetünk róla, hogy az összeg a gerjesztésvektorral lesz egyenlő:

$$\underline{\underline{M}} \cdot \ddot{\underline{x}} + \underline{\underline{D}} \cdot \dot{\underline{x}} + \underline{\underline{S}} \cdot \underline{x} = \underline{\underline{F}}_g(t)$$

Akár ezt a mátrix-vektoros formát, akár a teljes mozgásegyenletrendszeri formát nézzük, az egyenletrendszer megoldása (integrálása) azt jelenti, hogy a dinamikai modellt az  $\underline{\underline{F}}_g(t)$  gerjesztésvektorral gerjesztve, megkapjuk az  $\underline{x}(t)$  megoldásvektort, vagyis az egyes szabadságfokokhoz tartozó  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ , ...,  $x_N(t)$  megoldásfüggvényeket. Ezt a folyamatot tömören az 5. ábra szemlélteti:



5. ábra

A rendszerdinamikai modell bemenetén tehát az  $\underline{F}_g(t)$  gerjesztésvektor hat, a kimeneten pedig az  $\underline{x}(t)$  megoldásvektor adódik. Ezt a folyamatot még tömörebben az alábbi operátoros formula képviseli:

$$\underline{x}(t) = R\underline{F}_g(t)$$

Szavakba öntve: az  $\underline{x}(t)$  megoldásvektort úgy kapjuk meg, hogy az  $R$  operátort az  $\underline{F}_g(t)$  gerjesztésvektoron értelmezzük, ahol az  $R$  operátor tartalmazza (képviseli) a teljes mozgásegyenletrendszert, a bemenő adatokat, a kezdeti feltételeket, stb.

#### 4.5 A paramétervektor

Az 5. ábrán láttuk, hogy a rendszer bemenetén az  $\underline{F}_g(t)$  gerjesztésvektor működik. Tágítsuk ki a gerjesztésvektor értelmezését olyan módon, hogy a gerjesztési adatokon kívül belefoglaljuk a megoldáshoz szükséges összes többi bemenő adatot, kezdeti feltételt, stb. is. Ezt a kibővített adatkészletet a **paramétereknek**, illetve az egyes elemeit a **paramétervektor elemeinek** szokták nevezni. Így a paramétervektor elemei lehetnek a jármű  $m_j$  tömege, az egyes kerekek aktuális  $R_i$  gördülőkör-sugarai, a vizsgált pálya  $e(s)$  úthossz-emelkedő-lejtő hosszszelvénye, stb. Ezeket az adatokat az  $N_p$  méretű **paraméter-vektorba** foglaljuk össze:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} m_j \\ \dots \\ R_i \\ \dots \\ e(s) \\ z_p(s) \\ \dots \end{bmatrix} = [p_1, p_2, \dots, p_i, \dots, p_{N_p}]^T$$

ahol:  $m_j$ : a dinamikai modell  $j$ -ik tömegelemének a tömege;

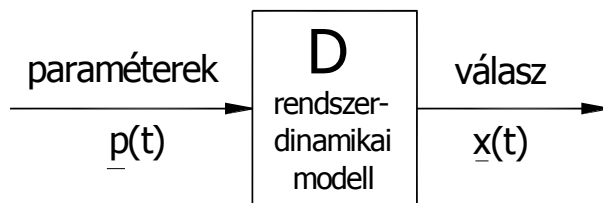
$R_i$ : az  $i$ -ik vasúti kerék gördülőkörének sugara;

$e(s)$ : a vizsgált pálya emelkedő-lejtő-hosszszelvénye, amit általában  $(s_i, e_i)$  számpárok halmazával adnak meg;

$z_p(s)$ : a vizsgált pálya függőleges pályahibái az út függvényében, amit szintén  $(s_i, z_{p,i})$  koordinátapárok halmazával lehet megadni,

stb.

Ekkor a 6. ábra szemlélteti a mozgásegyenletrendszer megoldásának menetét:



6. ábra

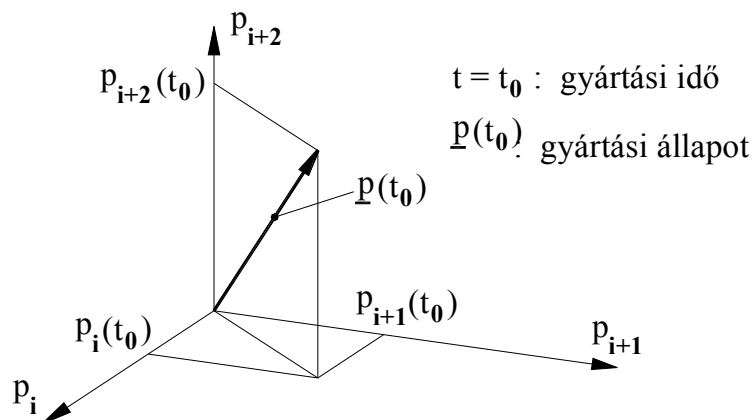
Operátoros alakban:

$$\underline{x}(t) = Dp(t)$$

Mivel ezek az adatok, tehát a paramétervektor elemei az időben változhatnak, például a kerekek  $R_i$  gördülőkör-sugarai, ezt azzal hangsúlyoztuk ki, hogy a paramétervektor minden elemét az időben változónak tekintünk.

$$\mathbf{p}(t) = [p_1(t), p_2(t), \dots, p_i(t), \dots, p_{N_p}(t)]^T$$

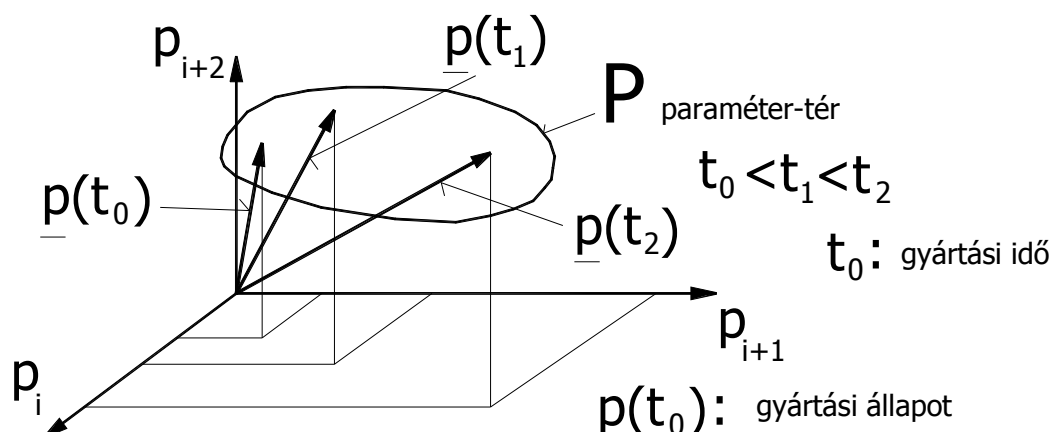
Mivel a paramétervektor minden eleme az idő függvénye, a paramétervektor is változik az idő függvényében. Ezt a változást úgy szemléltethetjük, hogy olyan koordináta-rendszerben ábrázoljuk az egyes paramétervektorokat, amelyben a tengelyekre az egyes paramétervektor-összetevőket (paramétereket) mérjük fel. Természetesen a nagyszámú paraméterből csak hármat használhatunk fel, legyenek ezek a  $\mathbf{p}_i(t)$ ,  $\mathbf{p}_{i+1}(t)$  és  $\mathbf{p}_{i+2}(t)$  paramétervektor-összetevők, amelyek értékei a  $t_0, t_1, t_2, \dots, t_{N_t}$  diszkrét időpontokhoz tartoznak. A 7. ábra a  $t = t_0$  időponthoz tartozó  $\underline{p}(t_0)$  paramétervektort mutatja be, ezt az időpontot tekinthetjük a gyártás idejének:



7. ábra

Ha a kezdeti  $t = t_0$  időpontot a gyártás időpontjának tekintjük, akkor az egyes  $\mathbf{p}_1(t_0), \dots, \mathbf{p}_i(t_0), \dots, \mathbf{p}_{N_p}(t_0)$  paraméterek (jármű és pálya adatok) is a gyártási állapothoz tartoznak, tehát a  $\underline{p}(t_0)$  paramétervektor szintén a gyártási állapotot tükrözi. Ahogy az üzemidő halad előre ( $t_0, t_1, t_2, \dots, t_{N_t}$ ), úgy változnak a jármű-pálya paraméterek is (alkatrész-kopások, deformációk, stb.), ennek következtében a paramétervektor is. A 8. ábrán bemutatjuk a  $\underline{p}(t)$  paramétervektor változását az idő függvényében (az ábrázolhatóság kedvéért itt is csak három paraméter elem:  $\mathbf{p}_i(t)$ ,  $\mathbf{p}_{i+1}(t)$  és  $\mathbf{p}_{i+2}(t)$

függvényében), az üzemidő  $t_0$ ,  $t_1$  és  $t_2$  értékei esetén (ahol  $t_0 < t_1 < t_2$ ), így a 8. ábrát kapjuk:



8. ábra

Látható az ábrán, hogy a kiragadott három diszkrét időponthoz tartozó  $\underline{p}(t_0)$ ,  $\underline{p}(t_1)$  és  $\underline{p}(t_2)$  paramétervektorok végpontjai a tér meghatározott részében, a  $\mathbf{P}$  paraméterterben mozognak (nem feltétlenül valamilyen meghatározott görbe felületen!). Mivel a  $t$  idő folytonosan változik, a  $\mathbf{P}$  paraméterter sem csak diszkrét pontokból áll. Végülis írhatjuk, hogy általában a  $\underline{p}(t)$  paraméter-vektorok a  $\mathbf{P}$  paraméter-ter elemei:

$$\underline{p}(t) \in \mathbf{P}$$

Ahogy a 8. ábra mutatja, a paramétervektorok az idő folyamán változnak, mert az összetevőik is változnak, A továbbiakban e változások célszerű határait vizsgáljuk.

#### 4.6 A kritériumok és a kritériumvektor

Ahogy az üzemidő folyamán a  $\underline{p}(t)$  paraméter-vektorok végpontjai a  $\mathbf{P}$  paraméter-terben mozognak, az összetevőik (a jármű paraméterei, tehát adatai) ugyancsak változnak az idő folyamán (a kerekek kopnak, tehát  $R_i$  csökken, a regisztrált pályahibák nőnek, stb.). Így a paraméterek megváltozása a jármű jellemzőit is befolyásolja. Így például ha az egyes hordrugók jelleggörbéi különböző mértékben változnak, ez leronthatja a kisiklással szembeni biztonságot, a növekvő kereszt- és függőleges irányú pályahibák miatt a jármű futásának minősége romlik, stb. A járműüzemi gyakorlat e paraméter-változásokkal szemben rendszerint felállít bizonyos feltételeket – az elterjedt elnevezéssel élve „*kritériumokat*” – amelyek teljesülését időnkint ellenőrzik, és a jármű csak akkor üzemeltethető tovább, ha e kritériumok ki vannak elégítve. De ha már nincsenek kielégítve, akkor megfelelő javító-karbantartó műveleteket kell elvégezni.

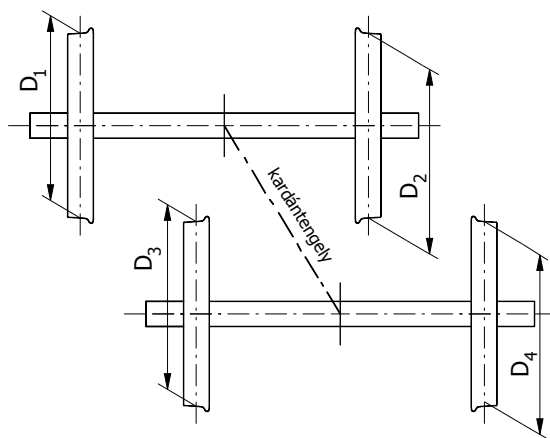
Meg kell jegyezni, hogy egy adott kritériumra különböző megengedett értékek lehetnek érvényben, pl. a  $\mathbf{W}$  futásjósági számra – lásd a következőkben – vasúti személy- és teherkocsik számára eltérő értékeket követelnek meg.

A vasúti járművekre a jelenlegi karbantartási-fenntartási gyakorlat kialakította az ellenőrzendő műszaki kritériumokat. Ezeket a kritériumokat a [4] szakirodalmi forrásmű tárgyalja részletesen. Két csoportra oszthatók:

a/ egyszerű kritériumok, amelyeket a diagnosztikai mérések adataiból egyszerű aritmetikai művelettel kaphatunk meg;

b/ összetett kritériumok, amelyek a diagnosztikai mérések adataiból csak összetett számításokkal lehet meghatározni, ill. csak a komplett járművön végrehajtott mérések eredményeiből kaphatjuk meg.

Az egyszerű kritériumra példa lehet az, hogy az összekapcsolt hajtású kerékpárok (pl. a kardánhajtású kerékpárok) egyes kerekeinek a névleges gördülőkör-átmérői között a legnagyobb különbség **0.5 mm lehet** ([4]-341. o.), a 9. ábra mutatja be az ilyen hajtás vázlatos elrendezését:



9. ábra

Az ábrán két kerékpár van összekapcsolva egy összekötő kardántengellyel (megjegyezzük, hogy teljesen hasonló eset áll fenn, ha egy fogaskerék-hajtás képezi a kapcsolatot, mint pl. a V43 típusú villamosmozdony monomotoros forgóvázában). A négy kerékátmérő közül a  $D_{\max}$  a legnagyobb érték:

$$D_{\max} = \text{Max}(D_1, D_2, D_3, D_4)$$

és a legkisebb:

$$D_{\min} = \text{Min}(D_1, D_2, D_3, D_4)$$

és az előírt kritérium:

$$\Delta D_{\max} = D_{\max} - D_{\min} \leq 0.5 \text{ mm}$$

Az ilyen fajta kritériumokat viszonylag egyszerű méréssel (a névleges gördülőkör-átmérőjének megméréseivel) lehet ellenőrizni.

Az összetett kritériumokra példa lehet az  $n_k$  kisiklásbiztonsági szám ([11], [12], [14] - 570. o.), vagy a  $W_z$  függőleges, ill.  $W_y$  vízszintes keresztirányú futásjósági szám ([14]-581. o., [15]). Ezek a kritériumok már az egész járművet, illetve az egész jármű futóművét, kerékpárfelfüggesztését, stb. minősítik. A részleteket meg lehet találni a hivatkozott szakirodalmi forrásművekben. Itt röviden csak a legszükségesebb ismereteket elevenítjük fel és annyit említünk meg, hogy az  $n_k$  kisiklásbiztonsági szám

a sínról az egyes kerekre ható keresztirányú  $Y$  vezetési erőnek és a kerékről a sínre ható függőleges  $Q$  kerékterhelésnek a hányadosa:

$$n_k = \frac{Y}{Q} \leq 1.0$$

amelynek értéke nem haladhatja meg az **1.0-t**, vagyis az  $Y$  vezetési erő nem lépheti túl a  $Q$  függőleges kerékterhelést.

Ez a kritérium a névleges, statikus vezetési és kerékterhelési erőkre vonatkozik, amikor a jármű kis sebességgel gördül át egy pályáíven, illetve az ívből kifutó, előírt lejtésű átmeneti íven, aminek következtében a vezető keréknél a függőleges kerékterhelés lecsökken. A csökkenés mértékét (és ennek következtében  $n_k$  értékének változását) főleg a függőleges csapágyfelfüggesztő rugók merevsége, valamint a szekrény és a forgóváz torziós merevsége szabja meg, de a szekrény és a forgóváz felfüggesztése is befolyásolja, továbbá az alváznak, illetve a forgóvázkeretnek az üzem során bekövetkező esetleges vetemedése is. Az  $n_k$  kisiklásbiztonsági szám meghatározása történhet vonali mérések eredményeinek felhasználásával, vagy a jármű ívben futásának számítógépes szimulációjával, felhasználva a jármű kerékfelfüggesztő rugójának, illetve a vázszerkezet vetemedésének mérési adatait.

A függőleges  $W_z$  és keresztirányú  $W_y$  futásjósági számot úgy határozhatjuk meg, hogy a vizsgált járműnek egy megadott pályán való végigfutása közben mérjük a kocsiszekrény függőleges  $a_{sz}(t)$  és vízszintes keresztirányú  $a_{sy}(t)$  gyorsulásfüggvényét. A mért gyorsulásfüggvényekből a futásjósági számokat a következő képlettel határozhatjuk meg ([15] - 369. o.):

$$W = \left( 2 \cdot [a_{szü}(t)]_{eff}^2 \right)^{3/20}$$

ahol  $a_{szü}(t)$  a mért  $a_{sz}(t)$  függőleges, illetve keresztirányú  $a_{sy}(t)$  gyorsulásfüggvénynek az ú. n. „élettani szűrővel” megszürt függvénye mind a függőleges, mind a keresztirányú esetre, majd ezekből a függvényekből az effektív, vagy „RMS” értékeket képezni és behelyettesíteni a képletbe, majd a kapott számértékeket a szokásos 1 – 5 terjedelmű skálán kell értékelni.

A kerékátmérő-különbség, a kisiklásbiztonsági szám és a futásjósági szám csak néhány lehetséges példa az egyszerűbb és összetettebb kritériumokra, rajtuk kívül a gyakorlati üzem még sok más kritériumot is figyelembe vesz. Az összes figyelembe vett kritériumot – a paraméterekhez hasonlóan – egy  $N_c$  méretű vektorba, az ú. n. **kritérium-vektorba** foglalhatjuk össze (nem feledkezve meg arról, hogy a kritériumvektor elemei is az idő függvényei):

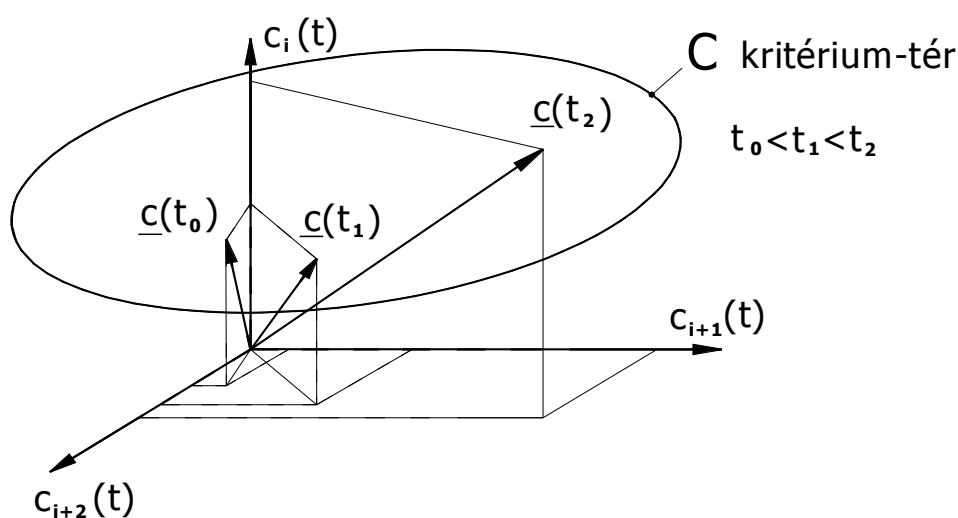


$$\mathbf{c}(t) = \begin{bmatrix} \Delta D_{\max} \\ \dots \\ n_k \\ \dots \\ W_y \\ W_z \\ \dots \end{bmatrix} = [c_1(t), \dots, c_i(t), \dots, c_{N_c}(t)]^T$$

A paraméter- és a kritériumvektor együttesen adnak teljes képet egy jármű műszaki állapotáról és üzemképességéről: a paraméter-vektor elemei a műszaki állapotot határozzák meg, a kritérium-vektor elemeiből az üzemképességre következtethetünk. Nyilvánvaló, hogy a kritérium-vektor elemeire határértékeket kell meghatározni, mivel a megfelelő üzemképességet úgy bírálhatjuk el, hogy ellenőrizzük a kritériumvektor összes elemét, hogy **nem lépték-e túl** a megengedett határértéket.

A kritériumvektor elemei az idő függvényei, mivel a jármű üzem során változnak a paramétervektor elemei (kopások, a pálya romlása, stb.) és emiatt a kritériumok is (kerékátmérőkülönbség, kisiklásbiztonság, stb.) változnak és így a kritériumvektor is az idő függvénye lesz:  $\underline{\mathbf{c}}(t)$ , és a paramétervektorhoz hasonló meghatározott térben fog mozogni. Ha az időben változó kritériumvektort koordinátarendszerben ábrázoljuk, akkor – a paramétervektorokhoz hasonlóan – csak három koordinátát (kritériumot) rajzolhatunk meg (10. ábra), ezek a  $\mathbf{c}_i$ ,  $\mathbf{c}_{i+1}$  és  $\mathbf{c}_{i+2}$  lehetnek. Hasonlóan a paramétervektorok ábrázolásához, a 10. ábrán csak három diszkrét időponthoz ( $t_0$ ,  $t_1$ ,  $t_2$ ) tartozó kritériumvektort tüntettünk fel, ezek között a  $\mathbf{c}(t_0)$  a gyártási állapothoz tartozik, a  $\mathbf{c}(t_1)$  és  $\mathbf{c}(t_2)$  kritériumvektorok a jármű üzemének két későbbi, a  $t = t_1$  és  $t = t_2$  időpontjához tartozó járműállapotot tükrözik. Az idő folyamán változó kritériumvektorok végpontjai a **C kritériumteret** alkotják, tehát írható:

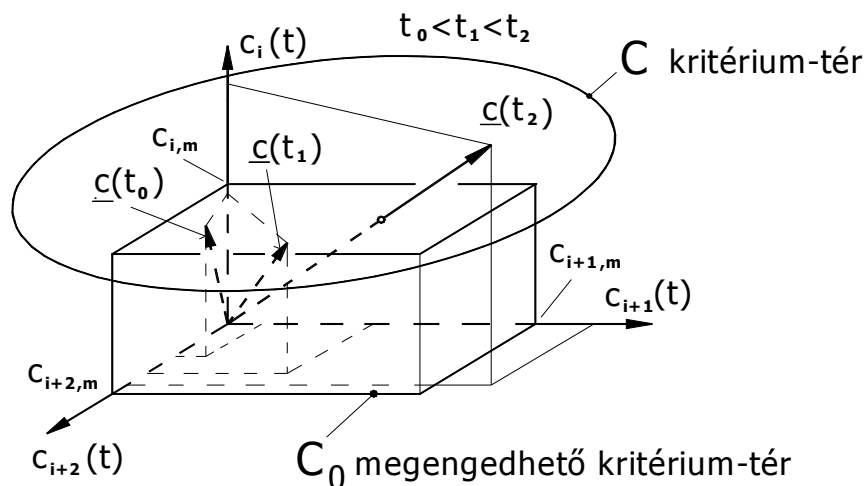
$$\underline{\mathbf{c}}(t) \in C$$



10. ábra

Ahogy a kritériumvektor elemei (az egyes kritériumok) változnak és a kritériumvektor végpontja mozog a **C** kritériumtérben, az egyes kritériumok meghaladhatják a

számukra előírt határokat ( $\Delta D_{\max}$  túllépheti a 0,5 mm-es határt, a kisiklásbiztonsági szám veszélyesen megközelítheti az 1,0-t, stb.), az ilyen kritériumvektor már nem engedhető meg, **ez a járműállapot már nem elégíti ki az üzemkészség feltételét.** Ezt úgy ábrázolhatjuk, hogy a 10. ábrán látható ábrázoláshoz hasonlóan a 11. ábrán feltüntetjük az ábrázolt kritériumokhoz (a kritériumvektorok összetevőjéhez) tartozó üzemkészségi korlátokat is, ezek:  $c_{i,m}$ ,  $c_{i+1,m}$  és  $c_{i+2,m}$ . Ezek a korlátok adják meg azt a térrészt, amelyet a megfelelő üzemkészséget képviselő összes lehetséges kritériumvektor foglal el:



11. ábra

A 11. ábrán ezt a térrészt neveztük a  **$C_0$  megengedhető kritériumtérnek.** (Általában háromnál jóval több kritérium (háromnál jóval több összetevőjű kritériumvektor) érvényes egy adott jármű-pálya rendszerre, az ábrán csak az ábrázolhatóság érdekében tételeztünk fel három összetevőt.)

#### 4.7 Az üzemkészség meghatározása

Látható az ábrán, hogy a  $t_0$  és  $t_1$  időpontokban a  $\underline{c}(t_0)$  és  $\underline{c}(t_1)$  kritériumvektorok egyik összetevője sem lépte túl a  $c_{i,m}$ ,  $c_{i+1,m}$  és  $c_{i+2,m}$  kritériumkorlátokat, tehát a  $\underline{c}(t_0)$  és  $\underline{c}(t_1)$  kritériumvektorok által képviselt járműállapotok **üzemkészsége megfelelő.** (Geometriailag egyik vektor végpontja sem lépett ki a  $C_0$  megengedhető kritériumteret jelképező hasápból.) Viszont a  $t_2$  időponthoz tartozó  $\underline{c}(t_2)$  kritériumvektor  $c_i(t_2)$  és  $c_{i+1}(t_2)$  összetevője igen, tehát ez a kritériumvektor kilép a  $C_0$  megengedhető kritériumteret szemléltető téglatestből.

Mivel a megfelelő műszaki üzemkészség biztosításához az szükséges, hogy a kritériumvektor egyetlen összetevője se – tehát egyetlen kritérium se - lépje túl a megadott kritériumhatárokat, ennek megfelelően a  $t = t_0$  és  $t = t_1$  időpontokban a  $\underline{c}(t_0)$  és  $\underline{c}(t_1)$  kritériumvektorok által képviselt üzemkészség még megfelelő, de a  $t = t_2$  időpontban a  $\underline{c}(t_2)$  kritériumvektorhoz tartozó üzemkészség már nem. Általánosságban azt mondhatjuk, hogy a jármű üzemkészsége akkor megfelelő, ha a  $\underline{c}(t)$  kritériumvektor minden  $t$  időpontban **benne van a  $C_0$  megengedhető kritériumtér-halmazban,** amit a következő módon lehet kifejezni:

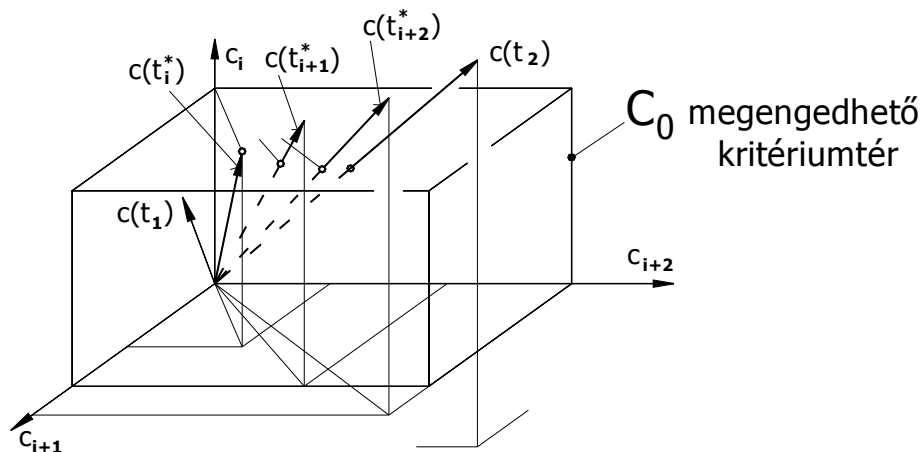
$$\underline{c}(t) \in C_0 ;$$

és mivel a  $C_0$  tér csak egy része az összes lehetséges kritériumvektor által alkotott  $C$  kritériumtérnek, írható, hogy:

$$\underline{c}(t) \in C_0 \subset C$$

Ezt az összefüggést tekinthetjük a diagnosztikai döntéshozatal matematikai megfogalmazásának. Amint ez a feltétel **nem teljesül**, a jármű üzemkézsége **már nem megfelelő**.

Az is megfigyelhető a 11. ábrán, hogy a kritériumvektor egyes összetevői nem ugyanabban az időpontban lépik túl a hozzá tartozó kritériumhatárt. A 12. ábra részletesebben mutatja be azokat az időpontokat, amelyekben a kritérium-összetevők meghaladják a korlátjukat. Tételezzük fel, hogy a  $\underline{c}(t_1)$  kritériumvektor egyetlen kritérium-összetevője sem lépi túl a korlátokat, míg a  $\underline{c}(t_2)$  kritériumvektor mindhárom összetevője meghaladja azokat. Tegyük fel, hogy  $t = t_i^*$ -ben a  $c_i(t_i^*)$  összetevő éri el a határt,  $t = t_{i+1}^*$ -ben a  $c_{i+1}(t_{i+1}^*)$  kritérium-összetevő, végül  $t = t_{i+2}^*$ -ben a  $c_{i+2}(t_{i+2}^*)$ .



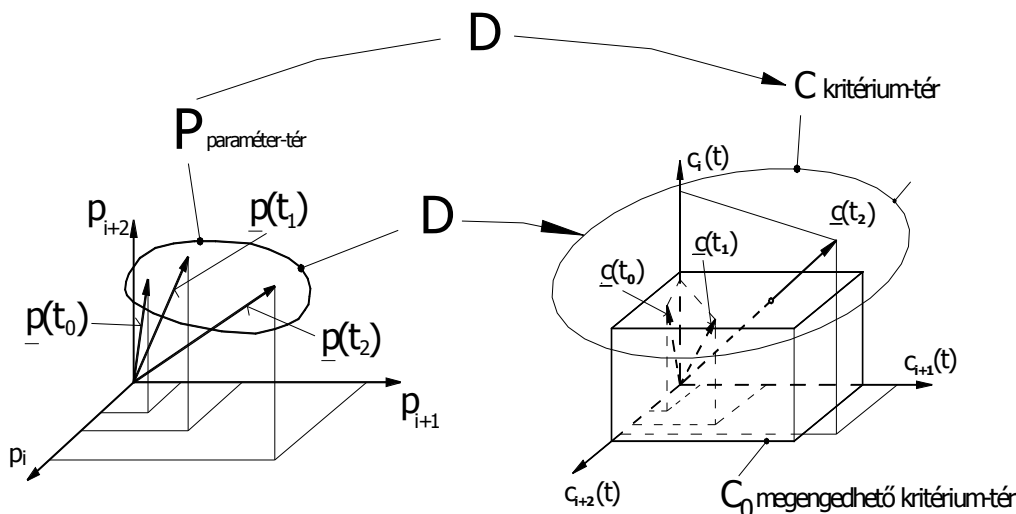
12. ábra

A  $t_i^*$ ,  $t_{i+1}^*$  és  $t_{i+2}^*$  időpontok meghatározása – vagy legalábbis előrejelzése – szükséges volna a járműdiagnosztikai döntéshozatal pontosítása, illetve finomítása céljából, hogy a javítási-karbantartási igény fellépésének időpontját minél pontosabban és megbízhatóbban meg lehessen határozni. Ehhez meg kell vizsgálni azt a folyamatot, ami a jármű aktuális paramétereinek adataitól a kritériumvektor elemeinek értékeihez vezet. Az egyes kritériumok meghatározásának számítási módja meg van adva. A dinamikai modell mozgásegyenletrendszere segítségével egyrészt megkaphatjuk bizonyos paraméterek megváltozott értékét (pl. a gördülőkör-sugarak aktuális értékét az abroncs kopásának számítógépes szimulációja útján), másrészt a megváltozott paraméterek segítségével az egyes kritériumok is számíthatók. Ez tehát a kritériumokra nézve explicit módszer, így a kritériumok közvetlenül számíthatók. Ennek a számításnak a menetét az alábbi tömör alakban írhatjuk fel:

$$\underline{c}(t) = \mathbf{D} \mathbf{p}(t) ;$$

ahol a  $\mathbf{D}$  operátor tartalmazza a kritériumvektor összes elemének számítási algoritmusát, amelynek a bemenő adata a  $\mathbf{p}(t)$  paramétervektor. Így a  $\mathbf{D}$  operátor

kapcsolatot képez a **C** kritériumtér és a **P** paramétertér között. Ezt a kapcsolatot a 13. ábra szemlélteti.



13. ábra

Ha a kritériumvektor egy megadott értékéhez meg kívánánk határozni a hozzátartozó paramétervektort, a következő operátoregyenletet kellene megoldani:

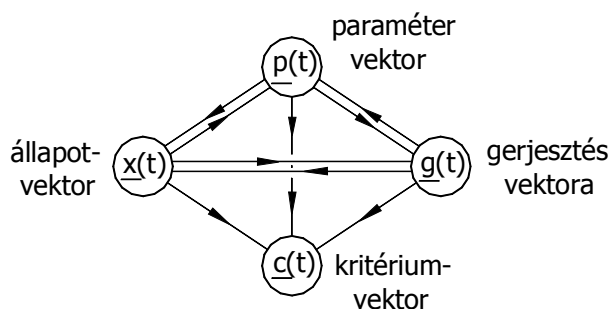
$$\mathbf{p}(t) = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{c}(t) ;$$

Ehhez ismerni kellene a  $\mathbf{D}^{-1}$  inverz operátort, de a kritériumvektor számítási módjának összetettsége miatt ez gyakorlatilag lehetetlen. Ebből következik, hogy a kritériumvektornak a  $\mathbf{C}_0$  megengedhető kritériumtérből való kilépési időpontjához tartozó paramétervektort csak iterációs próbálkozással, csak bizonyos pontossági tűréssel kaphatjuk meg. A gyakorlati esetek néhány számítási lehetőségéről egy későbbi Jegyzetben találhatunk többet.

Meg kell még említeni, hogy noha mind a  $\mathbf{p}(t)$  paramétervektor, mind a  $\mathbf{c}(t)$  kritériumvektor az idő függvénye, a változási sebességük azonban sok esetben erősen különböző. A paramétervektor összetevői általában lassan változnak, pl. a kerekek gördülőkör átmérője viszonylag lassan kopik. Bizonyos kritériumvektor-összetevők viszont sokkal gyorsabban változnak, pl. a hordrugó sérülése miatt bekövetkező rugómerevség-csökkenés miatt a kisiklásbiztonsági szám hirtelen a veszélyes határérték fölé növekedhet, ezért írható:

$$\frac{d\mathbf{p}(t)}{dt} \lll \frac{d\mathbf{c}(t)}{dt}$$

Végül fel kell a figyelmet hívni arra a jellegzetes kölcsönhatásra, ami a paramétervektor, a kritériumvektor, valamint a pálya-jármű rendszer állapotvektora (a tömegelemek elmozdulása és sebessége) és a tömegelemekre ható gerjesztő hatások között áll fenn. A kölcsönhatás sémáját a 14. ábrán láthatjuk.



14. ábra

A kölcsönhatás azon alapul, hogy a paramétervektor bizonyos összetevői egyidejűleg a gerjesztésvektor összetevőiként is szerepelnek. Ilyen pl. a jármű kerék-párjának függőleges sebessége, amely paraméter-összetevő és ugyanakkor állapotvektor-összetevő is, de mivel a kerék és a sín függőlegesen kapcsolódnak, ezért ez pálya-sebesség is, ez pedig ugyanakkor a jármű szempontjából gerjesztés-összetevő is. A jármű tömegelemeinek függőleges sebessége és a gerjesztés között így egyfajta kölcsönhatás áll fenn, amely kiterjed a paramétervektor összetevőin át a kritériumvektor összetevőire is. Így áll elő a 14. ábrán látható többirányú kölcsönhatás az elmozdulások, a sebességek, a paraméterek, a gerjesztés és a kritériumok között.

Összefoglalásképpen megismételhetjük a diagnosztikai döntéshozatalnak az előbbieken bemutatott matematikai megfogalmazását az alábbi alakban:

$$\underline{c}(t) = \mathbf{D} \underline{p}(t), \text{ ahol: } \underline{c}(t) \in C_0 \subset C$$

tehát a jármű-pálya rendszer paraméter-összetevőiből meghatározott kritérium-összetevőkről el kell dönteni, hogy nem lépnek-e ki a megengedett  $C_0$  kritérium-térből. **A megfelelő üzemkésztség feltétele, hogy a kritériumok a  $C_0$  téren belül maradjanak.**

## 5. Az üzemeltetési kritériumok fajtái.

A karbantartási rendszerekben végrehajtott ellenőrzési-mérési műveletek eredményeként megszületik tehát egy adathalmaz, ami a gép, vagy jármű pillanatnyi állapotát jellemzi. Ezen adatok egy része olyan, hogy a diagnosztikai döntést meg lehet hozni egyszerű összehasonlítással: megengedhető-e a szóbanforgó jellemző, vagy nem. A másik részük viszont olyan, hogy még további adatfeldolgozó számítási munkát igényel. Néhány ilyen jellemző a következő lehet: dízelmotor gázolajfogyasztása, amit két helyen kell mérni; egy vasúti kerékpár két kerekének gördülőkör-átmérője, amelyeknek a különbsége van limitálva; egy vasúti jármű futása közben regisztrált  $\underline{a}_y(t)$  és  $\underline{a}_z(t)$  gyorsulásjele, amelyből a futáskényelmi indexet kell meghatározni és eldönteni, hogy megfelelő-e, vagy sem, és így tovább.

A gép, vagy jármű állapotának olyannak kell lennie, hogy az üzemkésztség megfelelő legyen. A gép, vagy jármű üzemkésztsége akkor megfelelő, ha kielégít bizonyos

feltételeket (kritériumokat) . Amikor el kell döntenünk, hogy egy adott gép, vagy jármű üzemkés-e, vagy sem, ezeknek a kritériumoknak a teljesülését kell ellenőriznünk, vagyis ellenőrizni kell, hogy az egyes kritériumok aktuális értéke nem haladja-e meg a megengedett értéket.

Ezeket a kritériumokat a szokás szerint két csoportba osztjuk: egyszerű (könnyen ellenőrizhető) kritériumok, valamint összetett (üzemszimulációs számítással, vagy üzemi méréssel ellenőrizhető) kritériumok. Az egyszerű kritériumokra példa lehet a vasúti kerékpárok két kerekén a névleges gördülőkörök átmérői közötti különbség, az abroncsos kerekek abroncsvastagságának a megengedett minimumot meghaladó értéke, stb, Az összetett kritériumok közé tartozik például a kisiklási biztonsági tényező, a futásminőségi index, a jármű kritikus sebessége, stb. Az említett kritériumok ismertetésének terjedelmessége miatt ezeket a kritériumokat külön jegyzetrészekben ismertetjük. Hasonlóan külön jegyzet részben mutatjuk be a kritériumok mért, aktuális értékeiből képzett adatbankot, valamint a tárolt értékekből készíthető előrejelzési lehetőségeket, valamint a mért értékek közül megadott valószínűséggel előforduló maximumok és minimumok meghatározási lehetőségeit.